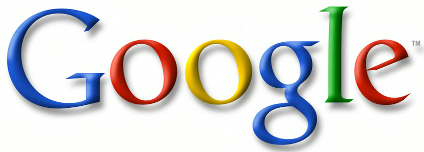
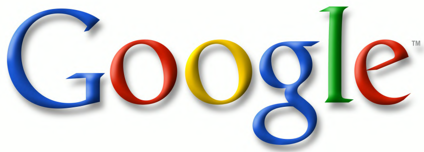

Google



750
21
750
1500
15750

7
21
147
21
420
300

420 | 15
30

120
12
240
120
1440

1440 | 4
30
20
1

750
1.4
3500
2500
1000
30

300
1.4
300
100
400
20

7
07
49

300
1.5
300
25
50
225
2141

300
100
100
30
2

1000
166

48
165 | 62
166

80
80
160

87965
6300

263895000
527790

554179500

26
8
10 189
280 25704
24584881
55417950 / 1793287 en
30903335
3090000
3099
300
3183
2 18162
26 9 04000 / 86 enl
3090033
3090

L'ARITHMÉTIQUE

EN

SA PERFECTION.

8
8
8 9 9
8 7 8 1 0 5 | 8
5 7 9 2 4 4 | 7 7 9
8 4 9 9
8 9

L'ARITHMÉTIQUE
EN SA PERFECTION,
MISE EN PRATIQUE SELON L'USAGE
DES FINANCIERS,
GENS DE PRATIQUE,
BANQUIERS ET MARCHANDS;

CONTENANT

Une ample & familiere explication de ses Principes, tant en nombres qu'en fractions;
Un Traité de Géométrie - Pratique, appliquée à l'Arpentage & au Toisé, tant de Superficies que des Corps solides;
Un Abregé d'Algebre, suivi de quantité de Questions curieuses;
Et un Traité d'Arithmétique aux Jetons.

Par F.^{rançois} LEGENDRE, *Arithméticien.*

Derniere Edition, corrigée & augmentée d'une nouvelle Regle d'Alliage.



A ROUEN,
Chez ANTOINE FERRAND, Libraire, rue Ganterie, vis-à-vis celle de l'Ecole.

M. D. CC. LXXXI.
AVEC PERMISSION.



LE LIBRAIRE
AU LECTEUR.

J'AUROIS cru passer pour ingrat envers le Public, si la derniere impression de ce Livre étant finie, je n'avois pris le soin d'en mettre sous la presse une autre, dans laquelle vous verrez la netteté que l'Auteur s'est efforcé d'apporter pour rendre faciles les principes de l'Arithmétique, qu'il a accommodés à l'usage des Financiers, Gens de Pratique, des Banquiers & des Marchands, par une application convenable à toutes sortes de sujets, comme on peut facilement voir dans la Table des Matieres qu'il en a dressée; c'est pourqui la pluralité des Traités qui sont renfermés dans le corps de cet Ouvrage, ne surprendra pas ceux qui savent la dépendance & la subordination que les Sciences ont les unes des autres, en ce qu'ils reconnoîtront aisément, que toutes les parties qui sont insérées dans ce Volume répondent à la fin qu'un Arithméticien véritablement habile doit avoir. L'arithmétique, dans son ori-

gine, étant la premiere partie des Mathématiques, l'Auteur a jugé à propos, pour la rendre praticable, de l'accompagner de plusieurs Traités qui y ont du rapport; l'intelligence de celui des Fractions, qu'il a fait fort ample, est absolument nécessaire à ceux qui aspirent aux Sciences mathématiques, comme à l'Arpentage au Toisé, tant de Maçonnerie que de Charpente, à l'Algebre, & autres parties qui en dépendent; c'est pourquoi la connoissance parfaite de l'abrégé de Géométrie, de l'Arpentage, du Toisé, ou de la Mesure des quantités quarrées ou solides de l'Algebre, & des Questions utiles & curieuses sur divers sujets, suppose celle de tout ce qu'il a amplement expliqué dans cette derniere Edition, à laquelle on a ajouté une nouvelle Regle d'alliage. La longue expérience qu'il avoit de tous ces Traités, lui a donné lieu de les rendre méthodiques, faciles & d'usage, comme on le pourra voir par l'inspection seule des Propositions différentes, & des questions curieuses & divertissantes, utiles & nécessaires à toutes sortes d'Arts & de Professions.





TABLE DES MATIERES

CONTENUES EN CE LIVRE.

TABLE

Fin de la Table des Matieres.

PERMISSION SIMPLE.

FRANÇOIS-CLAUDE-MICHEL BENOIST LE CAMUS DE NÉVILE, Chevalier, Conseiller du Roi en tous ses Conseils, Maître des Requêtes ordinaire de son Hôtel, Directeur général de la Librairie & Imprimerie,

VU l'article VII de l'arrêt du Conseil du 30 Août 1777, *portant Réglement pour la durée des Priviléges en Librairie*, en vertu des pouvoirs à nous donnés par ledit arrêt : Nous permettons au Sieur ANTOINE FERRAND, Libraire à Rouen, de faire faire une édition de l'Ouvrage qui a pour titre *Arithmétique de le Gendre*; laquelle édition sera tirée à douze cents exemplaires, en un volume, format in douze, & sera finie dans le délai d'un an; à la charge par ledit Sieur ANTOINE FERRAND, d'avertir l'Inspecteur de la Chambre syndicale de Rouen, du jour où l'on commencera l'impression dudit Ouvrage, au desir de l'article XXI. de l'arrêt du Conseil du 30 Août 1777, *portant suppression & création de différentes Chambres syndicales*; de faire ladite édition absolument conforme à celle de Rouen 1779; d'en remettre un exemplaire pour la Bibliothéque du Roi, aux mains des Officiers de la Chambre syndicale de Rouen; d'imprimer la présente Permission à la fin du livre, & de la

faire enregiſtrer dans deux mois pour tout délai, ſur les regiſtres de ladite Chambre ſyndicale de Rouen; le tout à peine de nullité.

DONNÉ à Paris, le 21 Octobre 1780.

NÉVILLE.

Par Monſieur le Directeur général.

DE SANCY. Secrétaire général.

Regiſtré ſur le Regiſtre 2. de la Chambre ſyndicale des Libraires & Imprimeurs de Rouen, No. 70. fol. 12. conformément aux Arrêts du Conſeil du 30 Août 1777. A Rouen, ce 5 Décembre 1780.

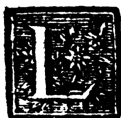
LE BOUCHER le jeune.

L'ARITHMETIQUE



L'ARITHMÉTIQUE EN SA PERFECTION.

DÉFINITION.



'ARITHMÉTIQUE est *la Science des Nombres*; & le nombre est une multitude d'unités mises ensemble.

L'usage de l'Arithmétique est de représenter par écrit toutes sortes de nombres proposés, en connoître la valeur, les ajouter ensemble, les soustraire les uns des autres, les multiplier les uns par les autres, les diviser ou partager; enfin l'Arithmétique sert pour mettre en pratique toutes les regles de proportion, vulgairement appellées *Regles de Trois*, dont l'utilité est très-grande en toutes les affaires & négociations de la vie humaine; & de telle sorte qu'il n'y a point de condition ni profession qui n'en ait besoin.

L'Arithmétique se pratique par le moyen de quatre préceptes ou opérations, qui sont, Addition, Soustraction, Multiplication & Division, tant en nombres entiers qu'en fractions, lesquelles étant bien entendues, on peut par icelles résoudre

toutes questions de solution possible proposées sur les nombres.

L'Arithmétique se divise en deux parties, savoir, en Arithmétique vulgaire, de laquelle je me propose d'expliquer amplement & familiérement les préceptes nécessaires pour résoudre les questions proposées en icelle ; & en Arithmétique d'Algebre, de laquelle j'expliquerai les quatre préceptes ou opérations d'Addition, Soustraction, Multiplication, & Division, au commencement d'un Questionnaire que je donnerai ensuite de mon Traité de Géométrie.

L'Arithmétique est double ; l'une théorique, & l'autre pratique.

L'Arithmétique théorique est celle qui considere les propriétés des nombres, en tant qu'ils sont composés de plusieurs unités.

L'Arithmétique pratique est celle qui joint le nombre avec la matiere, & qui emploie son office dans le commerce des hommes, soit pour la Géométrie, Astronomie, Fortifications, Finances & Marchandises, &c. Et pour cette utilité, il est nécessaire que les raisons de la théorique soient jointes à la pratique ; d'autant qu'en l'Arithmétique conçue purement, il n'y a que l'Addition d'un nombre avec un autre, & au contraire la Soustraction d'un nombre de l'autre. Tout le reste, comme la Multiplication, qui est un abrégé de l'Addition, & la Division un abrégé de la Soustraction, comme aussi les autres Regles qui suivent, dépendent de la Géométrie pour le raisonnement, & empruntent seulement de l'Arithmétique les caracteres, lesquels y servent, comme aussi de l'Addition & de la Soustraction, qui sont propres à la même Arithmétique.

L'Arithmétique pratique, outre qu'elle emprunte l'utilité & le nombre de la théorique, elle sous-

entend que l'unité soit divisible à l'infini, en diminuant, tout ainsi qu'elle va augmentant le nombre à l'infini par son addition, quoique la spéculative la considere indivisible.

Or, ce n'est pas qu'à proprement parler le nombre, comme il vient d'être dit, soit joint avec la matiere en la pratique de l'arithmétique; mais c'est qu'on le lui approprie pour déterminer les choses matérielles que l'on veut exprimer; & c'est pourquoi le nombre est distingué en deux façons; savoir, en nombre nombrant, & en nombre nombré.

Le nombre nombrant est celui qui donne à connoître, par les unités qu'il contient, combien il y a de choses nombrées; & le nombre nombré sont les choses nombrées; comme quand on dit: Il y a 24 hommes, livres, écus, &c. ce nombre 24, soit qu'il soit écrit ou énoncé par la voix, est appellé nombrant, & les hommes, livres, écus, &c. nombre nombré.

Il y a deux sortes de nombres: la premiere est des nombres entiers; la seconde des nombres rompus, vulgairement appellés parties ou fractions de quelque entier.

Le nombre entier est une multitude d'unités toutes entieres, comme trois aunes, sept écus, cent livres, &c.

Le nombre rompu ou en fraction est de deux sortes.

La premiere est des fractions simples; la seconde, des fractions composées.

La fraction simple contient une ou plusieurs parties de quelqu'entier, comme un tiers d'aune, trois quarts de livre, cinq sixiemes d'un écu.

La fraction composée est celle que l'on appelle vulgairement fraction de fraction, comme quand on dit, les deux tiers de trois quarts de vingt sols, qui est autant que de dire, les deux tiers de quinze

sols, c'est-à-dire, dix sols. Voyez sur ce sujet le Traité des Fractions.

Le nombre, outre ce que je viens de dire, est divisé en nombre simple, articulé ou composé.

On appelle nombre simple, tout nombre qui est au-dessous de 10, qui s'exprime par une seule figure, comme 4, 6, 8, &c.

Le nombre articulé est celui qui se sépare également en dixaines, c'est-à dire, tout nombre qui est fait de deux figures, ou plus, desquelles la premiere à main droite est zéro, comme, 10, 20, 30, 100, 200, 300, &c.

Le nombre composé est celui qui provient du simple & de l'articulé; tels sont les nombres qui s'expriment par plusieurs figures, dont la premiere à la droite n'est pas zéro; par exemple, 24, 91, 102, 138, &c.

Le nombre est encore divisé en nombre parfait & en imparfait.

Le nombre parfait est celui duquel les parties aliquotes étant ajoutées, produisent précisément leur tout, comme 6, 28, 496.

Les parties aliquotes de 6, sont 3, 2, 1, lesquelles, jointes ensemble, font 6. Les parties aliquotes de 28, sont 14, 7, 4, 2, 1, lesquelles jointes ensemble, font 28, &c.

Le nombre parfait est celui duquel les parties aliquotes étant jointes, font plus ou moins que leur tout, dont elles sont parties.

Les nombres imparfaits sont de deux especes, savoir, défectueux ou abondants.

Les nombres défectueux sont ceux desquels le parties aliquotes ajoutées ensemble, font moin que le nombre duquel elles sont parties, comm 16, dont les parties aliquotes, 8, 4, 2, 1, étar ajoutées, font seulement 15, qui sont moins que 1(

Les abondants sont ceux desquels les parties ajou

tées ensemble font plus que le nombre duquel elles sont parties, comme 12, dont les parties aliquotes, 6, 4, 3, 2, 1, étant ajoutées font 16, qui font plus que 12, &c.

De plus, le nombre est divisé en nombre pair & nombre impair.

Le nombre pair est celui qui se peut diviser en deux parties égales, sans reste, comme 24, 12, 10, 6, &c.

Le nombre impair est celui qui ne se peut diviser en deux parties égales, sans reste, comme 3, 5, 7, 9, &c.

Enfin le nombre est divisé en quarré, cube & sourd.

Après avoir défini l'arithmétique & le nombre, & donné leurs divisions, il en faut faire voir l'usage, qui est le dessein que j'ai pris pour toute mon Arithmétique, dans laquelle je donnerai une ample explication de tous les préceptes & regles d'icelle, non-seulement en nombres entiers, mais aussi en fractions, sur lesquelles je proposerai quantité de questions curieuses, accompagnées de leur construction pour la résolution d'icelles, lesquelles se verront au Traité des Fractions, & dans mon Questionnaire.

Pour donc commencer cet Ouvrage, & entrer en matiere, je dirai qu'en arithmétique on se sert de dix caracteres différents, qui sont, 1, 2, 3, 4 5, 6, 7, 8, 9, 0, ou zéro, qui signifient, un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept, huit, neuf, zéro, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0; desquels caracteres neuf sont appellés figures significatives, dont le zéro ne signifie rien, sinon en tant qu'il est posé au-devant de quelqu'autre figure: & par le moyen de ces dix figures, on peut représenter toutes sortes de nombres proposés, soit qu'ils soient énoncés par la voix ou par écrit,

comme, par exemple, si on vouloit exprimer quatre cents vingt-cinq, on posera 425, ainsi des autres.

Il faut noter qu'une seule figure ne vaut que sa valeur, comme 4 simplement ne vaut que quatre; mais si on met un zéro au devant de ce même 4, alors il sera augmenté de dix fois sa valeur, c'est-à-dire, qu'il vaudra 40, ou quarante; si on y met deux zéros, ou 00, il sera augmenté de cent fois sa valeur, & vaudra 400, ou quatre cents; si on y met trois zéros, on l'augmentera de mille fois, ainsi des autres, comme il se voit.

4	40	400	4000
quatre,	quarante,	quatre cents,	quatre mille.

Et si, au lieu de zéros, il y a des caracteres significatifs, ils conservent leur valeur selon leur ordre, comme 4537, qui signifient 4000, 500, 30, 7.

Voyez auparavant la numération ci-après.

Mais auparavant que de l'expliquer, je donnerai la Table suivante, pour faire voir la fabrique des chiffres qui servent ordinairement, tant aux Financiers qu'aux Marchands, comme aussi l'usage de certaines notes ou lettres alphabétiques qui sont numérales, & dont on peut se servir pour dénoter quelque multitude ou quantité que ce soit, comme les siecles, les ans, les mois, les jours, les heures, les hommes, les poids, les mesures, &c. lesquelles notes ou lettres sont appellées éléments de l'Arithmétique.



Table des Notes ou Caracteres, tant antiques q[ue] modernes.

un	1	I
deux	2	II
trois	3	III
quatre	4	IV
cinq	5	V
six	6	VI
sept	7	VII
huit	8	VIII
neuf	9	IX
dix	10	X
vingt	20	XX
trente	30	XXX
quarante	40	XL
cinquante	50	L
soixante	60	LX
soixante & dix	70	LXX
quatre-vingt	80	IIIIxx *ou* LXXX
quatre-vingt-dix	90	IIIxxX *ou* XC
cent	100	C
deux cents	200	CC *ou* IIc
trois cents	300	CCC *ou* IIIc
quatre cents	400	CCCC *ou* IVc
cinq cents	500	Vc *ou* D *ou* IↃ
six cents	600	VIc *ou* IↃC
sept cents	700	VIIc *ou* DCC *ou* IↃCC
huit cents	800	VIIIc *ou* DCCC *ou* IↃCC[C]
neuf cents	900	IXc *ou* DCCCC *ou* IↃCCC[C]
mille	1000	M *ou* CIↃ

1	I
10	X
100	C

1000	M ou cIↄ ou $\overline{I}$.
10000	XM ou $\overline{\overline{X}}$
100000.	CM ou C
1000000	MM
10000000	XMM
100000000.	CMM

Vous voyez, par la Table ci-dessus, qu'il y a sept lettres en l'alphabet qui sont numérales, par lesquelles on peut exprimer tous nombres entiers: ces lettres sont,

C. D. I. L. M. V. X.

Anciennement chacune d'icelles signifioit mille fois sa valeur, ayant un trait au-dessus, comme il se voit ci-dessous.

$\overline{C}$. $\overline{D}$. $\overline{I}$. $\overline{L}$. $\overline{M}$. $\overline{V}$. $\overline{X}$.

De la Numération.

Nombrer est exprimer la valeur d'un ou plusieurs caracteres d'arithmétique, mis d'ordre, comme:

1
10
100

1000
10000
100000

Les zéros étant changés en d'autres caracteres, le nom & la signification ne changent point, comme si au lieu de 1000 on trouve 1574, cela seroit toujours 1000, & encore 500, 70 & 4, & ainsi des autres: & si l'on veut exprimer le nombre suivant, qui est de 567, 456, 789, 346, on considérera l'ordre de la numération, pour avoir la valeur de

chaque caractere, tant selon ses unités que selon son ordre.

Arbre de la Numération.

centaine de milliars	dixaine de milliars	milliar	centaine de millions	dixaine de millions	million	centaine de mille	dixaine de mille	mille	centaine	dixaine	nombre
5	6	7	4	5	6	7	8	9	3	4	6

Maintenant si on veut savoir à combien se monte la somme ci-dessus, on séparera le nombre de trois en trois figures, comme il se voit, commençant à la main droite en tirant vers la gauche, & chacune de ces séparations s'appelle période, laquelle n'est autre chose qu'une répétition de nombre, dixaine, centaine; mais selon la diversité des périodes, en s'éloignant du premier caractere vers la main droite, on changera de dénomination; car au premier période, qui est 346, on dira simplement trois cents quarante six; au second période, qui est 789, on dira sept cents quatre vingt-neuf mille; au troisieme, qui est 456, on dira quatre cents cinquante six millions; & au quatrieme & dernier, qui est 567, on dira cinq cents soixante-sept milliars, & ainsi de suite. Enfin, quand on voudra trouver la valeur de quelque nombre, on commencera à nombrer, ou, comme l'on dit vulgairement, à décompter par le premier caractere de la main droite en retrogradant vers la gauche, disant ainsi qu'il se voit à l'arbre de numération, nombre, dixaine, centaine, &c. & on trouvera, par cet ordre, que le nombre proposé ci-dessus vaut cinq cents soixante-sept milliars, quatre cents cinquante six millions, sept cents quatre-vingt-neuf mille, trois cents quarante six.

Après avoir amplement expliqué les élements de l'Arithmétique, leur valeur & l'ordre de la numération d'iceux, il convient passer à l'explication des Regles, dont la premiere est l'Addition.

ADDITION, PREMIERE REGLE.

Définition de l'Addition.

AJOUTER, est assembler plusieurs sommes ou nombres particuliers de même espece pour trouver la somme totale, qui est le résultat de la Regle. Je dis de même espece, parce qu'on ne doit pas ajouter des livres avec des écus, ou des sols avec des deniers confusément; mais les deniers avec les deniers, les sols avec les sols, les livres avec les livres, & ainsi des autres, comme il se verra dans l'exemple de l'Addition ci-dessous.

Exemple d'Addition en nombre entier.

Il est dû à un particulier les quatre sommes suivantes, savoir, 4354 liv. 345 liv. 48 liv. & 7 livres: on demande combien il lui est dû en tout. R. 4754 liv. qui lui sont dues. Pour ce faire, il faut poser les sommes à ajouter ci-dessus les unes sous les autres, de sorte que les nombres soient sous les nombres, les dixaines sous les dixaines, les centaines sous les centaines, &c. Cela fait, on commencera à nombrer tous les caractères de la premiere colonne à main droite, disant: Tant avec tant fait tant, qui est la maniere de parler de l'Addition comme 7 & 8 font 15, & 5 font 20, &c. comme il sera expliqué ci-après.

Opération.

	D	C	B	A	
Sommes particulieres	4	3	5	4	livres.
à ajouter		3	4	5	
			4	8	
				7	
Somme totale	4	7	5	4	livres.

Ayant ainsi posé les quatre sommes les unes sous les autres, il faut commencer à compter par la colonne A, disant de bas en haut, 7 & 8 font 15, & 5 font 20, & 4 font 24 : de 24 je pose le surplus des dixaines, savoir 4, & retiens les deux dixaines que je porte à la colonne B, disant : 2 & 4 font 6, & 4 font 10, & 5 font 15 : je pose 5, & retiens une dixaine, que je porte à la colonne C, disant 1 & 3 font 4, & 3 font 7 : je pose 7 sous la même colonne C, & ne retiens rien. Enfin, il se trouve seulement 4 dans la colonne D, que j'écris sous la même colonne D, ainsi des autres.

Il faut remarquer que faisant l'Addition de chaque colonne, si les dixaines se trouvent complettes, comme 10, 20, 30, 40, &c. il faut poser zéro dessous & retenir une dixaine, ou plus, s'il y échet, que l'on joindra à la colonne suivante, & ainsi de colonne en colonne, comme il se voit en l'exemple ci-dessous.

Question.

Dans une Armée, il y a des Soldats de quatre différentes Nations, comme ci-dessous ; on demande combien il y a de Soldats en tout.

Savoir,	4532	Soldats François.
plus	5327	Allemands.
plus	3459	Lorrains.
plus	682	Suisses.
[illegible]	14000	Soldats.

Ayant fait l'Addition, il est venu 14000 Soldats en tout, & c'est la réponse.

Exemple d'Addition composée de livres, sols & deniers.

Un particulier fait revue de ses comptes, & trouve qui lui est dû d'une part,

	C D B A			
Savoir,	2 3 3 4 liv.	17 s.	8 den.	on demande combien il lui est dû en tout.
plus	5 6 7 8	15	7	
plus	3 0 5	19	6	
plus	4 8	2	4	
plus	9	3	3	
Somme totale	8 3 7 6 liv.	18 s.	4 den.	qui lui sont dûs.

Ayant disposé les sommes particulieres comme ci-dessus, savoir les livres sous les livres, les sols sous les sols, & les deniers sous les deniers, on commencera à compter par la colonne des deniers, qui font 28 en leur total, qui valent 2 sols 4 deniers ; il faut poser les 4 deniers, & retenir les 2 sols, qu'il faut joindre à la premiere colonne des sols, où il se trouve 28 sols, desquels faut poser 8 sols & en retenir 2 dixaines, qu'il faut retenir pour les joindre à la seconde colonne des sols, disant : 2 dixaines retenues & 1 font 3, & 1 font 4, & 1 font 5 dixaines, ou 50 sols, qui valent 2 liv 10 s. je pose une dixaine qui vaut 10 s. derriere les 8 s. déjà posés, & retiens 2 liv. qu'il faut joindre à la prochaine colonne des livres, marquée A, disant : 2 livres que j'ai retenues & 9 font 11, & 8 font 19, & 6 font 24, & 8 font 32, & 4 font 36 ; je pose 6 & retiens 3 dixaines que je porte à la colonne B ; & continuant d'ajouter de même ordre de colonne en colonne jusqu'à la colonne D, comme il a été expliqué ci-devant, on trouvera que la somme

totale est 8376 livres 18 sols 4 deniers; ainsi des autres.

PREUVE DE L'ADDITION.

Avertissement sur la preuve des quatre Regles, que l'on appelle Preuve de 9.

Quoique l'Addition, Soustraction, Multiplication & Division, qui sont les quatre préceptes desquels on se sert pour faire toutes les Regles d'Arithmétique en nombres entiers, se doivent prouver par leur contraire; savoir, l'Addition par la Soustraction, & la Soustraction par l'Addition, la Multiplication par la Division, & la Division par la Multiplication; néanmoins il semble qu'il soit nécessaire en certaines choses de suivre l'usage & la pratique ancienne, & de se conformer en quelque façon au desir de ceux qui cherchent la facilité. C'est pourquoi je n'ai pas voulu négliger de donner l'explication de la preuve de l'Addition par 9, quoiqu'elle soit sujette à manquer, comme je ferai voir ci-après par raison évidente.

Enfuite de quoi j'expliquerai la preuve de la même Regle d'Addition, laquelle se fait par Soustraction.

Exemple d'Addition en nombres entiers pour la pratique de la preuve par 9.

	4457 liv.		On fera l'Ad-
Sommes à	3989	a	dition comme il
ajouter	707	——	a été enseigné
	97	2	ci-devant.
	40		
Somme totale	9290 liv.		

Explication de la preuve par 9.

Pour prouver l'Addition ci-dessus, il faut nommer tous les caracteres de chaque colonne, commençant à main gauche de haut en bas, ou de bas en haut indifféremment, & rejeter tous les 9;

à mesure qu'il s'en rencontre dans les nombres, soit en figure, soit en valeur, & à la fin poser sur une ligne le surplus de 9.

Ensuite il faut tirer la preuve de la somme totale, rejetant les 9 comme dessus; & si le surplus de 9 vient égal au premier reste posé sur ladite ligne, la somme totale de l'addition sera la véritable somme que l'on cherche, comme il se voit ci-dessus, où il reste 2 pour preuve, tant des sommes particulieres que de la somme totale; mais ce n'est qu'en tant que l'on peut estimer bonne la preuve par 9, parce qu'elle est sujette à manquer.

La raison est que si par malice, ou par mécompte, on met un 9 pour un zéro, ou, au contraire, que l'on change quelque caractere de place, tant aux sommes particulieres qu'à la somme totale, la preuve ne laisse pas de se trouver bonne, & néanmoins la Regle est fausse: au lieu, au contraire, que lorsque la preuve est fausse, la regle est fausse aussi, comme il se voit dans l'exemple ci-dessus, où la somme totale est 9290, laquelle étant supposée être 9920, si on en tire la preuve, elle se trouvera bonne, parce que le surplus de 9 est 2, comme ci-devant, & cependant la Regle seroit fausse.

Si, au contraire, on supposoit la somme totale de l'Addition ci-dessus être 9810, la preuve seroit fausse, & partant la Regle fausse aussi, & ainsi des autres Additions, tant en nombres entiers que de diverses especes, soit d'Addition, Soustraction, Multiplication ou Division. C'est pourquoi je ne vous conseille de vous en servir, que par supplément de la véritable preuve, laquelle se fait par le contraire, c'est-à-dire, par Soustraction.

Autre avertissement sur la preuve de l'Addition par 9.

Si les sommes particulieres à ajouter sont com-

posées de livres, sols & deniers, comme à l'exemple suivant, qui servira aussi pour expliquer la preuve de l'Addition par la Soustraction, alors on gardera le même ordre ci-dessus pour les livres, qui est de rejeter tous les 9 qui se trouveront; mais au lieu que l'on écrit tout simplement le surplus de 9 sur une ligne, quand il n'y a que des livres à ajouter ici dans l'Addition de livres, sols & deniers, après avoir tiré la preuve de tous les livres, il faut doubler le surplus de 9, s'il y en a, pour le joindre aux sols, desquels il faut tirer la preuve de même, & tripler le surplus de 9, s'il y en a, pour le joindre aux deniers, desquels il faut encore tirer la preuve, & viendra 2, qu'il faut écrire sur une ligne.

Enfin, il faut tirer la preuve de la somme totale en même raison; savoir, après avoir tiré la preuve de toutes les livres, de doubler le surplus de 9 pour le porter aux sols, & tripler le surplus de 9 aux sols pour le porter aux deniers, desquels ayant tiré la preuve, le surplus de 9, qui sera 2, se doit écrire sous la même ligne; desquels deux restes se trouvant égaux, on doit conclure que la Regle est bien faite, comme il se voit dans l'exemple ci-dessous, où la preuve des deniers de la somme totale se trouve égale à la preuve des deniers des sommes particulieres; savoir 2 & 2.

La raison pourquoi, après avoir tiré la preuve des livres, on double le surplus de 9 pour le joindre aux sols, c'est que chaque livre vaut 20 sols, & que la preuve de 20 est deux; comme aussi pourquoi, après avoir tiré la preuve des sols, on triple le surplus de 9 pour le porter aux deniers; c'est que chaque sol vaut 12 deniers, & que la preuve de 12, c'est-à-dire, le surplus de 9 est 3.

On observera le même ordre pour la preuve de la Soustraction, Multiplication, & Division, lorf-

qu'il y aura livres, sols & deniers, de doubler aux livres, tripler aux sols, & aux deniers écrire la preuve comme elle se trouvera, comme il vient d'être dit pour l'Addition ; c'est pourquoi l'explication ci-dessus servira pour la preuve par 9 des autres Regles, sans en donner d'autres raisons, sinon les précédentes.

Exemple d'Addition par livres, sols & deniers.

Un particulier est comptable des quatre sommes ci-dessous, on demande à combien se monte la somme totale.

	D C B A				
	2 3 4 5 liv.	15 f.	6 den.		
Sommes à ajouter	4 5 6 7	9	3	Preuve	2
	4 5 6	7	9	par 9	
	3 2 5	6	2		2
Somme totale	7 6 9 4 liv.	18	8 den.		
Preuve par la Soustraction.	1 1 1 1	1	0		

Ayant fait l'Addition ci-dessus, comme il a été enseigné ci-devant, il est venu pour somme totale 7694 livres 18 8 deniers.

Preuve de l'Addition par la Soustraction.

Pour faire la preuve de l'Addition ci-dessus par la Soustraction, il faut nouvellement ajouter les nombres de la colonne D ; on trouvera 6, qu'il faut ôter du 7 de la somme totale, & reste 1, qu'il faut écrire sous le même 7 ; ensuite ajoutant les nombres de la colonne, vient 15 qu'il faut ôter de 16, composés de l'unité ou dixaine restée, & du 6 qui est ensuite du 7 de la même somme totale, & reste 1, qu'il faut écrire sous le même 6. Ensuite, ajoutant les nombres de la colonne B, il se trouve 17, qu'il faut ôter de 19, composés de l'unité ou dixaine restée, & du 9 de la somme totale, & le

reste est 2 : puis ajoutant les nombres de la colonne A, il se trouve 23 qu'il faut ôter de 24, composés de deux unités ou dixaines restées & du 4 de la même somme totale, & reste 1, c'est-à-dire, 1 livre en cet endroit, qu'il faut compter pour 20 sols.

Ensuite nombrant les sols, on en trouve 37, qu'il faut ôter de 38, composés de la livre restée valant 20 sols, & des 18 sols de la somme totale, reste 1, c'est-à-dire, un sol en cet endroit, qui vaut 12 deniers.

Enfin, comptant tous les deniers, il se trouve 20 den. qu'il faut ôter de 20 den. composés du sol resté, valant 12 den. & des 8 den. de la somme totale, il ne reste rien, comme veut la regle ; partant il faut conclure que la véritable somme totale est de 7694 livres 16 sols 8 deniers.

Quand l'Addition n'est que de nombres entiers, comme d'hommes, de livres, écus, &c. il faut observer le même ordre que dessus ; & ôtant ce qui se trouve dans chaque colonne, de ce qui se trouve dessous à la somme totale, il ne doit rien rester à la derniere Soustraction ; autrement la Regle seroit fausse.

Si en l'Addition il y a (comme il arrive souvent dans les Livres de comptes) 25, 30, ou plus de sommes à ajouter ; comme ci-dessus, lors il les faut séparer de 6 en 6, ou de 8 en 8, selon la commodité de celui qui compte, & coter à part les produits de chaque somme séparée, pour les ajouter en une somme qui sera totale.

Exemple.

Somme à ajouter.
121 livres.
232
343
452
563
674—2385 Premier produit.

780
896
927
238
349
452—3647 Second produit.

563
624
755
836
947
358—4083 Troisieme produit.

Addition des trois produits.

2385 liv.
3647
4083

10115 l. Somme des trois produits.

Ayant séparé les sommes à ajouter de 6. en 6, & trouvé trois produits, comme il se voit, après les avoir ajoutés, il est venu 10115 livres pour somme totale de l'Addition entiere.

On voit par cet ordre que l'on peut ajouter quantité de sommes particulieres, sans intéresser la mémoire, & sans embarras.

Avertissement sur l'Addition, Soustraction, Multiplication & Division.

COMME il est nécessaire, outre l'Addition, Soustraction, Multiplication, & Division, par livres, sols & deniers, d'en faire faire d'autres, com-

me de la ℔ de poids & de ses parties, du marc de même, comme aussi de la toise, de la perche, & de leurs parties, &c. j'ai trouvé à propos de donner les Tables suivantes, par lesquelles on connoîtra la subdivision de chaque espece supérieure en ses parties inférieures prochaines.

Premiere Table, qui est des Monnoies.

La livre tournois vaut	20 s. tournois.
Le sol tournois	12 d. tournois.

L'écu d'or sol ou de banque vaut 3 liv. ou 60 sols.

2. *De la ℔ de poids, & du marc.*

La ℔ pour peser la soie se divise en	15 onces.
La ℔ marchande ou Douane se divise en	16 onces.
ou	2 marcs.
Le marc se divise en	8 onces.
L'once en	8 gros.
Le gros en trois deniers, ou	72 grains.
Le denier en	24 grains.

3. *De l'Aunage.*

L'aune se divise en 2 demi-aunes, en 4 quarts, en 8 huitiemes, en 16 seiziemes, &c.

Plus en 3 tiers, en 6 sixiemes, en 12 douziemes, &c.

4. *De la Toise.*

La toise se divise en	6 pieds de Roi.
Le pied en	12 pouces.
Le pouce en	12 lignes.
La ligne en	12 points.

5. *De l'Arpent.*

L'arpent contient 100 perches quarrées.

La perche anciennement se divisoit en 28 pieds; mais maintenant elle se divise selon la coutume des pays; savoir:

En quelques lieux, comme en la Prevôté & Vicomté de Paris, elle est de 18 pieds;

En d'autres, de 19, 20, 22, 24, &c.

Enfin, on se regle selon la coutume du pays, pour

la division de la perche en ses pieds.

La division du pied de Roi ne change jamais ; il est toujours de 12 pouces.

6. *Du Muid de sel, ou de bled.*

Le muid de sel ou de bled se divise en	12 setiers.
Le setier en	4 minots.
Le minot en demi & en quarts.	
Le quart en	16 litrons.
Le muid de bled contient aussi	12 setiers.
Le setier 2 mines ou	12 boisseaux.

7. *Du Muid de vin.*

Le muid de vin, mesure de Paris, contient 150 quartes ou 300 pintes, marc & lie, & 280 pintes de vin clair.

La quarte	2 pintes.
La pinte	2 chopines.
La chopine.	2 demi - setiers.

D'où s'ensuit que quand on voudra faire addition ou quelqu'autre opération, comme Soustraction, Multiplication ou Division concernant quelqu'une des susdites especes, comme de la ℔ de poids & de ses parties, on considérera, en matiere d'Addition, qu'il faut commencer à ajouter par les plus petites parties, par conséquent on commencera à compter par les gros, & pour 8 gros on retiendra une once, que l'on joindra aux onces, & le surplus de 8 gros ou de 16 gros, &c. sera écrit sous les mêmes gros ; pour 16 onces on retiendra une ℔, que l'on joindra aux ℔, & le surplus de 16 onces ou 32 onces sera écrit sous les mêmes onces ; puis nombrant les ℔ entieres, on trouvera la quantité requise.

De même, faisant addition du marc & de ses parties, on retiendra un denier pour 24 grains, pour 3 deniers un gros, pour 8 gros une once, & pour 8 onces un marc.

De même dans l'addition de la toise & de ses par-

ties on retiendra pour 12 points une ligne, pour 12 lignes un pouce, pour 12 pouces un pied, & pour 6 pieds une toise.

On observera le même dans l'Addition de quelqu'autre espece que ce soit.

Pour la pratique du discours ci-dessus, je donnerai les exemples suivants.

Addition de la ℔ de poids, onces & gros.

Nombres à	3 ℔	5 onces	8 gros:
ajouter	4	6	7
	8	4	3
Somme totale	16 ℔	0 onces	7 gros.

Addition du marc, onces, gros, &c.

Nombres à	4 marcs	3 onces	4 gros	1 d.	13 gr.
ajouter	3	5	6	2	7
	8	6	3	1	9
Somme totale	16 marcs	7 onces	6 gros	2 d.	5 gr.

Addition de la toise, pieds, pouces, &c.

	5 toises	4 pieds	9 pouces	7 lig.	3 p.
Nombres à	4	3	3	6	4
ajouter	5	4	3	2	3
	6	5	8	8	2
Somme totale	23	0	1	0	0

La preuve de ces Additions se doit faire par Soustraction, comme il a été enseigné pour la même preuve d'Addition par livres, sols & deniers, observant de réduire les especes supérieures procédant de la droite à la gauche en leurs inférieures prochaines, selon leur valeur, & faire la Soustraction d'espece en espece jusqu'à la fin, où il ne doit rien rester; autrement la regle seroit fausse.

SOUSTRACTION, II. REGLE.

Définition de la Soustraction.

SOUSTRAIRE est ôter un petit nombre d'un plus grand, pour trouver le reste qui est le résulat de la Regle.

Les deux premiers nombres doivent être demême espece, desquels le plus grand s'appelle la *dette*, & le moindre la *paie*.

Il faut poser l'un sous l'autre; savoir, la paie sous la dette, selon l'ordre de la numération, & une ligne dessous.

Cela fait, pour trouver le reste que l'on cherche, il faut ôter ou lever les figures inférieures des figures supérieures de colonne en colonne l'une après l'autre, commençant la Soustraction à main droite, & finissant à la gauche: disant ainsi: Qui de tant ôte tant, reste tant, qui sont les termes de parler de la Soustraction; comme qui de 7 ôte 2, reste 5.

Si, dans une même colonne, les figures de la paie & de la dette se trouvent égales, comme s'il se trouvoit 5 à la dette & 5 au-dessous de la paie, il faudroit dire: Qui de 5 ôte 5 reste rien, & pour exprimer ce rien, il faut souscrire un zéro sous le 5.

Si la figure supérieure de la dette est plus grande que la figure de la paie qui lui correspond, ayant fait la Soustraction, il faut écrire le surplus au-dessous. Si elle est moindre, il faut emprunter une dixaine sur la figure précédente significative, laquelle dixaine sera jointe à la figure pour laquelle on a emprunté, posant un point sous la figure où l'em-

prunt s'est fait, pour marque de diminution d'un, puis soustraire l'un de l'autre, selon l'ordre de la Soustraction.

On remarquera qu'aux nombres entiers, si on emprunte pour un zéro, le zéro vaudra 10, & si on emprunte derriere un ou plusieurs zéros, chaque zéro vaudra 9, comme il se veira dans l'exemple ci dessous, où sont pratiquées toutes les observations décrites ci-dessus.

Exemples de Soustraction en nombre entiers.

Quelqu'un est comptable au Roi de la somme de 50009245 ; sur quoi il a fait dépense de 16043742, on demande de combien il est redevable.

Opération de la Regle.

	H G F E D C B A
	. . . .
Dette	5 0 0 0 9 2 4 5
Paie	1 6 0 4 5 7 4 2
Reste à payer	3 3 9 6 3 5 0 3

Explication de la Regle.

Ayant ainsi posé les deux sommes l'une sur l'autre ; savoir, la paie sous la dette, & une ligne dessous, je commence à soustraire par la colonne A, disant : Qui de 5 paie 2, reste 3, que j'écris au-dessous de la ligne & de la même colonne A.

Ensuite passant à la colonne B, je dis : Qui de 4 paie 4, il ne reste rien ; j'écris zéro de suite sous le 4.

Je passe à la colonne C, disant : Qui de 2 paie 7, cela ne se peut ; j'emprunte une dixaine sur le 9 prochain de la colonne D., que j'ajoute au même 2, puis je dis : qui de 12 paie 7, reste 5.

Ensuite le 9 de la colonne D ne valant plus que 8,

à cause de l'emprunt, je dis: qui de 8 paie 5 reste 3.

Ensuite de quoi je passe à la colonne E, disant: Qui de zéro paie 4, cela ne se peut; j'emprunte une dixaine sur le 5 de la colonne H, puis je dis: Qui de 10 paie 4, reste 6.

Ensuite, à cause de l'emprunt qui a été fait derriere le zéro de la colonne G, ce même zéro vaut 9; je dis donc: Qui de 9 paie zéro ou rien, reste 9 que j'écris.

Continuant, je compte le zéro de la colonne G pour 9 aussi-bien que le zéro de la colonne F, & je dis: Qui de 9 paie 6, reste 3.

Enfin passant au 5 de la colonne H, réduit à 4 à cause de l'emprunt, je dis: Qui de 4 paie 1, reste 3, d'où je conclus qu'il reste à payer 33963503.

C'est tout ce qui se peut dire pour l'art de soustraire les nombres entiers, ou simples especes, les uns des autres.

Preuve de Soustraction par l'Addition.

Comme l'Addition précédente se prouve par son contraire, qui est la Soustraction, de même il faut prouver la Soustraction par son contraire, qui est l'Addition.

Exemple.

Quelqu'un doit 30020 livres, & il en paie comptant 12789 livres, on demande ce qu'il doit de reste.

Faites l'opération de la soustraction suivante, comme il vient d'être enseigné.

Dette	30020 liv.
Paie	12789
Reste à payer	17231
Preuve	30020 liv.

Pour

Pour faire la preuve de cette Souſtraction, & généralement de toutes les autres, il faut ajouter la paie avec le reſte à payer; & la ſomme de l'Addition doit être égale à la dette: c'eſt la preuve.

Le même ordre doit s'obſerver pour la preuve de la Souſtraction, ſoit qu'il y ait des livres, ſols & deniers à ſouſtraire de livres, ſols & deniers, ou autres eſpeces; comme marcs, onces, gros, &c. à ſouſtraire de marcs, onces, gros, &c. comme auſſi toiſes, pieds, pouces à ſouſtraire de toiſes, pieds, pouces.

Si les deux ſommes, c'eſt-à-dire, la dette & la paie, ou une des deux ſeulement, la dette ou la paie, ſont composées de quelques ſous-eſpeces, comme de livres, ſols & deniers, on commencera à ſouſtraire les deniers les uns des autres, s'il ſe peut, & des deniers on paſſera aux ſols, que l'on ſouſtrait de même les uns des autres.

On remarquera que quand on emprunte pour les deniers, l'emprunt doit être toujours d'un ſol, que l'on doit compter pour 12 deniers, qu'il faut joindre aux deniers, ſoit qu'il y ait des ſols à la colonne des ſols ou non: & l'emprunt pour les ſols eſt toujours d'une livre ou 20 ſols, que l'on prend ſur la premiere figure ſignificative des livres. On opérera au ſurplus pour les entiers, comme il vient d'être enſeigné ci-devant.

Exemple de Souſtraction par livres, ſols & deniers.

Dette	427 livres	15 ſols	9 deniers.
Paie	195	7	5
Reſte	232	8	4

Autre Exemple de Souſtraction, où il faudra emprunter ſur les ſols pour les deniers, & ſur les livres pour les ſols.

Dette	78 liv.	2 ſols	5 den.	2
Paie	35	9	7	Preuve par 9 —
Reſte	42 liv.	12 ſols	10 den.	Voyez l'explication ci-deſſous.

Explication de la Regle de Souſtraction ci-deſſus, & de la preuve par 9.

Ayant diſpoſé la Regle; ſavoir, la paie ſous la dette, il faut dire: Qui de 5 deniers paie 7 deniers, cela ne ſe peut; j'emprunte un ſol ſur les deux ſols de la dette, qui vaut 12 deniers, avec 5 font 17; puis je dis: Qui de 17 deniers paie 7 deniers, reſte 10 deniers, que j'écris ſous la ligne en la colonne des deniers.

Enſuite paſſant aux ſols, il faut dire: Qui d'un ſol qui reſte en paie 9, cela ne ſe peut; j'emprunte une livre ſur les 8 livres de dette, qui vaut vingt ſols, avec un reſté font 21; puis je dis: Qui de 21 ſols paie 9 ſols, reſte 12 ſols, que j'écris ſous la ligne en la colonne des ſols.

Je continue aux livres, diſant: Qui de 7 livres qui reſtent paie 5, reſte 2 livres; puis qui de 7 paie 3, reſte 4 livres; & l'opération ainſi achevée, il ſe trouve pour reſte à payer 42 livres 12 ſols 10 deniers, comme il ſe voit ci-deſſus; ainſi des autres.

La preuve ſe fait par l'Addition, comme il a été enſeigné ci-deſſus aux nombres entiers; ſavoir, en ajoutant 35 livres 9 ſols 7 deniers, qui eſt la paie, avec 42 livres 12 ſols 10 deniers, qui eſt le reſte, leſquelles deux ſommes font juſte une ſomme égale à la dette: c'eſt la preuve.

Preuve par 9 de la même Regle de Soustraction ci-dessus.

* Comme j'ai expliqué la preuve par 9 en l'Addition, j'ai jugé à propos de l'expliquer aussi en la Soustraction.

Elle se fait ainsi. Il faut tirer la preuve de la dette; savoir, en rejetant tout les 9 qui se rencontrent, & doublant le surplus de 9 aux livres pour le porter aux sols, & triplant le surplus de 9 aux sols pour le porter aux deniers; & tirant la preuve des deniers, il faut écrire sur une petite ligne le surplus de 9, comme en l'exemple ci-dessus, où il s'est trouvé 2.

Cela fait, il faut tirer la preuve de la paie & du reste confusément, en doublant de même aux livres le surplus de 9 pour passer aux sols, triplant aux sols pour passer aux deniers, où l'on doit trouver 2 pour preuve, comme à la dette, si la Regle est bien faite, d'autant que la paie & le reste composant par leur Addition pareille somme à la dette, elles doivent aussi produire même nombre pour la preuve.

Avertissement.

S'il arrive qu'en l'ordre des sols & deniers de la dette il n'y ait que des zéros, & qu'il y ait des sols & des deniers à la paie, alors on empruntera une livre sur le premier caractere figuratif des livres, & de cette livre valant 20 sols, on en prendra 1 sol qui vaut 12 deniers, & restera 19 sols au rang des sols, que l'on gardera dans la mémoire, ou que l'on écrira; puis on fera la soustraction à l'ordinaire, comme il se voit ci-dessous.

Exemple.

		19	12
Dette	741 livres	0 sols	0 deniers.
Paie	532	9	7
Reste	212 livres	10 sols	5 d. ainsi des autres.

Autres divers exemples de Soustraction.

De la ℔ de poids,
Du Marc, } & de leurs parties.
De la Toise,

Pour l'opération de ces Regles, on observera l'emprunt, lorsqu'il en faudra faire, selon la subdivision de chaque entier ou espece en ces parties.

Exemple de Soustraction de la livre de poids.

Quelqu'un a acheté 32 livres de sucre, & on lui en a livré 13 liv. 12 onces, 7 gros; on demande ce qui reste à lui livrer.

.. *Opération.*

Acheté	32 livres	00 onces	0 gros
Livré	13	12	7
Reste à livrer	18 livres	3 onces	1 gros.

Il faut noter qu'en faisant la soustraction de l'autre part, si on emprunte un gros sur les livres, par cet emprunt il faut faire valoir le zéro des onces 15 onces.

Exemple de Soustraction du Marc.

Quelqu'un a acheté 24 marcs de vaisselle d'argent, & on lui en a fourni 17 marcs 3 onces 5 gros & 1 denier; on demande ce qui lui est dû de reste.

Acheté	24 marcs	0 onces	0 gros	0 deniers.
Livré	17	3	5	1
Reste à livrer	6 marcs	4 onces	2 gros	2 deniers.

Si on emprunte pour les deniers sur les marcs, alor au lieu du zéro des onces on comptera 7 onces s

au lieu du zéro des gros, on comptera 7 gros ; & pour les deniers l'emprunt vaudra 3 deniers.

Exemple de la Soustraction de la Toise.

Un Entrepreneur a entrepris de faire 14 toises 2 pieds 3 lignes de travail, dont il a fait 7 toises 5 pieds 9 pouces 9 lignes ; on demande combien il reste de toises & parties de toises à faire de son ouvrage.

Travail à faire	14 toises	2 pieds	0 pouces	3 lignes.
Travail fait	7	5	9	9
Reste à faire	6 toises	2 pieds	2 pouces	9 lignes;

ainsi des autres.

La preuve de toutes ces Regles de Soustraction se fait par l'Addition, comme il a été enseigné pour la Soustraction par livres, sols & deniers ; savoir, en ajoutant la deuxieme ligne avec la troisieme, la somme desdites deux lignes doit être égale à la premiere ligne.

Question sur la soustraction.

Une rente a été constituée le 15 Juillet 1651, & on la veut racheter le douzieme Octobre 1663 ; on demande combien il est dû d'années d'arrérages.

Pour faire cette Regle, il faut poser 1662, & la portion de 1663, qui est 9 mois 12 jours, & ensuite poser 1650 au-dessous, avec la portion de 1651, qui est 6 mois 15 jours ; puis faire la Soustraction à l'ordinaire, réduisant, s'il est besoin pour faire ladite Soustraction, l'année en 12 mois, & le mois de même, selon ce qu'il est de jours en sa valeur.

Opération.

Jours du rachat	1662 ans	9 mois	12 jours.
Jour de la constitution	1650	6	15
Arrérages	12 ans	2 mois	27 jours.

Ayant fait la Souſtraction, il s'eſt trouvé 12 années 2 mois & 27 jours d'arrérages qui ſont dûs.

MULTIPLICATION. III. REGLE.

Définition de la Multiplication.

MULTIPLIER, c'eſt trouver un nombre qui contienne autant de fois le nombre à multiplier qu'il y a d'unités au multiplicateur. Son uſage eſt de trouver par la valeur d'une aune de marchandiſe la valeur de pluſieurs aunes ; comme ſi on diſoit, une aune de drap vaut 9 livres, par la Multiplication on trouvera combien 24 aunes vaudront au même prix.

Cette opération contient trois nombres de différente dénomination : le premier deſquels s'appelle multiplicande ou nombre à multiplier ; le ſecond s'appelle multiplicateur, & le troiſieme que l'on cherche s'appelle produit, qui eſt le réſultat de la Regle.

Pour opérer dans la multiplication, il faut commencer à multiplier par les figures à main droite, & finir à la gauche ; mais auparavant que de donner aucun exemple d'icelle, il eſt néceſſaire de faire précéder le livret, ou la *Table de Multiplication*, qu'il faut ſavoir par cœur pour bien pratiquer, non-ſeulement la Multiplication, mais auſſi la Diviſion, étant certain que nul ne peut être bon chiffreur, s'il ne ſait ſon livret par cœur, & que d'icelui dépend tout l'artifice de bien chiffrer.

Table de Multiplication.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
11	22	33	44	55	66	77	88	99	110	121	132
12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144

Usage de la Table.

Cette Table sert pour trouver le produit de deux nombres multipliés l'un par l'autre.

Comme, par exemple, si on veut trouver le produit de 7 multiplié par 9, il faut chercher 7 dans la premiere colonne, qui commence par 1, puis multipliant ce 7 par le 9 de la premiere ligne, on dira 7 fois 9 sont 63, que l'on trouvera à la colonne vis-à-vis du 7, & ainsi des autres.

Exemple de Multiplication, où le multiplicateur est d'une seule figure.

On veut savoir que coûteront 47 aunes de toile à raison de 6 livres l'aune.

Pour faire cette Regle, je pose 47, nombre à multiplier, & sous icelui, à main droite, j'écris 6, multiplicateur, comme il se voit par la disposition des nombres.

	47	aunes. Nombre à multiplier.
	6	livres. Multiplicateur.
Produit	282	livres.

Explication de cette Regle.

Ayant disposé, comme il se voit, le nombre à multiplier 47, & posé sous icelui 6 multiplicateur, pour trouver le produit, je dis: 6 fois 7 font 42, je pose 2 sous 6, & retiens 4 dixaines; après je dis, 6 fois 4 font 24, & 4 que j'ai retenus font 28; je pose 28 en reculant à main gauche; partant il vient 282 livres au produit, & autant coûteront les 47 aunes à 6 livres l'aune.

Exemple, où le multiplicateur est de deux figures.

On veut savoir combien valent 456 pieces de vin à raison de 38 livres le muid.

Pour faire cette Regle, je pose le nombre à multiplier 456, & 38 multiplicateur au-dessous, comme il se voit.

Muids	456	
à	38	le muid.
	3648	
	1368	
Produit	17328	livres.

Ayant ainsi disposé les nombres, je dis: 8 fois 6 font 48, je pose 8 & retiens 4: Ensuite 8 fois 5 font 40, & 4 que j'ai retenus font 44; je pose 4 &

retiens 4 : Enfin 8 fois 4 font 32, & 4 que j'ai retenus font 36 ; je pose 36, comme il se voit par l'opération.

Cela fait, je passe à la seconde figure du multiplicateur qui est 3, par lequel je multiplie encore 456 de même ordre, disant : 3 fois 6 font 18 ; je pose 8 sous le même 3, en reculant d'un degré, & retiens 1 : Ensuite 3 fois 5 font 15, & 1 que j'ai retenu font 16 ; je pose 6 & retiens 1 : Enfin 3 fois 4 font 12, & 1 que j'ai retenu font 13 ; lesquels j'écris selon leur ordre.

Les Multiplications étant ainsi faites, j'ai fait Addition des deux produits, & il s'est trouvé 17328 livres pour le produit total, & autant coûteront lesdites 456 pieces de vin à la raison dite de 38 liv. le muid : ainsi des autres.

Et si le multiplicateur contient trois ou plus de figures, il faut observer le même ordre qu'à deux figures, c'est-à-dire, de reculer le produit de chaque figure d'un degré.

Preuve de la Multiplication par 9.

Cette Regle, comme les précédentes, doit se prouver par son contraire ; mais attendu que je n'ai pas encore expliqué la Division, qui est le contraire de la Multiplication, je me servirai par supplément de la preuve de 9, laquelle se fait ainsi.

Remarquez que c'est la preuve de la Multiplication suivante que j'explique, où le nombre à multiplier est 706, le multiplicateur 57, & le produit 40242.

Il faut faire une croix, puis tirer la preuve de 706, dont le surplus de 9 est 4, qu'il faut poser au haut de la croix.

Ensuite il faut tirer la preuve de 57, & écrire le surplus de 9, qui est 3, au bas de la croix.

Cela fait, il faut multiplier ces deux restes l'un par l'autre ; savoir, 4 par 3 vient 12 ; dont le sur-

plus de 9 eſt 3, qu'il faut écrire au côté gauche de la croix. Enfin, il faut tirer la preuve de 40242 qui eſt le produit, & écrire le ſurplus de 9, qui ſera auſſi 3, au bras droit de la même croix; d'où l'on conclut que la Regle eſt bien faite, d'autant qu'il faut que le quatrieme reſte que l'on trouve ſoit égal au troiſieme que l'on a poſé.

Et c'eſt une regle générale pour la preuve par 9 de toutes les Regles de Multiplications & Diviſions qui ſuivront.

Exemple de la Multiplication pour la pratique de la preuve par 9.

A 57 livres l'arpent de terre, combien 706 arpents.

Opération.

	706 Arpents à multiplier	
Par	57 Livres.	Preuve par 9
	4942	4
	3530	3 X 3
	40242 Produit.	3

On remarquera en paſſant, que quoique la preuve ci-deſſus par 9 ſe trouve bonne, néanmoins il eſt poſſible que la Regle ſoit fauſſe pour les raiſons enſeignées ci-devant, en expliquant la preuve de l'Addition pag. 9, *page* 13.

Preuve de la Multiplication par la Diviſion.

Voyez la page 48.

S'il arrive qu'il y ait des zéros au multiplicateur, comme ſi on veut multiplier 567 par 200, on poſera 567, & 200 deſſous, en ſorte que le 2 de 200, ſoit ſous le 7, & les deux zéros avancés ; parce qu'il n'y a qu'à les poſer ſimplement au produit, ſans multiplier, d'autant que le zéro ne multiplie ni ne diviſe; puis multiplier 567 par 2, comme ci-après.

Operation.

567	Multiplicande.
200	Multiplicateur.
113400	Produit.

Et s'il y a des zéros, tant au nombre à multiplier qu'au multiplicateur, il faut multiplier les figures significatives l'une par l'autre, comme il a été enseigné, puis ajouter au produit tous les zéros, tant du multiplicande que du multiplicateur, & ce qui viendra sera le produit total de la Multiplication. Exemple, si on veut multiplier 45700 par 3500, on fera comme il se voit par l'opération ci-dessous.

45700	Multiplicande.
3500	Multiplicateur.
2285	
1371	
159950000	Produit. Ainsi des autres.

Abréviation pour la Multiplication en nombres entiers.

QUAND on voudra multiplier quelque nombre par 10, il faut poser un zéro au-devant du nombre proposé, & la multiplication sera faite.

Comme si on veut savoir combien valent 37 aunes, à 10 livres l'aune, posez un zéro à la suite de 37, il viendra 370 livres pour la valeur requise.

Si on veut multiplier par 100, il faut poser deux zéros à la suite du nombre à multiplier, & la Multiplication sera faite.

Si on veut multiplier par 1000, il faut poser trois zéros à la suite du nombre proposé, &c.

Voyez pour le surplus les abréviations de la Multiplication.

Usage de la Multiplication.

L'USAGE de la Multiplication est de trouver par le prix d'une chose la valeur de plusieurs en telle espece que l'on a multiplié. Par exemple, si on a multiplié par livres, il viendra des livres au produit; si on a multiplié par des sols, il viendra des sols; si c'est par deniers, il viendra des deniers; ainsi des autres.

Comme si on demandoit la valeur de 25 aunes de drap ou serge, à raison de 9 livres l'aune, on voit qu'en multipliant 25 aunes par 9 livres, il viendra 225 livres au produit pour la valeur desdites 25 aunes, comme il se voit par l'opération ci-dessous.

	25	aunes.
à	9	livres l'aune.
Produit	225	livres pour la valeur requise.

La Multiplication sert aussi pour réduire une grande espece, soit de monnoie, de poids, de mesure, &c. en autre moindre, pareillement les ans en mois, & les mois en jours, &c. afin de savoir combien une quantité de ces grandes especes en contient de moindres, comme les livres les réduire en sols, les sols en deniers, les toises en pieds, les pieds en pouces, &c. les jours en heures, les heures en minutes.

Pour ce faire, généralement parlant, il faut multiplier la qualité de la grande espece par le nombre selon lequel elle contient la moindre; par exemple, si je veux réduire des livres en sols, je multiplie le nombre des livres par 20 sols, valeur de la livre; 12 sols en deniers, je multiplie le nombre des sols par des deniers, valeur d'un sol, ainsi des autres. De ces réductions il en sera parlé amplement ci-après.

Question sur la Multiplication.

On demande combien 16 ans contiennent de jours ; comptant 365 jours pour chaque année, avec la quatrieme partie d'un jour d'augmentation sur chaque année, à cause du bissexte qui arrive de quatre ans en quatre ans.

Multipliez 365 jours par 16 ans, & ajoutez la quatrieme partie de 16 au produit, à cause des quarts de jours, le produit total sera 5844.

Opération.

365 jours à multiplier.
par 16 ans.

2190
365
4 jours ajoutés pour le quart de jour.

5844 produit ou nombre de jours requis.

La Multiplication sert encore en l'arpentage ou mesure des terres, comme aussi au toisé.

Exemple.

Etant donné la longueur & la largeur d'une piece de terre quarrée, si on multiplie la longueur par la largeur, on aura la superficie totale, c'est-à-dire, que si ce sont des toises, la Multiplication donnera au produit des toises en superficie ; si ce sont des pieds, on aura des pieds.

Exemple.

Une piece de terre a 48 toises de longueur, & 17 toises de largeur ; multipliant 48 par 17, il viendra 816 toises quarrées pour la superficie de la piece de terre.

Opération.

	48 toises de longueur à multiplier
par	17 toises de longueur.
	336
	48

Produit 816 toises quarrées pour la superficie.

Autre Exemple.

Si un mur a 56 toises de long & 3 toises de haut, on demande combien il contient de toises quarrées.

Il faut multiplier la longueur 56 par la hauteur 3, & le produit sera 168, c'est-à-dire, 168 toises quarrées pour le contenu dudit mur. Faites l'opération comme il a été enseigné.

Autre Exemple.

On demande la quantité de pavés qu'il faut pour paver une salle: connoissant le nombre qu'il en faut de long, & le nombre de large: Supposé qu'il faille 52 pavés pour la longueur, & 32 pour la largeur, on demande combien il en faut en tout. Il faut multiplier 52 par 32, & il viendra au produit 1664 pour le nombre requis de pavés.

Autre Exemple.

On veut tapisser une salle, qui a seize aunes de tour en dedans, & quatre aunes de hauteur; on demande combien il faut d'aunes de tapisseries en quarré pour tapisser ladite salle: il faut multiplier 16 aunes par 4 aunes, & il viendra 64 c'est-à-dire, 64 aunes de tapisserie qu'il faut pour tapisser cette salle.

On peut à l'infini donner des exemples de Multiplication, pour en faire voir plus amplement l'usage & l'utilité; mais je me contenterai en cet endroit des exemples ci-dessus, renvoyant pour le surplus aux pages suivantes, où je proposerai diverses questions sur la Multiplication concernant les finances & la marchandise.

Avertissement pour la multiplication & Division par livres, sols & deniers.

Comme la Multiplication par les parties aliquotes, tant de 20 sols que de 12 deniers, comme aussi par les parties du marc, de la toise, &c. ne se peut clairement expliquer sans l'intelligence de la Division, parce que multiplier un nombre par une partie aliquote de quelque entier, comme par 5 sols, qui est le quart de 20 sols, c'est autant que de diviser ce même nombre par 4, ou par 6, si la partie aliquote est un sixieme, ou par tel autre nombre que l'on voudra; ainsi la Division des mêmes entiers & de leurs parties ne se peut trouver par la Multiplication, sans aucune connoissance réciproque d'icelle en toute son étendue, tant en entiers qu'en fractions. C'est pourquoi, pour trouver un milieu, & faciliter la connoissance de tous les deux, je me contenterai ici de ce que je viens de dire touchant la Multiplication en nombres entiers, renvoyant pour le surplus aux pages suivantes, où je commencerai d'expliquer la Multiplication par les parties aliquotes, sur laquelle je m'étendrai beaucoup, comme étant la regle la plus nécessaire & la plus usitée dans le Commerce, & en quelque façon celle que j'estime la plus difficile à entendre entre les communes, pour la diversité des proportions qui se peuvent former sur icelles touchant la finance & la marchandise.

Pour la Division en nombres entiers, j'expliquerai seulement ci-après comment il faut la faire; sans donner l'explication d'icelle; vous la trouverez amplement pratiquée sous le titre de Division par livres, sols & deniers, & autres sous-especes, appliquée à quantité de questions concernant aussi les finances & la marchandise.

DIVISION. IV. REGLE.

AVANT que de commencer l'explication de cette Regle, je me suis trouvé obligé de vous donner un avertissement du dessein que j'ai pris touchant la méthode de diviser pour toutes les opérations de division qui se trouveront à faire dans toute l'étendue de mon Arithmétique : je vous dirai même, que comme les Livres se trouvent entre les mains de différentes personnes, il faudroit qu'ils fussent composés différemment, particuliérement à l'égard de la Division ; ainsi, par cette raison de plaire à un chacun, les uns voulant chiffrer ou diviser à la Françoise, les autres à l'Espagnole, d'autres à l'Italienne ; afin de contenter les curieux, particuliérement ceux qui aiment la diversité, après avoir expliqué la Division à la Françoise, je vous expliquerai ensuite succinctement la Division à l'Espagnole, puis après celle à l'Italienne, lesquelles trois manieres de diviser produisent un même effet. Et pour satisfaire davantage votre curiosité, & vous faire voir la différence de ces trois méthodes de diviser, vous verrez ensuite un exemple de Division en nombres entiers, pratiqué premiérement à la Françoise, puis après à l'Espagnole, & ensuite à l'Italienne ; d'où vous connoîtrez la différence qu'il y a entre ces trois méthodes, desquelles vous choisirez celle qui vous agréera le plus, après les avoir expliquées toutes trois. Et d'autant que je trouve que la Division à l'Espagnole est la plus facile à pratiquer, comme je l'éprouve ordinairement par l'expérience que je fais tous les jours, je m'en servirai dans toutes les propositions où il sera besoin de se servir de la Division.

Définition de la Division.

Diviser ou partager, c'est séparer un nombre en autant de parties égales qu'il y a d'unités au diviseur.

Ou autrement, diviser un nombre par un autre, c'est chercher combien de fois le diviseur est contenu dans le nombre à diviser.

Cette Regle contient trois nombres de différente dénomination; le premier desquels s'appelle dividende, ou nombre à diviser; le second s'appelle diviseur; & le troisieme que l'on cherche s'appelle quotient, qui est le résultat de la Regle.

Comme si on vouloit diviser 36 livres à quatre personnes; c'est séparer 36 livres en 4 parties égales, l'une desquelles est 9, & ainsi 36 sera appellé nombre à diviser, 4 le diviseur; & 9 le quotient, & il ne reste rien, parce que 9 fois 4 font 36 juste.

Cette Regle, au contraire des trois précédentes, se commence à main gauche, & finit en continuant à la droite; elle se fait ainsi. Il faut disposer le nombre à diviser, & sous icelui écrire le diviseur, & former un demi-cercle au-devant en cette sorte.

Somme à diviser 36 (barré)
——— (9 quotient
Diviseur 4 (barré)

Autre Exemple.

Je veux diviser 8785 par 5, j'écris 5 diviseur, sous 8 premier caractere du nombre à diviser, vers la main gauche; mais il faut remarquer que si au lieu de 8 il y avoit 4, il eût fallu mettre le diviseur 5 sous le 7 suivant: ce que l'on observera en toute autre division.

Il faut encore remarquer qu'autant de fois que l'on pose le diviseur, ce sont autant d'opérations de la division que l'on fait, & partant il y aura autant de figures au quotient.

Premiere opération.

3
8785
———(1
5

Ayant ainsi disposé les nombres, il faut s'enquerir combien il y a de fois 6 dans 8 ; on trouve qu'il est 1 fois, que l'on écrira au bout de la somme à diviser, & au-devant du demi-cercle; puis on multipliera le quotient par le diviseur, disant 1 fois 5 est 5, ôter 8 reste 3, qu'il faut écrire sur 8.

Pour seconde opération, il faut avancer le 5 diviseur sous le 7 suivant du nombre à diviser.

Seconde opération.

32
8785
———(17
55

Ensuite on prendra le 3 restant pour 30 avec le 7 suivant font 37; puis on dira, en 37 combien de fois 5, il s'y trouve 7 fois, que l'on écrira au quotient ensuite de 1 déjà posé; puis multipliant le quotient par le diviseur, on dira 7 fois 5 font 35, ôtés de 37 reste 2, que l'on écrira au-dessus du 7.

On continuera d'avancer le diviseur sous chacun des caracteres du nombre à diviser, & opérer comme dessus, ainsi qu'il se voit par l'opération entiere de la Regle, & il viendra au quotient 1757 livres, c'est-à-dire, que si on vouloit partager 8785 livres à 5 personnes, chacun auroit pour sa part 1757 livres.

Opération entiere de la Regle.

323
8785
———(1757 quotient
5555

On fera de même quand on voudra diviser par une seule figure, comme par 2 ou par 3, ou par 4, ou par 6, &c.

Il faut remarquer que cette maniere de diviser tout au long par une figure, n'est qu'à l'égard de ceux qui commencent d'apprendre la division ; car

pour ceux qui sont tant soit peu versés dans icelle, & qui la savent, s'ils divisent quelque nombre par une seule figure, comme par 2, ils n'ont qu'à tirer la moitié de ce nombre, & cette moitié sera le quotient; s'ils divisent par 3, ils tireront le tiers, par 4 le quart, &c.

Avant que de continuer l'explication de la Division, il est nécessaire de faire quelques observations sur icelle.

1. D'avancer le Diviseur, lorsque la premiere figure du nombre à diviser sera moindre que la premiere figure du diviseur.

2. D'avancer le diviseur d'un degré autant de fois que chaque opération sera achevée, soit qu'il soit composé de 2, 3, ou plus de figures, & opérer selon l'explication ci-devant.

3. Que le quotient de chaque opération ne peut être 10 ni plus, mais seulement, 9, & au-dessous, parce que de tous les éléments des nombres, 9 est le plus grand.

4. Il faut que le reste d'une Division, s'il y en a, soit toujours moindre que le diviseur, autrement la Division est mal faite, & c'est une marque que l'on n'a pas assez posé au quotient; c'est pourquoi il faut recommencer la Division.

Autre Exemple de Division, dont le diviseur est composé de deux figures.

Quand le diviseur est de deux figures, comme si on vouloit diviser 13824 livres à 32 personnes, il faut poser le diviseur 32 au-dessous de 13824, nombre à diviser, en avançant d'un degré le diviseur 32, comme il se voit par l'opération.

```
   10
  13824
 -------- (4
   32
```

Les nombres étant ainsi disposés, il faut demander combien de fois le diviseur 32 est contenu dans le nombre supérieur 13824; mais parce que la mémoire seroit trop surchar-

gée, il faut ſeulement demander combien de fois le premier caractere du diviſeur, qui eſt 3, eſt contenu dans 13, & voyant qu'il eſt 4 fois, il faut poſer 4 au quotient, puis multiplier le quotient 4 par le diviſeur 32, diſant: 4 fois 3 font 12, qu'il faut ôter de 13, reſte 1, que l'on écrira ſur le 3 de 13: enſuite 4 fois 2 font 8, qu'il faut ôter de 8 & reſte 0, que l'on poſera au-deſſus du 8, obſervant de barrer ou trancher les figures, tant du diviſeur que du nombre à diviſer, à meſure qu'elles ſont acquittées.

Pour ſeconde opération il faut avancer le diviſeur 32 d'un dégré; ſavoir, 3 ſous 8, & 2 ſous la figure d'après, comme ci-deſſous.

```
   1
  106
 13824
 ------ (43
  322
   3
```

Le diviſeur étant ainſi avancé, on cherchera combien il y a de fois 3 dans 10; on voit qu'il y eſt trois fois, c'eſt pourquoi il faut poſer 3 au quotient enſuite du 4 déjà poſé; puis multiplier le même diviſeur 32 par ce quotient qui eſt 3, comme auparavant, diſant: 3 fois 3 font 9, ôtés de 10 reſte 1, qui vaudra 10, étant joint au 2 ſuivant, & ce feront douze; puis dire, 3 fois 2 font 6, qui de 12 ôte 6 reſte 6.

Enfin, il faut avancer le diviſeur 32, ſous le nombre reſtant; ſavoir, le 3 ſous le 6, & le 2 ſous le 4, & achever l'opération comme ci-deſſous.

```
   1
  106
 13824
 ------ (432
  3222
   33
```

Le diviſeur étant ainſi poſé, comme il ſe voit ci à côté, on parachevra la Diviſion, diſant comme ci-deſſus: En 6 combien de fois 3; il y eſt 2 fois; on poſera 2 au quotient; puis on dira: 2 fois 3 font 6, ôtés de 6 il ne reſte rien; puis 2 fois 2 font 4, ôtés de 4 reſte rien, & ainſi le quotient eſt 432; on obſervera le même dans les autres Diviſions.

Autre Exemple de Division, dont le Diviseur est composé de trois figures.

Et s'il y avoit davantage de figures au diviseur, il faudroit observer le même ordre : par exemple, s'il étoit question de diviser 6754 à 357 personnes, pour savoir combien il appartient à chacun.

Ayant disposé la somme à diviser ci-dessus, & posé le diviseur au-dessous, comme il se voit ci-après, on dira en 675 combien de fois 357, ou plutôt en 6 combien de fois 3 ; on sait qu'il y est 2 fois naturellement ; mais auparavant que d'écrire le 2 au quotient, il faut raisonner en soi-même, disant : Si je multiplie ce 2 par le 3 du diviseur, il viendra 6, & ne restera rien ; de plus, si je multiplie le 5 du diviseur par le même 2 posé au quotient, il viendra 10, & il n'y a que 7 de reste au-dessus, par conséquent c'est trop de poser 2 : on écrira donc 1 au quotient, comme il se voit par l'opération, puis multipliant le quotient par le diviseur, on dira une fois 3 est 3, ôtés de 6 reste 3, que l'on posera sur le 6 ; puis une fois 5 est 5, ôtés de 7 reste 2 que l'on écrira au-dessus de 7 ; pareillement une fois 7 est 7, ôtés de 5 qui est au-dessus de 7, cela ne se peut ; on empruntera une dixaine sur le 2 de la colonne prochaine à main gauche, laquelle dixaine jointe avec le 5, ce feront 15 ; puis on dira : qui de 15 ôte 7 reste 8, que l'on écrira sur le 5 ; & parce que l'on a emprunté 1 de 2, ce même 2 est réduit à 1, que l'on écrira au-dessus de 2.

```
 1
 328
 6754
 ------( 1
 357
```

Ensuite on avancera le diviseur d'une figure à l'égard du diviseur premierement posé, puis on dira : en 3184 combien de fois 357 ; mais d'autant qu'il est trop difficile de le dire par jugement, à cause du grand nombre, pour aider la mémoire, & faciliter la

connoissance du quotient, on dira en 31 combien de fois 3 : on voit que naturellement il est 10 fois mais comme on ne peut mettre au quotient que 9 supposant donc neuf dans son esprit, en le posant à l'écart, sans l'écrire au quotient, jusqu'à ce que l'on ait examiné s'il peut y entrer, on multipliera la premiere figure du diviseur, qui est 3, par ce 9 supposé; il viendra 27 au produit, qui ôtés de 31, reste 4 à écrire sur 1 de 31 : on continuera de multiplier la seconde figure du diviseur 5 par le quotient 9, disant : 9 fois 5 font 45, qui ôtés de 48, reste 3 à écrire sur 8. Enfin on dira, 9 fois 7 font 63, qui ne peuvent être ôtés de 34 qui restent; & partant on voit que c'est trop de mettre 9, parce que 9 fois 357, diviseur, font plus que 3184 restant à diviser; on posera donc moins, c'est-à-dire 8, & encore faut-il voir s'il y entrera par l'ordre ci-dessus expliqué, & opérant *

Seconde & derniere opération.

3
7
1
3288
6784
——— (18, & reste 328 qui ne se peut diviser, c'est-à-dire, $\frac{328}{357}$.
3577
38

*Ainsi qu'il vient d'être enseigné, il viendra 18 pour véritable quotient de la Division, & restera 328 de telle chose que l'on aura divisée, qu'il faudra écrire sur une ligne, & le diviseur 357 au-dessous, & ce reste est appellé Fraction, de laquelle il sera parlé ci-après dans le Traité des Fractions, ou bien lorsque je traiterai de la Division par livres,

sols & deniers, où je rapporterai ce même exemple.

Preuve de la Division.

La Division, aussi-bien que les trois autres Regles précédentes, se prouve en deux façons; savoir, par la preuve de 9, & par la Multiplication qui est son contraire, & la plus assurée.

Et premiérement de la preuve par 9.

La preuve de la Division se fait ainsi. Après avoir fait une croix, on commencera à compter par le diviseur, comme dans la Regle ci-dessus, où le diviseur est 357, & dire 3 & 5 font 8, & 7 font 15; desquels rejetant 9, le reste est 6, que l'on écrit au haut de la croix: de-là on passe au quotient qui est 18, disant: 1 & 8 font 9, dont la preuve est zéro, qui sera posé au bas de la même croix; puis il faut multiplier les deux preuves l'une par l'autre, disant: 6 fois zéro est zéro: il faut remarquer que s'il n'y avoit rien de reste à la Division, il faudroit écrire zéro au bras gauche de ladite croix. Mais à cause qu'il y a 328 de reste à la Division, il en faut tirer la preuve, & le surplus de 9 se trouve 4, que l'on doit écrire audit bras gauche de la croix au lieu du zéro, observant toujours de rechercher le reste de la Division, s'il y en a, pour en tirer la preuve. Enfin il faut tirer la preuve de 6754, nombre à diviser, & le surplus de 9 est 4, qu'il faut écrire à l'autre bras de la croix; & comme les deux restes du bras gauche & du bras droit de la croix se trouvent égaux, la Division est estimée bien faite, comme il se voit par l'opération ci-dessus. On fera de même pour la preuve par 9 des autres Divisions en nombres entiers.

De la preuve de la Division par la Multiplication.

Pour faire la preuve de la Division ci-dessus, & généralement de toutes les Divisions, il faut multiplier le quotient d'icelle par le diviseur, ou le diviseur par le quotient indifféremment, & ajoutant le

reste de la Division, s'il y en a, la somme viendra égale au nombre à diviser, si la Regle est bien faite; si elle vient autrement, la Regle est fausse.

Opération de la preuve de la Division ci-dessus.

	357	diviseur à multiplier
Par	18	quotient.
	2856	
	357	
	328	reste de la Division.

Produit 6754 qui est le nombre que l'on a divisé, & c'est la preuve. Ainsi des autres.

Preuve de la Multiplication en nombre entier par la Division.

Ayant fait la Multiplication ci-dessus, il faut diviser le produit d'icelle par le nombre à multiplier, & il viendra au quotient le multiplicateur.

Ou si on divise le produit par le multiplicateur, il viendra au quotient le nombre à multiplier, comme il se voit par les opérations suivantes, tant de Multiplication que de Division.

Exemple de la Multiplication.

On veut multiplier 706 par 57.

Opération.

Nombre à multiplier.	706	4
Multiplicateur.	57	824
		*40242
	4942	(57 preuve.
	3530	7066
		70
Produit	40242*	

Cette Regle de Multiplication a été opérée, page 34, & je l'ai répétée ici pour en faire voir la preuve.

Deuxieme

Deuxieme méthode de diviſer, nommée à l'Eſpagnole, plus facile que la précédente.

AYANT bien entendu l'explication ci-deſſus pour l'opération de la Diviſion, ſelon la méthode à la Françoiſe, il ſera bien facile d'entendre comment il faut opérer par cette ſeconde, laquelle ne differe point de la précédente pour la prévoyance & la poſition des figures du quotient. Elle ſe fait ainſi : il faut diſpoſer les figures du diviſeur ſous le nombre à diviſer, comme il a été enſeigné, & chercher de même façon combien de fois le diviſeur eſt contenu dans le nombre à diviſer, & poſer au quotient, pour chaque opération, la figure qui exprime la quantité de fois que le diviſeur eſt contenu dans le dividende ſupérieur, comme il ſe voit par l'opération ci-deſſus.

Exemple.

On veut diviſer 6754 livres à 357 perſonnes; on demande combien chacune aura pour ſa part.

	318	
Somme à diviſer	6754	(1 quotient.
Diviſeur	357	

La ſomme à diviſer étant ainſi poſée, & le diviſeur au-deſſous, il faut voir combien de fois 3 eſt contenu en 6 : on voit qu'il y eſt 2 fois naturellement, mais qu'il n'y peut entrer qu'une fois, parce que 2 fois 357 ſont plus que 675 qui ſont deſſus ; il faut donc poſer 1 au quotient.

Le quotient 1 étant ainſi poſé, on dira, en rétrogradant de la droite à la gauche, ſelon l'ordre de la Multiplication, 1 fois 7 eſt 7 ; qui de 5 ôte 7, cela ne ſe peut ; mais qui de 15 ôte 7, il reſte 8, que j'é-

cris sur le 5, lequel nombre de 15 est composé d'une dixaine empruntée sur la colonne prochaine, & du 5, on dira donc, je retiens une dixaine.

Ensuite il faut dire, 1 fois 5 est 5, & une dixaine empruntée font 6; qui de 7 ôte six, il reste 1, que j'écris sur 7.

Enfin je dis, 1 fois 3 est 3; qui de 6 ôte 3, il reste 3.

Seconde opération.

La premiere opération étant ainsi achevée: on écrira le diviseur 357 à l'ordinaire, sous le nombre à diviser, en avançant d'un degré, & le 3 du diviseur se rencontrera sous 1 de 31.

Puis cherchant combien de fois 3 sont contenus dans 31, on voit qu'ils y sont dix fois naturellement, mais qu'ils ne peuvent y entrer que 8 fois, comme il a été examiné ci-devant: il faut donc poser 8 au quotient*,

32
3188
6714
(18 quotient. Reste 328.
3577
35

* ensuite de la figure 1 déjà posée; puis multipliant 357 par le quotient 8, selon l'ordre de la Multiplication, on dira, 8 fois 7 font 56, ôtés de 64, composés de 4 supérieur, & de 6 dixaines que l'on emprunte dans son esprit sur le degré suivant, reste 8, qu'il faut écrire au-dessus de 4, & on retiendra dans la mémoire les 6 dixaines empruntées, pour les rendre & ajouter au produit de la Multiplication suivante.

Ensuite on dira, 8 fois 5 font 40, & les 6 dixaines retenues font 46, ôtés de 48, composés de 8 supérieur, & de 4 dixaines que l'on emprunte sur le degré suivant, reste 2, qu'il faut écrire sur 8, & retenir les 4 dixaines empruntées.

Enfin on dira, 8 fois 3 font 24, & les 4 dixaines retenues font 28, ôtés de 31 qui sont au-dessus,

reste 3, que l'on écrira sur 1 de 31, & partant le reste sera 328, comme par la méthode à la Françoise ci-devant, lequel reste sera écrit sur une ligne, & seront $\frac{328}{357}$, ou 328 livres, qui ne se peuvent pas diviser par 357, que l'on réduira en sols, &c. comme il se verra lorsque je traiterai de la division par livres, sols & deniers.

Troisieme méthode de Division, nommée à l'Italienne.

CETTE troisieme méthode de diviser ne differe en rien des deux précédentes, quant à la prévoyance qu'il faut garder pour la position du quotient; car quoique le diviseur ne soit pas mis directement sous le nombre à diviser, comme ci-devant, & qu'il soit mis à l'écart, en un tel endroit que l'on voudra, comme il se voit dans l'exemple ci-dessous, de 6754 à diviser par 357, dont j'ai fait ci-devant l'opération en deux façons, il faut néanmoins savoir à chaque opération combien de fois le diviseur est contenu dans le nombre supérieur à diviser.

Comme dans l'exemple dont je me sers à présent; il faut savoir combien il y a de fois 357 dans 675; ayant trouvé qu'il y est une fois, il faut poser 1 au quotient, puis multipliant le diviseur 357 par cet 1, vient 357, qu'il faut écrire sous 675, & le soustraire; le reste est 318, que l'on écrit sous 357.

Pour seconde opération il faut abaisser le 4 du nombre à diviser, & le poser à la suite de 318, il vient 3184, & après savoir combien de fois le diviseur 357 est contenu dans 3184, disant, en 31 combien de fois 3, on trouve qu'il y est 8 fois; on posera donc 8 au quotient: ensuite multipliant 357 par 8, il vient 2856, que l'on écrit au-dessous de 3184, puis ôtant l'un de l'autre, le reste est 328, qui se

se peuvent diviser, comme il a été prouvé ci-devant. S'il y avoit davantage de figures, on continueroit à diviser de même ordre, abaissant pour chaque opération une figure des nombres à diviser.

Si l'on faisoit la réduction des livres restantes en sols, & de sols en deniers, & que l'on en voulût faire la Division, on garderoit le même ordre à l'égard de la division.

Preuve de la Division de l'autre part.

Pour preuve, il faut ajouter le reste de 328 avec les figures barrées au-dessus, & viendra la somme à diviser.

Opération de l'exemple de la Division ci-dessus, où il a été proposé de diviser 6754 par 357.

Somme à diviser	6754 (18 quotient
Diviseur	357
Otez	357 de 6754
Reste	3184
Otez	2856 de 3184
Reste	328 à diviser, ainsi des autres.



Divers exemples de Division, dont l'opération se fera de différentes manieres.

Premier exemple.

On veut diviser 898108 par 999.

Premiere opération, à la Françoise.

```
     8
    198
    979
    0888
  176997
  898108
  ------- ( 899 & reste 7
  99999
   999
    9
```

Même opération à l'Espagnole.

```
    997
  898108
  ------- ( 899 reste 7
   99999
    999
     9
```

Même opération que les précédentes, à l'Italienne.

```
Nombre à diviser   898108 ( 899 quotient.
Diviseur 999       7991
                    9890
                   8991
                    8998
                    8991
                       7
```

Autre exemple de Division, pratiquée à la Françoise & à l'Espagnole.

On veut diviser 19999100007 par 99999.

Opération à la Françoise.

```
          2 2
          9 3
          0 2 2
        2 8 2 9
        9 9 3 0
        0 0 2 8 2
      2 8 8 2 9 9
      9 9 9 3 0 0
      0 0 0 2 8 8 2
    2 8 8 8 2 9 9 9
    9 9 9 9 2 8 8 8 2
    0 0 0 0 2 9 9 9 9
  1 9 9 9 9 1 0 0 0 0 7
  ---------------------   ( 199993 quotient.
  9 9 9 9 9 9 9 9 9 9
    9 9 9 9 9 9 9 9
      9 9 9 9 9 9
        9 9 9 9
          9 9
```

Opération à l'Espagnole.

```
        2 9 9 9 9
  1 9 9 9 9 1 0 0 0 0 7
  ---------------------   ( 199993 quotient.
  9 9 9 9 9 9 9 9 9 9
    9 9 9 9 9 9 9 9
      9 9 9 9 9 9
        9 9 9 9
          9 9
```

Par les opérations de Division ci-dessus, chacun

peut juger de la briéveté ou facilité, & choisir pour son usage la méthode qui lui sera plus facile ; pour moi, comme j'ai déjà dit ci-devant, je me servirai toujours de celle que j'appelle à l'Espagnole.

Remarques sur la Division.

Quand on divise par un nombre qui a un ou plusieurs zéros à la fin, il faut poser icelui, ou iceux, s'il y en a plusieurs, sous les derniers caracteres du nombre à diviser, & faire la division par les autres caracteres significatifs, jusqu'à ce que l'on ait rejoint les zéros, comme en cet exemple.

47688
——— (à diviser par 400
4 00

Et s'il y a des zéros, tant au nombre à diviser qu'au diviseur, on retranchera autant de zéros de l'un que de l'autre ; puis divisant le reste de l'un par le reste de l'autre, on aura même quotient que si on avoit divisé le tout par le tout, comme en l'exemple suivant de 45000 à diviser par 300.

Exemple.

45000 à diviser par 300.
C'est autant que de diviser 450 par 3 : ainsi des autres.

Abréviation sur la Division.

Toute division se peut abréger selon la nature du diviseur.

Comme si on veut diviser quelque nombre que ce soit par 10, il n'y a qu'à retrancher la derniere figure du nombre à diviser à main droite, & le reste à main gauche est le quotient requis.

Comme si on vouloit savoir combien 270 liv. valent de pistoles à 10 livres piece, il faut diviser 270 par 10, ce qui se fait en retranchant le zéro de 270 ; & restera 27 pour le quotient, c'est-à-dire, 27 pistoles.

Si on divise par 100, on retranchera les deux dernieres figures du nombre à diviser à main droite, & les autres seront le quotient, laquelle division par

100 se pratiquera lorsque je traiterai de la Regle de profit ou perte.

Si on divise par 1000, on retranchera les trois dernieres figures du nombre à diviser, & le reste sera le quotient; laquelle division se pratiquera lorsque je traiterai des marchandises qui se vendent au millier.

Il y a une autre méthode de diviser en abréviation, lorsque le diviseur est composé de parties aliquotes, dont il sera parlé ci-après, ensuite de la division par livres, sols & deniers.

Des propriétés de la Division.

LA Division, au contraire de la Multiplication, sert pour réduire les moindres especes en plus grandes, comme pour réduire des deniers en sols, des sols en livres, des livres en écus de 60 sols, des pouces en pieds, des pieds en toises, &c. lesquelles réductions se verront en leur lieu.

Si la grandeur ou la superficie d'une piece de terre rectangulaire étoit donnée par la longueur d'icelle, si on veut savoir la largeur, on la trouvera en divisant la superficie donnée par la longueur.

Par exemple, si un champ de terre avoit 144 toises ou perches quarrées en superficie, & que la longueur fût de 16 toises ou perches, il faudroit diviser 144 par 16, & le quotient seroit 9, c'est-à-dire 9 toises ou perches pour la largeur de ladite piece de terre.

De même s'il étoit proposé un nombre d'hommes à mettre en bataillon, & que le nombre de la file fût donné pour avoir le nombre des hommes du front, il faudroit diviser le nombre total des hommes par ceux de la file, & le quotient donneroit le nombre des hommes du front.

Comme s'il y avoit 576 hommes à ranger en bataillon, & que l'on ne voulût que la file de 12 hommes, il faudroit diviser 576 par 12, & le quotient seroit 48 pour le nombre des hommes du front.

Usage de la Division.

La Division sert pour trouver par le prix de plusieurs choses la valeur d'une.

Comme si on disoit, une piece de toile de 49 aunes a coûté 196 livres pour tous frais; on demande combien vaut l'aune ? Il faut diviser 196 livres par 49 aunes, & il viendra 4 livres pour la valeur de l'aune.

De plus, si par le prix d'une piece on divise quelque somme, le quotient de la Division donnera le nombre de pieces valant ladite somme, comme il se verra lorsque je traiterai du bordereau du paiement par Division.

La Division sert, outre ce que je viens de dire, pour réduire de petites especes en de plus grandes, selon la Table ci-dessous.

TABLE.

*qui divise
- *Des deniers par 12 viennent sols, ou par 240 viennent livres.
- Des sols par 20 viennent livres.
- Des grains par 24 viennent deniers de marc.
- Des deniers par trois viennent gros.
- Des gros par 8 viennent onces.
- Des onces par 8 viennent marcs.
- Ou des onces par 16 viennent * de poids.

Ou des onces par 15 viennent aussi ℔ de poids.
qui divise { Des points par 12 viennent lignes.
Des lignes par 12 viennent pouces.
Des pouces par 12 viennent pieds.
Des pieds par 6 viennent toises, &c.

L'usage de cette Table est expliqué ensuite de la Division par livres, sols & deniers.

TRAITÉ

DES FRACTIONS.

APRÈS avoir amplement expliqué l'Addition, Soustraction, Multiplication, & Division en nombres entiers, il est nécessaire à present de donner l'intelligence des quatre mêmes opérations en nombres rompus ou en Fractions, d'autant que par le moyen d'icelles on peut résoudre les plus difficiles questions d'Arithmétique, excepté celles où il faut se servir d'un grand Art, qui est l'Algebre : c'est pourquoi je me suis résolu d'en donner un ample Traité, dans lequel je tâcherai de découvrir aux curieux tous les moyens de les comprendre.

Pour donc commencer, je dirai, pour définition, que ce que l'on appelle Fraction, n'est autre chose qu'une ou plusieurs parties de quelque entier; comme 5 sols, qui est le quart de 20 sols, 15 sols les trois quarts, &c.

Les Fractions sont de deux sortes : arithmétiques & vulgaires.

Les Fractions arithmétiques sont celles qui sont exprimées par les parties de l'unité, & qu'on peut

appliquer à nombrer quelque chose que ce soit : comme les parties d'un sol, d'une livre, d'une aune, &c.

Les Fractions vulgaires sont les parties de quelque entier qui est dans l'usage, comme 4 sols, qui sont le cinquieme de 20 sols ; ou 2 pieds, qui est le tiers de la toise, ainsi des autres.

La Fraction arithmétique, qui est celle de laquelle j'entends parler dans ce Traité, vient ensuite d'une Division, ou bien elle est proposée, selon qu'il est besoin, dans quelque opération, & s'écrit par deux nombres que l'on écrit l'un sous l'autre, & une ligne entre deux, comme $\frac{3}{4}$, qui signifient trois quarts, desquels celui de dessus est appellé Numérateur, qui dénote les parties de l'entier, & celui qui est dessous est appellé Dénominateur, qui montre en combien de parties l'entier est divisé, comme il se voit par la démonstration qui suit.

3 Numérateur.
——— } ou trois entiers à diviser par 4.
4 Dénominateur.

De même $\frac{3}{7}$, qui signifient trois septiemes parties, telles que le tout est divisé en 7, comme 3 livres, 3 écus, 3 pistoles à diviser par 7.

Les Fractions se peuvent rencontrer en trois diverses façons ; ou lorsque le Numérateur est plus grand que le Dénominateur, ou lorsqu'il est égal, ou plus petit.

Si le Numérateur est plus grand que le Dénominateur, la Fraction vaut plus que l'entier, comme $\frac{5}{4}$, qui sont plus que l'entier d'un quart.

S'il est égal, la Fraction vaut juste l'entier, comme $\frac{4}{4}$.

Enfin, si le Numérateur est plus petit que le Dénominateur, la Fraction vaut moins que l'entier, comme $\frac{3}{4}$; ainsi des autres.

Il faut remarquer que le Dénominateur en fraction

repréſente toujours l'entier; tellement que quand la fraction ſera grande, comme $\frac{77}{8}$, pour ſavoir combien ce ſont d'entiers, il faut diviſer le Numérateur 77 par le Dénominateur 8, & il viendra 9 au quotient, c'eſt-à-dire 9 entiers : & reſtera 5 à diviſer par 8, c'eſt à-dire $\frac{5}{8}$, & le tout ſera 9 entiers & $\frac{5}{8}$ parties de telle choſe que l'on voudra diviſer, ſoit d'écus, de livres, de toiſes, de perches, &c. Mais en matieres de fractions, & de tant que l'on en voudra, il n'y a que le dernier Dénominateur qui vaille un entier, comme ſi on demande quels ſont les $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4}$ de $\frac{5}{6}$ d'un écus de 60 ſols, on multipliera les Numérateurs 2, 3 & 5 entr'eux l'un par l'autre, ſavoir 2 par 3 vient 6, & 6 par 5 vient 30 que l'on poſera pour Numérateur; enſuite l'on multipliera les Dénominateurs 3, 4 & 6 continuement; ſavoir 3 par 4 viendra 12, & 12 par 6 viendra 72, que l'on poſera pour Dénominateur au-deſſous de 30, & la fraction ſera $\frac{30}{72}$ parties d'un écu : Quant à l'évaluation des fractions, j'en parlerai ci-après.

Ayant dit ces choſes de la Fraction arithmétique, il convient de paſſer à l'explication des quatre Regles d'Addition, de Souſtraction, Multiplication & Diviſion, ayant préalablement fait voir quelques réductions qui ſervent auxdites Regles, leſquelles réductions ſont ſpécifiées ci-deſſous.

1. Réduire une grande fraction à une moindre.
2. Réduire des entiers en une fraction de telle dénomination que l'on voudra.
3. Etant donné entiers & fractions, réduire tout en une même fraction.
4. Etant donné une fraction, de laquelle le Numérateur ſoit plus grand que le Dénominateur, la réduire en entiers & fractions, s'il y échet.
5. Etant donné deux ou plus de fractions, les réduire en même dénomination.

Premiere Réduction.

ETANT donné une grande fraction, la réduire en une moindre dénomination.

Réduire à moindre dénomination, c'est trouver de plus petits nombres que ceux par lesquels la fraction proposée est exprimée, & qui fasse la même valeur, puisque les nombres qui sont en même raison font les fractions égales, & qu'il est plus facile d'opérer par une petite fraction que par une grande. Par exemple, $\frac{9}{12}$ sont égaux à $\frac{3}{4}$ auxquels ils sont réduits, comme vous le verrez ci-après.

Pour opérer en cette réduction, l'une est tâtonneuse à ceux qui ne connoissent point la puissance des nombres, mais prompte à ceux qui la connoissent; l'autre est par une doctrine certaine & infaillible: je les expliquerai toutes deux.

Exemple.

Soit proposée la fraction $\frac{9}{12}$ à réduire à plus petite dénomination.

Il faut trouver un nombre par lequel on puisse diviser le Numérateur 9, & le Dénominateur 12 en même-temps sans reste.

Pour faire cette réduction, je trouve que 3 peut servir de diviseur à 9 & à 12; car prenant le tiers de 9, vient 3; prenant aussi le tiers de 12, vient 4, que je pose l'un sous l'autre en fraction, & ce sont $\frac{3}{4}$ égaux à $\frac{9}{12}$, ainsi des autres.

Mais si les nombres de la fraction proposée sont si grands que l'on ne puisse pas les réduire tout-d'un-coup à la plus petite dénomination requise, comme dans l'exemple ci-dessous, alors on se servira de plusieurs divisions continuées, comme dans l'exemple suivant.

Exemple.

La fraction $\frac{96}{144}$ est proposée à réduire à plus petite dénomination ; je regarde par quel nombre je pourrai diviser le numératateur & le dénominateur en même-temps, exactement sans reste, comme par 2, 3, 4 6, &c. enfin par quelque nombre que je le puisse faire, pourvu qu'il ne reste rien.

La premiere division étant faite de deux quotients, j'en forme une autre fraction, puis je considere si le numérateur & le dénominateur de cette seconde fraction peuvent être encore divisés par un même nombre sans reste. Cette seconde division faite des quotients, j'en forme encore une autre fraction, & ainsi de suite, jusqu'à ce que j'aie trouvé une fraction de laquelle le numérateur & le dénominateur ne puissent plus être divisés par un même nombre, car alors ce sera la plus petite dénomination requise.

Construction de la réduction $\frac{96}{144}$ à plus petits nombres.

Pour la faire, je divise 96 par 4, il vient 24 ; je divise aussi 144 par 4, il vient 36, c'est-à-dire $\frac{24}{36}$.

Je divise encore 24 par 4, il vient 6, & 36 aussi par 4, il vient 9, & ce sont $\frac{6}{9}$.

Enfin, je divise 6 par 3, il vient 2, & 9 aussi par 3 il vient 3, c'est-à-dire $\frac{2}{3}$ pour les plus petits nombres faisant une fraction égale à $\frac{96}{144}$, comme il se voit ci-dessous par l'opération.

$\frac{96}{144}$ $\frac{24}{36}$ $\frac{6}{9}$ $\frac{2}{3}$ égaux à $\frac{96}{144}$.

Preuve de la Réduction d'une grande fraction à une plus petite qui lui soit égale.

Pour preuve qu'une grande fraction est égale à une petite, en laquelle elle est réduite, ou qu'une petite est égale à une grande.

Il faut toujours diviser le numérateur de la grande fraction par le numérateur de la petite, viendra un nombre.

Il faut aussi diviser le dénominateur de la grande fraction par le dénominateur de la petite, & viendra le même nombre.

Comme dans l'exemple de $\frac{96}{144}$ que nous avons réduits à $\frac{2}{3}$ si on divise 96 par 2, viendra 48.

Si on divise pareillement 144 par 3, viendra 48 comme dessus, ce qui dénote l'égalité, qu'il y a entre $\frac{96}{144}$ & $\frac{2}{3}$, ainsi des autres, & c'est la preuve.

Pour faire mieux connoître la raison de la preuve ci-dessus de la réduction de $\frac{96}{144}$ à $\frac{2}{3}$, je dirai que le même quotient qui se trouve en divisant 96 par 2, & 144 par 3, est la même chose que si on vouloit diviser 96 liv. à 144 personnes, parce que chacune auroit autant pour sa part que si on vouloit partager 2 liv. à trois personnes; savoir 13 f. 4 den. qui sont les deux tiers de 20, & partant on doit s'assurer que la preuve ci-dessus est générale & infaillible, pour voir s'il y a égalité de valeur entre deux fractions, dont l'une est connue, & l'autre ne l'est pas, comme il se verra dans les regles de l'Addition, Soustraction, Multiplication & Division en fractions, ci-après, où il sera souvent nécessaire de prouver l'égalité des deux fractions.

La réduction de la fraction $\frac{96}{144}$ ci-dessus, se peut faire d'une autre façon, ainsi que je l'ai dit ci-devant: il faut diviser le dénominateur 144 par le numérateur 96, viendra 1 au quotient, & restera 48: & sans avoir égard au quotient, il faut diviser le diviseur 96 par le reste, qui est 48, viendra 2 au quotient, & ne reste rien; d'où s'ensuit que 96 & 144 se peuvent diviser chacun par 48, dernier diviseur: tellement que divisant 96, par 48, il vient 2: divisant aussi 144 par le même 48, il vient 3, puis posant les deux quotients 2 & 3 l'un sur l'autre, vient $\frac{2}{3}$, égaux à $\frac{96}{144}$ comme ci-dessus.

Avertissement sur la réduction des Fractions.

Il arrive souvent que, quoique les nombres qui

expriment la fraction soient très-grands, il est néanmoins impossible de réduire la fraction à plus petite dénomination, parce que les nombres, quoique grands, ne peuvent pas être divisés en même-temps par un même diviseur sans reste.

Exemple.

$\frac{13}{48}$ sont proposés à réduire à plus petite dénomination : on voit que 48 peuvent se diviser par 2, par 3, par 4, &c. il n'importe ; mais 13 ne peuvent se diviser par aucun de ces nombres, ni par 2, ni par 3, ni par 4 ; enfin, ils ne peuvent se diviser par aucun diviseur, sans qu'il y ait du reste ; c'est pourquoi il faut que la fraction $\frac{13}{48}$ demeure en mêmes termes qu'elle est exprimée.

Autre Exemple.

$\frac{25}{144}$ est encore une fraction qui ne peut pas se réduire à plus petite dénomination ; car 25 peuvent être divisés par 5, mais 144 ne le peuvent pas être ; 144 peuvent être divisés par 4, & 25 ne le peuvent pas être, tellement qu'il faut que la fraction demeure en tels termes qu'elle est proposée.

Preuve.

Et pour prouver qu'une fraction comme $\frac{25}{144}$, ci-dessus proposée, ne se peut réduire à plus petite dénomination,

Divisez le dénominateur 144 par le numérateur 25, il viendra 5 au quotient, & restera 19 à diviser par 25, c'est à-dire $\frac{19}{25}$.

Ensuite divisez 25 par 19, il viendra 1 au quotient, & restera 6, c'est à dire $\frac{6}{19}$.

Divisez encore 19 par 6, il viendra 3, & restera 1, qui est une marque que la fraction ne peut se réduire à plus petits termes.

La raison est que toute fraction de laquelle le numérateur & le dénominateur n'ont point de commune mesure, sinon l'unité, est en plus petits termes qu'elle se puisse exprimer.

Opération de la Division.

```
 19          6          1
144         18         15
———— ( 5   ———— ( 1   ———— ( 3
 28         15          6
```

Seconde Réduction.

ETANT donné un ou plusieurs entiers, les réduire en telle dénomination que l'on voudra.

Il faut multiplier l'entier ou les entiers par le dénominateur demandé, & mettre le produit sur une ligne pour numérateur, & le dénominateur au-dessous, & la fraction sera la réponse.

Exemple.

On veut réduire 3 entiers en une fraction qui ait 6 pour dénominateur ; c'est comme si on disoit :

On demande combien trois aunes contiennent de sixiémes.

Pour faire cette réduction, multipliez les aunes par 6, viendra 18, qu'il faut écrire sur une ligne pour numérateur de la fraction, & le 6 au-dessous pour dénominateur, & on aura $\frac{18}{6}$ égaux à 3 entiers, ou 3 aunes.

Pour preuve, divisez le numérateur 18 par le dénominateur 6, il viendra 3 au quotient, c'est-à-dire 3 entiers, ou 3 aunes, &c.

Troisieme Réduction.

ETANT donné entiers & fractions, réduire tout en une même fraction.

Il faut multiplier les entiers par le dénominateur de la fraction, & ajouter au produit le numérateur de la même fraction, la somme sera le numérateur

de la fraction totale, & le dénominateur sera le dénominateur de la fraction proposée.

Exemple.

On peut réduire $5\frac{2}{3}$ en même fraction, c'est-à-dire en tiers, puisque le dénominateur de la fraction est 3 : pour faire cela, je multiplie 5 par 3, vient 15, auxquels ajoutant 2, numérateur des $\frac{2}{3}$, vient 17, qu'il faut écrire pour numérateur de la fraction demandée, & mettre pour le dénominateur le 3 de la fraction proposée, & on aura $\frac{17}{3}$ égaux à $5\frac{2}{3}$.

Pour preuve, divisez le numérateur 17 par le dénominateur 3, il viendra 5 au quotient, c'est-à-dire 5 entiers, & restera 2 à diviser par 3, c'est-à-dire, $\frac{2}{3}$, & le tout sera $\frac{17}{3}$, comme il est requis.

Quatrieme Réduction.

ETANT donné un nombre rompu plus grand que l'unité, le réduire en tiers & fractions, s'il y échet.

Il faut diviser le numérateur de la fraction par son dénominateur, & le quotient donnera des entiers; s'il reste quelque chose, ce sera le numérateur d'une fraction, qui aura même dénomination que le dénominateur premier.

Exemple.

La fraction $\frac{55}{12}$ est proposée; on demande combien ce sont d'entiers; il faut diviser 55 par 12, il viendra 4 au quotient, qui sont 4 entiers, & reste 7, lesquels étant écrits sur le dénominateur 12, font $\frac{7}{12}$, tellement que la fraction $\frac{55}{12}$ vaut 4 entiers & $\frac{7}{12}$.

Pour preuve, multipliez les 4 entiers par 12, dénominateur des $\frac{7}{12}$, il viendra 48, auxquels vous ajouterez 7, & ce seront $\frac{55}{12}$ comme il est requis.

Cinquieme Réduction.

ETANT donné deux ou plus de fractions, les réduire en même dénomination.

Cette opération de réduction est une des principales pour le maniement des nombres rompus ou fractions; car deux ou plus de fractions ne se peuvent ajouter, soustraire ni diviser, si elles ne sont de même dénomination.

Quand il n'y a que deux fractions à réduire en même dénomination, comme $\frac{2}{3}$ & $\frac{3}{4}$, si l'on veut avoir le numérateur particulier de chaque fraction, eu égard au dénominateur commun, il faut multiplier en croix le numérateur de l'une par le dénominateur de l'autre réciproquement, & poser les deux produits au-dessus des deux fractions, puis, pour avoir le dénominateur commun, il faut multiplier les deux dénominateurs l'un par l'autre, & le produit sera le dénominateur commun.

Par exemple, si on veut réduire $\frac{2}{3}$ & $\frac{3}{4}$ en même dénomination, on les posera comme il se voit ci-derriere en croix; cela fait, on multipliera 2, numérateur de $\frac{2}{3}$, par 4, dénominateur des $\frac{3}{4}$; le produit est 8, que l'on posera au-dessus des $\frac{2}{3}$.

Ensuite on multipliera le 3, numérateur des $\frac{3}{4}$, par 3, dénominateur des $\frac{2}{3}$; il viendra 9, que l'on posera au-dessus des $\frac{3}{4}$; puis multipliant les deux dénominateu 3 & 4 entr'eux, le produit est 12, qu'il faut écrire au-dessous des deux fractions pour dénominateur commun, comme il se voit par l'opération.

8 9

$\frac{2}{3}$ X $\frac{3}{4}$

12

Ayant fait l'opération ci-à-côté, o trouve que les $\frac{2}{3}$ sont convertis en $\frac{8}{12}$, & les $\frac{3}{4}$ en $\frac{9}{12}$; ainsi des autres.

Pour preuve que $\frac{2}{3}$ sont égaux à $\frac{8}{12}$, divisez 8 par 2, viendra 4, & 12 par 3, viendra aussi 4.

De même pour prouver que $\frac{3}{4}$ sont égaux à $\frac{9}{12}$, divisez 9 par 3, viendra 3; divisez aussi 12 par 4, viendra 3, comme ci-dessus.

Ce que dessus soit dit pour toujours, lorsqu'il s'agira de prouver qu'une grande fraction est égale à une petite, en laquelle elle est réduite par diminution; ou au contraire qu'une petite est égale à une grande, en laquelle elle est réduite par augmentation.

Voyez la page 62, où je traite amplement de la preuve de la réduction d'une grande fraction à une petite.

Mais s'il y a trois fractions ou plus à réduire en même dénomination, comme $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{5}{6}$, alors il faut trouver dans son esprit un nombre le plus petit que l'on pourra, qui puisse être divisé justement sans reste, pour tous les trois dénominateurs, qui sont 3, 4 & 6, lequel nombre servira de dénominateur commun aux trois susdites dénominations. On peut se figurer plusieurs nombres propres, comme 12 qui est divisible par 3, par 4 & par 6; comme aussi 24 qui est divisible par les mêmes 3, 4 & 6; ainsi de 36; ainsi de 48, & de plusieurs autres; mais parce que 12 est le plus petit, & qu'il est plus facile & plus court d'opérer par de petits nombres que par de grands, il s'en faut servir pour dénominateur commun $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ & $\frac{5}{6}$.

Maintenant pour avoir le numérateur particulier de chaque fraction, quant au commun dénomina-

teur, comme si on veut avoir le numérateur de $\frac{2}{3}$, faut diviser 12 par 3, dénominateur des $\frac{2}{3}$, viendra 4, qu'il faut multiplier par 2, numérateur des mêmes $\frac{2}{3}$, & le produit sera 8, c'est-à-dire $\frac{8}{12}$ au lieu de $\frac{2}{3}$.

Ensuite divisant encore le même 12 par 4, dénominateur de $\frac{3}{4}$, viendra 3, qu'il faut multiplier par le numérateur des mêmes $\frac{3}{4}$, & le produit sera 9, c'est-à-dire $\frac{9}{12}$ au lieu de $\frac{3}{4}$.

Enfin divisant 12 par 6, dénominateur de $\frac{5}{6}$, vient 2, qu'il faut multiplier par 5, numérateur des $\frac{5}{6}$, il vient 10, c'est-à-dire $\frac{10}{12}$, au lieu des $\frac{5}{6}$; partant au lieu que les fractions ci-dessus étoient $\frac{2}{3}\frac{3}{4}\frac{5}{6}$, elles sont maintenant en même dénomination, & se nomment ainsi $\frac{8}{12}\frac{9}{12}\frac{10}{12}$.

La réduction étant ainsi faite, si on les vouloit ajouter, il est facile, comme je l'expliquerai ci-après dans l'addition.

Opération.

Fraction à réduire $\frac{2}{3}\frac{3}{4}\frac{5}{6}$.

Dénominateur commun. Numérateurs.

*	12	$\frac{8}{12}\frac{9}{12}\frac{10}{12}$.
$\frac{2}{3}$ de *	8	
$\frac{3}{4}$	9	
$\frac{5}{6}$	10	

Pour preuve que $\frac{9}{12}$ ci dessus sont égaux à $\frac{3}{4}$, & ainsi des autres. *Voyez la page 62.*

On observera le même ordre que dessus pour trouver un commun dénominateur, quoiqu'il y ait 4, 5, ou plus de fractions à réduire, pourvu que ce soient des fractions régulieres, comme $\frac{2}{3}\frac{5}{6}\frac{3}{4}\frac{1}{8}\frac{9}{12}$, &c. auxquelles 24, 48, 72, &c. peuvent servir de dénominateur commun, parce que ces nombres 24, 48 & 72, sont divisibles par 3, par 6, par 4, par 8 & par 12, &c. ainsi des autres.

On gardera le même ordre que dessus pour trou-

voir les numérateurs particuliers de chacune de ces mêmes fractions.

Mais si les fractions à reduire étoient les unes fractions régulieres, & les autres irrégulieres, & qu'il fût difficile de leur trouver un commun dénominateur, & que même on ne le pût, alors il faut trouver un nombre, s'il se peut, qui soit divisible par les dénominateurs des fractions régulieres, qu'il faut multiplier continuement & de suite, par chacun des dénominateurs des fractions régulieres, comme il se voit pa l'exemple ci-dessous de $\frac{2}{3}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{3}{8}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{5}{12}$ $\frac{5}{9}$ $\frac{6}{7}$ à réduire en même dénomination.

On voit que le nombre 24 peut se diviser par 3, par 6, par 8, & par 12 dénominateurs des fractions régulieres du présent exemple, qui sont $\frac{2}{3}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{3}{8}$ $\frac{5}{12}$; cela fait, il faut multiplier ce nombre 24 par les trois autres dénominateurs des fractions irrégulieres, qui sont 5, 9, 7, l'une après l'autre, & le dernier produit sera le dénominateur commun de toutes les fractions proposées, comme il se voit par l'opération ci-après.

$\frac{2}{3}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{3}{8}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{5}{12}$ $\frac{5}{9}$ $\frac{6}{7}$. 24 à multiplier

par 5

120 à multiplier

par 9

1080 à multiplier

par 7

Dénominateur commun 7560

Ayant trouvé le dénominateur commun, pour avoir le numérateur particulier de chaque fraction, à l'égard de ce dénoncinteur; comme si on veut avoir le numérateur des $\frac{2}{3}$ ci-dessus proposés, il faut diviser 7560, dénominateur commun, par 3, dénominateur des $\frac{2}{3}$, viendra 2520, qu'il faut multiplier

par 2, numérateur des mêmes $\frac{2}{3}$, il viendra 5040 pour numérateur, & l'on aura $\frac{5040}{7560}$ égaux à la fraction $\frac{2}{3}$: & continuant de suite, on trouvera tous les autres numérateurs de même.

Pour preuve que $\frac{5040}{7560}$ sont égaux à $\frac{2}{3}$, voyez la page ci-devant, où j'ai expliqué la même chose ; c'est pourquoi je n'en parlerai point ici davantage.

Mais si les fractions sont toutes irrégulieres comme $\frac{5}{7}$ $\frac{4}{9}$ $\frac{6}{11}$ $\frac{3}{13}$, &c. alors il faut multiplier tous les dénominateurs de suite l'un par l'autre, savoir, 7 par 9 vient 63, & 63 par 11 vient 693, & 693 par 13, le produit est de 9009 pour dénominateur commun.

Et pour avoir les numérateurs particuliers de chaque fraction, il faut procéder comme il vient d'être enseigné ci-devant.

Avertissement sur l'évaluation des Fractions.

AVANT que de commencer à traiter de l'Addition, Soustraction & autres préceptes des fractions, j'ai estimé nécessaire, après les réductions, d'enseigner comment il faut évaluer une fraction telle qu'elle soit.

Toute fraction est une ou plusieurs parties d'un entier, de laquelle on demande la valeur en telle espece que l'on voudra.

Pour faire cela, il faut multiplier le numérateur de cette fraction par autant de parties que vaut l'espece dont on propose la valeur ; puis divisant le produit par le dénominateur de ladite fraction, le quotient donnera la valeur requise de la fraction ; & en telle espece qu'on la demande.

Par exemple, si on veut savoir combien valent les $\frac{3}{5}$ de la livre de 20 sols, je multiplie 3, numé-

rateur des $\frac{3}{5}$ par 20, vient 60, c'eſt-à-dire, 60 ſols, que je diviſe par 5, dénominateur de la fraction $\frac{3}{5}$, & vient au quotient 12, qui ſont 12 ſols pour la valeur de ladite fraction $\frac{3}{5}$.

De même ſi on demandoit les $\frac{3}{4}$ d'un écu de 60 ſols, il faut multiplier 3, numerateur des $\frac{3}{4}$ par 60, vient 180, qu'il faut diviſer par 4, dénominateur deſdits $\frac{3}{4}$, & viendra 45 ſols au quotient pour les $\frac{3}{4}$ de 60 ſols, ainſi des autres.

De plus, ſi on veut reduire $\frac{2}{3}$ en ſixiemes, il faut multiplier 2, numérateur des $\frac{2}{3}$, & viendra 12, qu'il faut diviſer par 3, dénominateur de $\frac{2}{3}$, & viendra 4, c'eſt-à-dire $\frac{4}{6}$ égaux à $\frac{2}{3}$.

Mais pour le plus court, quand vous voudrez agrandir une fraction, c'eſt-à-dire, au lieu de $\frac{2}{3}$, avoir des ſixiemes, il faut multiplier le numérateur & le dénominateur de la fraction par un même nombre, c'eſt-à-dire par 2: tellement que multipliant 2 des $\frac{2}{3}$ par 2, viendra 4, multipliant auſſi 3, dénominateur des mêmes $\frac{2}{3}$, par 2, viendra 6, & ce ſeront $\frac{4}{6}$ égaux à $\frac{2}{3}$ comme deſſus.

On peut à l'infini rehauſſer des fractions telles qu'elles ſoient, en multipliant toujours le numérateur & le dénominateur de la fraction propoſée par quelque nombre qui produiſe le dénominateur que l'on cherche, comme ſi de $\frac{3}{4}$ on vouloit faire des ſeiziemes, on voit que multipliant le 3 de $\frac{3}{4}$ par 4; viendra 12, multipliant auſſi le 4 des $\frac{3}{4}$; par le même 4, viendra 16, & ce ſeront $\frac{12}{16}$ égaux à $\frac{3}{4}$; ainſi des autres.

Il faut encore remarquer que pour prendre les parties de quelque nombre que ce ſoit, il faut multiplier les parties par le nombre donné, ſoit que le nombre ſoit compoſé de fractions ou non, comme pour prendre les $\frac{2}{3}$ de 8 $\frac{2}{3}$, ayant réduit 8 $\frac{2}{3}$ en $\frac{42}{5}$, on multipliera $\frac{42}{5}$ par $\frac{2}{3}$; ſavoir 24 par 2, & 4 par 3, comme il ſe verra dans la multiplication; viendra

sera $\frac{48}{15}$ lesquels réduits en entiers, en divisant 48 par 15, on trouvera 5, & restera $\frac{9}{15}$ ou $\frac{3}{5}$, le tout sera 5 $\frac{3}{5}$ pour les $\frac{2}{3}$ de 8 & $\frac{2}{5}$.

Tout ce que dessus proposé bien entendu, il sera facile de procéder à l'opération des Regles d'Addition, Soustraction, Multiplication & Division suivantes.

ADDITION PAR FRACTIONS.

Premiere Regle.

ETANT donné deux ou plus de fractions à ajouter, trouver leur somme.

J'ai dit ci-devant que pour ajouter, soustraire, ou diviser en fractions, il faut que les fractions soient en même dénomination; & si elles n'y sont pas, qu'il les y faut réduire par la méthode enseignée ci-devant en la cinquieme réduction.

Les fractions étant de même dénomination, il n'y a qu'à ajouter les numérateurs, & écrire le dénominateur commun au-dessous; la somme qui en viendra sera la somme totale des fractions proposées.

Par exemple, si on veut ajouter $\frac{1}{8}$ $\frac{3}{8}$ $\frac{5}{8}$ $\frac{7}{8}$. J'ajoute tous les numérateurs, 1, 3, 5, 7, la somme est 16, que je pose pour numérateur, & le dénominateur 8 au dessous, tellement que la somme totale des fractions susdites est $\frac{16}{8}$ ou deux entiers, comme il est enseigné par la quatrieme réduction.



Opération.

Fractions à ajouter $\frac{1}{8}$ $\frac{3}{8}$ $\frac{5}{8}$ $\frac{7}{8}$ Numérateur.

1

La preuve de l'Addition des 3 $\frac{16}{8}$ (ou 2 entiers.
Fractions se verra ci-après. 5

7

16

Autre Exemple.

On veut ajouter $\frac{2}{3}$ avec $\frac{5}{6}$, il faut considérer que 6 peut être commun dénominateur aux deux fractions proposées ; car au lieu de $\frac{2}{3}$ il viendra $\frac{4}{6}$ & $\frac{5}{6}$, qui ensemble font $\frac{9}{6}$ ou 1 $\frac{1}{2}$. Mais ordinairement quand il n'y a que deux fractions, on multiplie le numérateur de l'une par le dénominateur de l'autre alternativement, comme en l'exemple ci-dessous des mêmes $\frac{2}{3}$, à ajouter avec $\frac{5}{6}$, on dira 3 fois 5 font 15, 6 fois 2 font 12, & ajoutant 15 avec 12 font 27; puis pour avoir un dénominateur commun, on multiplie les deux dénominateurs 3 & 6 l'un par l'autre, vient 18, qu'il faut écrire sous 27, & le tout fait $\frac{27}{18}$ ou 1 $\frac{1}{2}$.

Opération.

Fractions à ajouter $\frac{2}{3}$ X $\frac{5}{6}$ 15 / 12 / —— / 27 $\frac{27}{18}$ (1 $\frac{1}{2}$.

Il faut remarquer que par cette maniere de multiplier en croix, on réduit & on multiplie tout-d'un-coup, mais le plus souvent on a la peine d'abrévier les fractions ; car les nombres se trouvent beaucoup plus grands, & par conséquent plus difficiles à manier que si on avoit pris un dénominateur commun le plus petit que l'on auroit pu trouver, comme j'ai mis en la premiere opération de cet exemple, où j'ai tout-d'un-coup pris 6 pour commun dénomina-

teur, au lieu qu'en la seconde opération j'ai trouvé 18 pour dénominateur commun.

Et s'il se trouve plus de deux fractions à ajouter, comme $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{7}{8}$, il y auroit trop de peine de multiplier en croix; c'est pourquoi on cherchera un nombre le plus petit que faire se pourra, qui puisse être divisé sans reste par tous les dénominateurs desdites fractions à ajouter, qui sont 2, 3, 4, 6, 8: or je vois que 24 est un nombre qui peut être divisé sans reste par tous les susdits dénominateurs 2, 3, 4, 6, 8.

						Numérateurs.
Prenant donc le $\frac{1}{2}$	de	24	vient	12		15
les $\frac{2}{3}$	de	24	vient	16	*	87
les $\frac{3}{4}$	de	24	vient	18		—— (3 $\frac{5}{8}$
les $\frac{5}{6}$	de	24	vient	20		24
les $\frac{7}{8}$	de	24	vient	21		

Somme totale des numérateurs 87. * Et si on veut savoir combien ils font d'entiers, divisez 87 par 24, il viendra 3 entiers & $\frac{5}{8}$ pour la somme des fractions proposées ci-dessus, comme il se voit. *

Preuve de l'Addition des Fractions.

Cette preuve se fait en ajoutant successivement tous les numérateurs ci-dessus, excepté un, tel que l'on voudra, & soustrayant cette derniere somme trouvée de la derniere somme totale, il restera le numérateur excepté, autrement les réductions seroient mal faites, & par conséquent la Regle seroit fausse.

Par exemple, ajoutez tous les numérateurs ci-dessus, excepté 21, qui sont au reste 12, 16, 18, 20, leur somme est 66, qui étant soustraite de 87, somme totale, restera 21, qui est le numérateur excepté, c'est-à-dire, $\frac{21}{24}$ égaux à $\frac{7}{8}$ derniere fraction.

Mais si les fractions à ajouter sont irrégulieres, & que l'on ne puisse commodément trouver un dé-

nominateur commun : par exemple, si on veut ajouter $\frac{7}{9}$ $\frac{15}{17}$ $\frac{17}{19}$, on observera pour la réduction en même dénomination ce que j'ai dit ci-devant sur ce sujet, en la cinquiéme réduction, page 67; savoir, de multiplier continuellement tous les dénominateurs, dont le produit, qui est 2907, sera le dénominateur commun; cela fait, pour avoir le numérateur de chaque fraction, comme de la premiere qui est $\frac{7}{9}$, on divisera le dénominateur commun trouvé par 9, & le quotient sera multiplié par 7, dont le produit sera 2261 pour numérateur de la fraction $\frac{7}{9}$, & 2907 dénominateur commun; & ainsi la fraction $\frac{2261}{2907}$ sera égale à $\frac{7}{9}$: on gardera le même ordre pour trouver les autres numérateurs, puis les ajoutant tous, comme en l'addition ci-dessus, on écrira la somme d'iceux, & 2907, dénominateur commun, au-dessous; & le numérateur étant plus grand que le dénominateur, on divisera comme il a été enseigné pour avoir les entiers & les fractions, s'il est nécessaire.

Exemple d'Addition en entiers & fractions.

S'il y a entiers & fractions à ajouter, on ajoutera premiérement les fractions, comme il vient d'être enseigné, & les entiers qui en proviendront, s'il y en a, seront joints aux autres entiers, pour les ajouter en une somme, qui sera la somme totale des entiers & fractions proposés.

Comme si on vouloit ajouter 7 $\frac{3}{4}$ avec 9 $\frac{5}{6}$, on observera ce que dessus pour l'opération.

Nombres	7 $\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$ X $\frac{5}{6}$	20	14
à ajouter	9 $\frac{5}{6}$		18	18
1 ajouté		24	38	24 ($\frac{1}{4}$ ou 1 $\frac{7}{12}$

R. 17 $\frac{7}{12}$ pour la somme totale de l'Addition ci-dessus.

Pour preuve, ôtez 9 $\frac{5}{6}$ de 17 $\frac{7}{12}$, restera 7 $\frac{3}{4}$.

Remarquez, que si on veut ajouter des fractions

de fractions avec d'autres simples fractions, il faudra réduire les fractions de fractions en simple fractions, puis procéder comme dessus.

Par exemple, on veut ajouter les $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{2}$ de $\frac{5}{6}$ avec $\frac{3}{4}$, on sait que pour prendre les $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{2}$ de $\frac{5}{6}$, il faut multiplier continuellement les numérateurs des fractions de fractions; savoir, 2, 1 & 5, le produit est 10, qu'il faut poser pour numérateur des fractions: il faut aussi multiplier contiuellement les dénominateurs des mêmes fractions de fractions, qui sont 3, 2 & 6; le produit est 36 pour dénominateur, & ce sont $\frac{10}{36}$ ou $\frac{5}{18}$ pour la valeur des fractions de fractions ci-dessus, qu'il faut ajouter avec $\frac{3}{4}$, selon l'ordre de l'Addition des fractions ci-dessus; il viendra pour somme totale $\frac{19}{36}$.

Pour preuve, ôtez $\frac{5}{18}$ de $\frac{10}{36}$, restera $\frac{1}{4}$, comme il se verra dans la soustraction ci-après.

Avertissement sur l'Addition des fractions.

Il y a une autre méthode d'ajouter des fractions qui sont régulieres, comme sont les fractions ou parties de l'aune.

Par exemple, si on veut ajouter $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{7}{8}$ d'aune, il faut considérer que $\frac{2}{3}$, à l'égard de la livre de 20 sols, valent 13 sols 4 deniers; on posera donc 13 sols 4 deniers au-devant de la fraction $\frac{2}{3}$: on voit aussi que $\frac{3}{4}$ valent 15 sols; on posera donc aussi 15 sols au-devant de la fraction $\frac{3}{4}$; ainsi de même au-devant de $\frac{5}{6}$ on posera 16 sols 8 deniers, & au-devant de $\frac{7}{8}$ on posera 17 sols 6 deniers, comme il se voit ci-dessous; puis ajoutant toutes les parties de la livre, les livres & parties de livre qui en proviendront seront converties en aunes & parties d'aunes; ce qui sera déduit plus amplement ci-après, lorsque j'expliquerai le bordereau d'aunage, où je ferai la démonstration des parties de l'aune à l'égard de la livre.

Opération de l'Addition d'Aunage.

$\frac{2}{3}$ ou 13 sols 4 deniers.
$\frac{3}{4}$ 15
$\frac{5}{6}$ 16 8 deniers.
$\frac{7}{8}$ 17 6 deniers.

3 liv. 2 sols 6 deniers, ou 3 aunes $\frac{1}{8}$.

Questions sur l'Addition des Fractions. Voyez ci-après.

SOUSTRACTION PAR FRACTIONS.

Seconde Regle.

POUR soustraire une fraction de l'autre, il faut qu'elles soient en même dénomination, sinon il les y faut réduire.

Si elles sont en même dénomination, il faut ôter le numérateur de la petite fraction du numérateur de la grande, écrire le reste sur une ligne, & le dénominateur au-dessous, & c'est le reste.

Par exemple, si on vouloit ôter $\frac{3}{8}$ de $\frac{5}{8}$, il faut ôter 3 numérateur de $\frac{3}{8}$, de 5 numérateur des $\frac{5}{8}$, & restera 2, c'est-à-dire, $\frac{2}{8}$ ou $\frac{1}{4}$.

Opération.

Dette $\frac{5}{8}$
Paie $\frac{3}{8}$
Reste $\frac{2}{8}$ ou $\frac{1}{4}$.

Pour preuve, ajoutez le reste avec la paie ; savoir $\frac{2}{8}$ avec $\frac{3}{8}$, & il viendra $\frac{5}{8}$ égaux à la dette.

Autre Exemple.

Mais si les deux fractions proposées à soustraire l'une de l'autre, sont de diverse dénomination, il les faut réduire en même dénomination ; cela fait, il faut procéder comme ci-dessus pour la soustraction d'icelles.

Par exemple, si on vouloit ôter $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4}$, on fait par la cinquieme réduction des fractions, que $\frac{2}{3}$ valent $\frac{8}{12}$, & $\frac{3}{4}$ valent $\frac{9}{12}$; cela étant, il ne faut qu'ôter 8 de 9, reste 1, c'est-à-dire $\frac{1}{12}$; ainsi des autres.

Opération.

$\frac{2}{3}$ à ôter de $\frac{3}{4}$ Dette $\frac{9}{12}$.
Paie $\frac{8}{12}$.

Reste 1, c'est-à-dire, $\frac{1}{12}$.

La preuve se fait en ajoutant la paie & le reste, c'est-à-dire, $\frac{8}{12}$ avec $\frac{1}{12}$, & vient $\frac{9}{12}$, qui est la dette.

Autre Exemple.

Et si on vouloit ôter un nombre d'entiers & fractions d'un autre nombre d'entiers & fractions ; par exemple, si on proposoit d'ôter 17 $\frac{1}{4}$ de 43 $\frac{1}{6}$, on voit que les deux fractions $\frac{1}{4}$ & $\frac{1}{6}$ sont de diverse dénomination ; les ayant réduites en même dénomination, on fera la soustraction à l'égard des fractions, comme en l'exemple ci-dessus ; puis à l'égard des entiers, on les soustraira les uns des autres, selon l'ordre de la soustraction des entiers.

Mais si on proposoit d'ôter 27 $\frac{5}{6}$ de 43 $\frac{1}{4}$, on voit que l'on ne peut ôter la fraction $\frac{5}{6}$ de la fraction $\frac{1}{4}$; alors il faudroit emprunter un entier sur 43, qui vaudra $\frac{4}{4}$, qui joint avec 1 numérateur de la fraction $\frac{1}{4}$, ce seroit $\frac{4}{5}$; puis après faisant la réduction des deux fractions $\frac{5}{4}$, & $\frac{5}{6}$, on trouvera $\frac{15}{12}$ & $\frac{10}{12}$ que l'on soustrait l'un de l'autre, & le reste sera $\frac{5}{12}$, ôtant aussi 17 entiers de 42 restants, le reste sera en tout 25 entiers & $\frac{5}{12}$.

Pour preuve ajoutez 17 $\frac{5}{6}$ avec 25 & $\frac{5}{12}$ selon le précepte de l'Addition des fractions, la somme sera 43 $\frac{1}{4}$ égaux à la dette.

Autre Exemple.

Si on veut soustraire plusieurs entiers & fractions

de plusieurs autres entiers & fractions, on ajoutera premiérement les entiers & fractions dont on veut soustraire, en une somme que l'on posera pour dette, selon l'ordre de l'Addition.

On ajoutera aussi les entiers & fractions à soustraire en une somme qui sera la paie ; cela fait, on ôtera la paie de la dette, comme ci-dessus.

Autre Exemple.

Etant donné des fractions de fractions de fractions, à ôter de plusieurs fractions de fra ctions de fractions, trouver le reste.

Par exemple, si on vouloit ôter $\frac{3}{16}$ de $\frac{2}{5}$ de $\frac{6}{7}$ de dedans les $\frac{7}{12}$ de $\frac{3}{4}$ de $\frac{1}{8}$, alors il faut réduire les fractions de fractions à soustraire en une simple fraction; ce qui se fait en multipliant les numérateurs ; savoir, 3 par 2 vient 6 & 6 par 7 vient 42, qu'il faut écrire sur une ligne ; multipliant aussi les dénominateurs, savoir 16 par 5, vient 48, & 48 par 8, vient 384, qu'il faut écrire sous la même ligne, & ce seront $\frac{42}{384}$ ou $\frac{7}{64}$; on fera le même des fractions desquelles on veut soustraire, & il viendra $\frac{35}{96}$; puis ôtant la petite fraction $\frac{7}{64}$ de la grande $\frac{35}{96}$, après les avoir réduites en même dénomination, le reste sera la réponse.

Autre Exemple.

Etant donné des fractions de fractions d'entiers à ôter de dedans des fractions de fractions d'entiers, trouver le reste :

Comme si on veut ôter $\frac{2}{3}$ de $\frac{5}{6}$ de 14, de dedans les $\frac{3}{4}$ de $\frac{5}{8}$ de 50.

Pour ce faire, je prends les $\frac{2}{3}$ de $\frac{5}{6}$ de 14 ; vient 7 $\frac{7}{9}$ pour la paie ; puis je prens les $\frac{3}{4}$ de $\frac{5}{8}$ de 50, vient 23 $\frac{7}{16}$ pour la dette ; ensuite j'ôte le moindre nombre 7 $\frac{7}{9}$ du plus grand 23 $\frac{7}{16}$, & le reste est 15 $\frac{95}{144}$.

Cette opération dépend des précédentes ; c'est pourquoi observant ce que j'ai enseigné ci-devant,

on en viendra aiſément à bout, tant pour la Regle que pour la preuve.

Souſtraction en fractions d'aunage : Voyez cette Regle, enſuite du bordereau d'aunage, page 97.

Queſtions ſur la ſouſtraction en fractions : Voyez la page 87.

MULTIPLICATION EN FRACTIONS.

Troiſieme Regle.

ETANT donné deux fractions à multiplier l'une par l'autre, trouver le produit.

Pour multiplier deux fractions, il n'eſt pas néceſſaire qu'elles ſoient de même dénomination, ni de ſoi, ni par réduction.

Par exemple, ſi on veut multiplier $\frac{2}{3}$ par $\frac{3}{4}$, il faut ſeulement multiplier les deux numérateurs 2 & 3 l'un par l'autre; le produit eſt 6, que l'on écrira ſur une ligne pour numérateur.

Il faut auſſi multiplier les deux dénominateurs 3 & 4 l'un par l'autre; le produit eſt 12, que l'on poſera ſous la même ligne pour dénominateur, & cette fraction $\frac{6}{12}$ ou $\frac{1}{2}$ ſera le produit de la multiplication 1.

Opération.

On veut multiplier $\frac{2}{3}$ par $\frac{3}{4}$. ℞. $\frac{6}{12}$ $\frac{1}{2}$; ainſi des autres.

Autre Exemple.

Etant donné des entiers & fractions à multiplier par entiers & fractions, trouver leur ſomme.

Par exemple, ſi on veut multiplier 5 $\frac{3}{4}$ par 4 $\frac{5}{6}$, alors on réduira les entiers en leurs fractions, comme 5 $\frac{3}{4}$ en $\frac{23}{4}$, & 4 $\frac{5}{6}$ en $\frac{29}{6}$, comme il a été expliqué par la ſeconde réduction des fractions, pag

D v

65. Puis on multipliera les deux fractions comme il vient d'être enseigné ; savoir, les numérateurs 23 & 29 l'un par l'autre, & les dénominateurs 4 & 6 aussi l'un par l'autre ; & écrivant le produit des numérateurs sur une ligne, & les produit des dénominateurs au-dessous, viendra $\frac{667}{24}$ pour le produit total de la multiplication proposée, comme il se voit par l'opération suivante.

Opération.

5 [illegible] à multiplier par $4\frac{5}{6}$ — 29

$\frac{23}{4}$ — $\frac{29}{6}$ — 23

87

Dénominateurs 4 par 6 font 24 — 58

667 c'est-à-dire, $\frac{667}{24}$

L'opération faite, il est venu $\frac{667}{24}$ au produit ; & pour savoir combien ce sont d'entiers, il faut diviser 667 par 24, viendra 27 entiers, & restera 19 à diviser par 24, c'est-à-dire, $\frac{19}{24}$.

Preuve de la Multiplication.

La preuve de la Multiplication en fractions se fait comme celle des entiers ; savoir, en divisant le produit d'icelle, qui est $\frac{664}{24}$ par le nombre à multiplier, qui est $\frac{25}{4}$, ou par le multiplicateur qui est $\frac{29}{6}$, cela est indifférent, parce que si on divise par le nombre à multiplier, qui est $\frac{23}{4}$, il viendra au quotient le multiplicateur, qui est 4 entiers, & restera une fraction égale à $\frac{5}{6}$.

Ou bien si on divise le même produit par le multiplicateur, il viendra au quotient le nombre à multiplier ; savoir 5, & il restera une fraction égale à $\frac{3}{4}$, & c'est la preuve.

Mais parce que je n'ai pas encore enseigné la Division, je diffère aussi l'opération de cette preuve, page 84, où je rapporterai les mêmes nombres

de cette Regle pour en faire la preuve par la Division.

L'application de la multiplication en fractions se verra amplement dans les Questions, page 90 & suivantes.

DIVISIONS EN FRACTIONS.

Quatrieme Regle.

ETANT donné deux fractions, diviser l'une par l'autre.

Avant que de procéder à l'opération de la Division des fractions, il faut que les fractions proposées soient en même dénomination, ou d'elles-mêmes, ou par réduction. Supposé que les fractions soient en même dénomination, il faut diviser seulement le numérateur du dividende par le numérateur du diviseur, laissant les dénominateurs inutiles, le quotient donnera le requis.

Premier Exemple.

On veut diviser $\frac{6}{7}$ par $\frac{2}{7}$, il faut considérer que les fractions étant de même dénomination, comme $\frac{6}{7}$ & $\frac{2}{7}$, il faut diviser seulement le numérateur 6 par le numérateur 2, & viendra 3 au quotient, c'est-à-dire, $\frac{3}{7}$ pour la réponse.

De même si on veut diviser $\frac{2}{7}$ par $\frac{6}{7}$, je divise 2 par 6, vient $\frac{2}{6}$, ou par réduction, $\frac{1}{3}$ de septieme pour la réponse.

Second Exemple.

On veut diviser $\frac{3}{4}$ par $\frac{2}{3}$; on voit que ces deux fractions sont de différentes dénominations, c'est pourquoi il les faut multiplier en croix, savoir 3, numérateur des $\frac{3}{4}$ par 3 dénominateur des $\frac{2}{3}$; il vient 9 pour nombre à diviser; puis il faut multiplier 4

dénominateur des $\frac{3}{4}$ par 2 numérateur des $\frac{2}{3}$, il vient 8 pour diviseur, & ce sont $\frac{9}{8}$; & pour savoir les entiers, il faut diviser 9 par 8, vient un entier, & reste 1, c'est-à-dire, $\frac{1}{8}$.

Tellement que si on veut diviser $\frac{3}{4}$ par $\frac{2}{3}$, le quotient sera de $\frac{1}{3}$ de douzieme, telle chose que l'on voudra diviser, comme il se voit par l'opération.

$\frac{3}{4}$ à diviser par $\frac{2}{3}$

9 8 — 1

X — $\frac{9}{8}$ (1 $\frac{1}{8}$: ainsi des autres.

$\frac{3}{4}$ X $\frac{2}{3}$

Si au contraire on veut diviser 8 par 9, c'est-à-dire $\frac{8}{12}$, par $\frac{9}{12}$ il viendra $\frac{8}{9}$ parties d'un douzieme pour la réponse.

Troisieme Exemple pour servir de preuve à la Multiplication, page 82, *dont je rapporte les mêmes nombres.*

Et s'il se trouve des entiers & fractions à diviser par entiers & fractions, il faut réduire les entiers en leurs fractions, tant du nombre à diviser que du diviseur.

Par exemple, si on veut diviser 27 $\frac{19}{24}$, qui est le produit de Multiplication marquée ci-dessus, par 5 $\frac{3}{4}$, nombre à multiplier de la même Regle, on réduira, premiérement 27 $\frac{19}{24}$ en $\frac{667}{24}$, & 5 $\frac{3}{4}$ en $\frac{23}{4}$ par la deuxieme réduction, page 65 ; puis divisant 667 numérateur de $\frac{667}{24}$, par 23 numérateur de $\frac{23}{4}$, il viendra 6 pour numérateur ; divisant encore le dénominateur 24 de $\frac{667}{24}$, par le dénominateur 4 de $\frac{23}{4}$, il viendra 6 pour dénominateur, & on aura $\frac{29}{6}$ égale à 4 $\frac{5}{6}$.

Voyez l'opération de la Division en la page suivante.

$27\frac{19}{24}$ à diviser par $5\frac{3}{4}$.

Autrement

$\frac{667}{24}$ à diviser par $\frac{23}{4}$.

~~20~~
~~667~~
———— (29 numérateur.
~~222~~
~~2~~

~~24~~
———— (6 dénominateur.
~~4~~

$\frac{29}{6}$ égaux à $4\frac{5}{6}$, & c'est la preuve.

Autre Exemple.

S'il falloit diviser un entier par une fraction, on supposera cet entier être une fraction, le mettant sur une ligne, & 1 qui représente l'unité au-dessous.

Comme si on vouloit diviser 6 par $\frac{2}{3}$, on poseroit ainsi $\frac{6}{1}$ à diviser par $\frac{2}{3}$, puis multipliant l'entier 6 par 3 dénominateur de la fraction $\frac{2}{3}$, il viendra 18 à diviser par 2 numérateur de $\frac{2}{3}$, & le quotient sera 9 pour la réponse.

Preuve de la Division en fractions.

Comme la Multiplication, tant en entiers qu'en fractions, se doit prouver par la Division, ainsi la Division se prouve par la Multiplication, qui est son contraire.

D'où s'ensuit, que pour faire la preuve de la Division en fractions, il faut multiplier le quotient d'icelle par le diviseur, & le produit sera le nombre à diviser; ou autrement si on divise le nombre à diviser par le quotient, le quotient donnera le diviseur.

Par exemple, le quotient des deux divisions ci-dessus est $\frac{5}{6}$, ou par réduction $\frac{29}{6}$, & les divi-

seurs $\frac{21}{4}$, si je multiplie $\frac{29}{6}$ par $\frac{23}{4}$, selon l'ordre de la Multiplication en fractions, le produit sera $\frac{667}{24}$, ou par réduction 27 $\frac{19}{24}$ comme il a été proposé.

Opération.

$\frac{29}{6}$ à multiplier par $\frac{23}{4}$

1	29	6
289	23	4
667	87	24
(27 $\frac{19}{24}$	58	
244	667	
2		

Ayant fait les opérations ci-dessus, concernant la preuve de la Division, il est venu 27 entiers & $\frac{19}{24}$ de reste, & c'est la preuve.

Plusieurs Questions sur les quatre opérations d'Addition, Soustraction, Muliplication, & Division en Fractions.

JE proposerai & résoudrai ensuite les Questions suivantes, pour faire voir aux amateurs d'Arithmétique l'application des préceptes ci-devant, qu'ils doivent soigneusement entendre, autrement ils travailleront en vain pour résoudre les propositions ou questions qui leur seront faites, où il s'agira de fractions.

Et premiérement sur la cinquieme réduction, ci-devant, page 67.

On demande deux nombres tels que les $\frac{3}{4}$ de l'un soient égaux aux $\frac{5}{7}$ de l'autre.

Multipliez en croix le numérateur de l'une des fractions par le dénominateur de l'autre alternativement, il viendra 21 & 20 pour les deux nombres

requis ; car les $\frac{3}{4}$ de 20 sont 15, & les $\frac{5}{7}$ de 21 sont 15 aussi, comme veut la question.

Autre Exemple.

On demande deux nombres tels que le tiers & le quart de l'un soient égaux à $\frac{1}{5}$ & $\frac{1}{6}$ de l'autre.

Ajoutez $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{4}$, il viendra $\frac{7}{12}$, ajoutez aussi $\frac{1}{5}$ & $\frac{1}{6}$ il viendra $\frac{11}{30}$; puis multipliez en croix comme dessus, savoir 30 par 7, il viendra 210, & 12 par 11 il viendra 132 ; partant 210 & 132 sont les deux nombres requis, lesquels abrévies seront $\frac{66}{105}$.

Pour preuve, tirez le tiers & le quart (c'est-à-dire, les $\frac{7}{12}$ de 66, il viendra 38 $\frac{1}{2}$; tirez aussi le $\frac{1}{5}$ & $\frac{1}{6}$ (c'est-à-dire $\frac{11}{30}$) de 105, il viendra aussi 38 $\frac{1}{2}$ qui est l'égalité & la preuve.

Questions sur l'Addition & Soustraction des Fractions.

JE ne ferai point de distinction des Questions de l'Addition d'avec celles de la Soustraction, parce que pour la résolution des demandes elle s'entr'aident l'une l'autre, & se prouvent l'une par l'autre, comme il se verra par la construction.

Premiere Question.

On demande un nombre, lequel joint avec 7 $\frac{1}{2}$ fasse 9 $\frac{5}{6}$: ôtez 7 $\frac{1}{2}$ de 9 $\frac{5}{6}$, il restera 2 $\frac{1}{3}$ pour le nombre requis.

Pour preuve, ajoutez 2 $\frac{1}{3}$ avec 7 $\frac{1}{2}$, la somme sera 9 $\frac{5}{6}$ comme veut la question.

Application.

Un Maître Tailleur a besoin de 9 aunes $\frac{5}{6}$ d'étoffe pour faire quelqu'ouvrage, & allant chez son Marchand ordinaire, il ne trouve qu'un reste de pareille étoffe, contenant 7 aunes $\frac{1}{2}$; on demande com-

bien il faut qu'il en achete chez un autre Marchand pour achever son ouvrage.

Opérez selon la Regle ci-dessus, & vous trouverez $2\frac{1}{5}$ aunes pour la réponse.

Seconde question.

Quel est le nombre lequel joint avec $3\frac{1}{4}$ fasse 5, ôtez $3\frac{1}{4}$ de 5, le reste sera $1\frac{3}{4}$ pour la réponse; pour preuve, ajoutez $3\frac{1}{4}$ avec $1\frac{3}{4}$, la somme sera 5.

Troisieme Question.

Un Marchand a plusieurs restes d'étoffes; savoir $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$, on demande combien tous ces restes valent d'aunes & parties d'aunes : faites l'opération, & vous trouverez $2\frac{3}{4}$ aunes. Pour ce faire, cherchez un commun dénominateur à tous vos dénominateurs particuliers, comme 12, puis pour trouver les numérateurs particuliers au respect du dénominateur commun qui est 12 pour la premiere fraction $\frac{1}{2}$, tirez la moitié de 12 vient 6, pour $\frac{2}{3}$ vient 8, pour $\frac{3}{4}$ vient 9, & pour $\frac{5}{6}$ vient 10, comme il a été enseigné en la cinquieme réduction; cela fait, ajoutez tous les numérateurs 6, 8, 9, 10, la somme est 33, c'est-à-dire $\frac{33}{12}$, ou par réduction 2 aunes $\frac{3}{4}$ pour la réponse.

La preuve se fait comme celle de l'Addition des fractions enseignée ci-devant.

Quatrieme Question.

Un Seigneur a 3 coupes de bois taillis qu'il veut vendre, desquelles la premiere contient $\frac{3}{4}$ d'arpent, la deuxieme $\frac{5}{6}$ d'arpent, & la troisieme $\frac{2}{3}$ d'arpent; on demande combien il y a d'arpents en tout ou parties d'arpent.

Il faut ajouter les 3 coupes; savoir $\frac{3}{4}$ $\frac{5}{6}$ & $\frac{2}{3}$ selon l'ordre de l'Addition, & viendra 2 arpents & $\frac{1}{4}$ d'arpent, ainsi des autres.

La preuve sera comme celle de la question ci-dessus.

Cinquieme Question.

On demande quel est le nombre du quel ôtant 7 $\frac{1}{2}$, le reste soit 11 $\frac{2}{3}$.

Ajoutez 7 $\frac{1}{2}$ avec 11 $\frac{2}{3}$, la somme sera 19 $\frac{1}{6}$ pour la réponse.

Pour preuve, ôtez 7 $\frac{1}{2}$ de 19 $\frac{1}{6}$, le reste sera 11 $\frac{2}{3}$.

Application.

Un Marchand avoit une petite piece d'étoffe, de laquelle après en avoir ôté 7 aunes $\frac{1}{2}$, il lui en reste 11 aunes $\frac{2}{3}$; on demande combien d'aunes contenoit la piece entiere. Observez pour l'opération ce que dessus, & vous trouverez que ladite piece d'étoffe contenoit 19 aunes & $\frac{1}{6}$.

Sixieme Question.

Trouver un nombre, lequel étant ôté de 7 $\frac{1}{2}$, le reste soit 3 $\frac{1}{3}$.

Otez 3 $\frac{1}{3}$ de 7 $\frac{1}{2}$, il restera 4 $\frac{1}{6}$ pour le nombre requis.

Pour preuve, ôtez 4 $\frac{1}{6}$ de 7 $\frac{1}{2}$ le reste sera 3 $\frac{1}{3}$, comme veut la question.

Application.

Un Marchand avoit une piece d'étoffe contenant 7 aunes $\frac{1}{2}$, de laquelle il a vendu une quantité d'aunes, & il lui en reste 3 $\frac{1}{3}$; on demande combien il en a vendu d'aunes & parties d'aunes.

Pour l'opération, observez ce que dessus, & vous trouverez 4 $\frac{1}{6}$.

Septieme Question.

Un Marchand a confié à un Maître Tailleur une piece d'étoffe contenant 14 aunes $\frac{3}{8}$; ledit Tailleur lui en rapporte 5 aunes $\frac{5}{6}$, on demande combien le Tailleur en a pris pour son compte.

Otez 5 aunes $\frac{5}{6}$ de 14 aunes $\frac{3}{8}$, restera 8 aunes $\frac{13}{24}$ que le Tailleur a employé.

Pour preuve, ajoutez 5 $\frac{5}{6}$ avec 8 $\frac{13}{24}$, & la somme sera 14 aunes $\frac{3}{8}$; ainsi des autres.

Questions sur la Multiplication & Division en Fractions.

Comme je n'ai pas séparé les Questions de la Soustraction d'avec celles de l'Addition, lesquelles se prouvent l'une par l'autre ; ainsi je ne ferai pas de distinction des Questions de la Multiplication d'avec celles de la Division, lesquelles sont aussi opposées l'une à l'autre : on observera seulement l'ordre de leur construction pour résoudre & prouver.

Premiere Question.

On demande un nombre tel qu'étant multiplié par $3\frac{2}{5}$, le produit soit $30\frac{1}{4}$.

Divisez $30\frac{1}{4}$ par $3\frac{2}{5}$, selon l'ordre de la Division par fractions, il viendra au quotient $8\frac{61}{68}$ pour le nombre requis.

Application.

Un Marchand sait que l'aune d'une certaine étoffe coûte $3\frac{2}{5}$ livres, il donne à son Facteur $30\frac{1}{4}$ livres pour acheter de cette même étoffe ; on demande combien le Facteur doit apporter d'aunes & parties d'aunes pour les susdites $30\frac{1}{4}$ livres ; faisant comme ci-dessus, on trouvera $8\frac{61}{68}$ aunes.

Pour preuve on fera une autre question, qui sera telle.

Si l'aune d'une certaine étoffe coûte $3\frac{2}{5}$ livres, on demande combien en coûteront $8\frac{61}{68}$ aunes du même prix.

Multipliez $3\frac{2}{5}$ par $8\frac{61}{68}$ selon l'orde de la Multiplication des fractions, il viendra $30\frac{1}{4}$ pour la valeur des $8\frac{61}{68}$ aunes, & c'est la preuve.

Seconde question.

On demande quel est le nombre, lequel étant multiplié par $5\frac{1}{2}$, le produit soit 19.

On a acheté $5 \frac{1}{2}$ aunes d'étoffe qui ont coûté 19 livres, sçavoir que coûte l'aune.

Divisez 19 par $5 \frac{1}{2}$, il viendra $3 \frac{5}{11}$ livres pour la valeur de l'aune.

Pour preuve, on dira par une autre application. Si 1 aune d'étoffe coûte $3 \frac{5}{11}$ livres, combien coûteroit $5 \frac{1}{2}$ aunes.

Multipliez $3 \frac{5}{11}$ par $5 \frac{1}{2}$, il viendra 19 livres pour la valeur de $5 \frac{1}{2}$ aunes.

Troisième Question.

La longueur d'une piece de terre contient $7 \frac{2}{3}$ perches ou toises, ou pieds, &c. & la largeur $4 \frac{3}{4}$, on demande la superficie.

Multipliez la longueur $7 \frac{2}{3}$ par la largeur $4 \frac{3}{4}$, selon l'ordre de la Multiplication, il viendra au produit $36 \frac{5}{12}$ de telle mesure que l'on voudra pour la superficie.

Pour preuve, il faut faire une autre question, qui est telle.

La superficie d'une piece de terre est $36 \frac{5}{12}$ perches, & la longueur $7 \frac{2}{3}$ on demande la largeur; il viendra $4 \frac{3}{4}$ pour la largeur.

Quatrième Question.

On demande un nombre, lequel étant multiplié par les $\frac{2}{3}$ des $\frac{1}{8}$ de 7, le produit soit $50 \frac{1}{2}$, R. $17 \frac{11}{35}$

Application.

C'est comme qui diroit: Le côté d'un Parallelogramme rectangle est les $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{8}$ de 7 pieds, on demande quel sera l'autre côté dudit rectangle, afin que la superficie soit $50 \frac{1}{2}$.

Réduisez les $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{8}$ en $\frac{1}{12}$ par la méthode enseignée ci-devant, puis prenez les $\frac{1}{12}$ de 7, il viendra $\frac{35}{12}$ pour diviseur; cela fait, divisez $50 \frac{1}{2}$ par les mêmes $\frac{35}{12}$, il viendra $17 \frac{11}{35}$, pour le côté du rectangle que l'on cherche.

Pour preuve, faites une autre question contraire ; un des côtés d'un parallélogramme rectangle est les $\frac{2}{3}$ de $\frac{5}{8}$ de 7, ou par réduction $\frac{35}{12}$ & l'autre côté 17 $\frac{11}{35}$, on demande quelle est la superficie dudit parallélogramme ; multipliez $\frac{35}{12}$ par 17 $\frac{11}{35}$ selon l'ordre de la Multiplication, il viendra au produit 50 $\frac{1}{2}$ pour la superficie requise.

Cinquieme Question.

On demande un nombre, duquel en ayant ôté $\frac{1}{4}$ le reste soit 24 ; supposé que 4 soit le nombre que vous cherchez, si vous en ôtez le quart ; il restera $\frac{3}{4}$, & il devoit rester 24 : dites donc par Regle de Trois :

Si $\frac{3}{4}$ viennent de $\frac{4}{4}$, d'où viendront 24. R. 32.

Pour preuve, ôtez le quart de 32, le reste sera 24, comme veut la question.

Sixieme Question.

Trouver un nombre duquel les $\frac{3}{4}$ soient 12.

C'est comme qui diroit $\frac{3}{4}$ d'aune d'une étoffe coûtent 12 livres, combien l'aune.

Divisez 12 par $\frac{3}{4}$, il viendra 16 livres pour la valeur de l'aune.

Pour preuve, prenez les $\frac{3}{4}$ de 16, il viendra 12, comme il est requis.

Septieme Question.

Trouver un nombre duquel 2 soient les $\frac{7}{11}$, R. 3 $\frac{1}{7}$.

Application.

$\frac{7}{11}$ d'aune ont coûté 2 livres, combien l'aune.

Divisez 2 par $\frac{7}{11}$, il viendra 3 $\frac{1}{7}$, pour la valeur de l'aune.

Pour preuve, multipliez $\frac{7}{11}$ par 3 $\frac{1}{7}$, il viendra 2.

Huitieme Question.

Trouver un nombre, lequel étant divisé par 17, le quotient soit 17 $\frac{2}{3}$, R. 300 $\frac{1}{3}$.

Application.

Quelle somme faut-il avoir à distribuer à 17

Soldats, afin que chacun ait 17 $\frac{2}{3}$ livres pour sa part.

Multipliez 17 par 17 $\frac{2}{3}$, il viendra 300 $\frac{1}{3}$ livres

Pour preuve, divisez 300 $\frac{1}{3}$ par 17, il viendra 17 $\frac{2}{3}$ comme il est requis.

Neuvieme Question.

Trouver un nombre, lequel étant divisé par 5 $\frac{2}{3}$, le quotient soit 31 $\frac{1}{2}$, R. 178 $\frac{1}{2}$.

Application.

Le côté du rectangle est 5 $\frac{2}{3}$, on demande quelle doit être l'aire ou superficie, afin que l'autre côté soit 31 $\frac{1}{2}$.

Mulitipliez 5 $\frac{2}{3}$, par $\frac{1}{2}$, & le produit sera 178 $\frac{1}{2}$.

Pour preuve, divisez 178 $\frac{1}{2}$ par 5 $\frac{2}{3}$, il viendra 31 $\frac{1}{2}$ au quotient.

Dixieme Question.

Trouver un nombre, lequel joint à la sixieme partie, fasse 27.

Tirez le sixieme de 6, il vient 1, puis ajoutez 6 à 1, la somme est 7, & devoit être 27: Dites par la Regle de Trois, si 7 vient de 6, d'où viendront 27? R. 23 $\frac{1}{7}$.

Pour preuve, tirez le sixieme de 23 $\frac{1}{7}$, il viendra 3 & $\frac{6}{7}$, lesquels deux nombres ajoutés ensemble, la somme sera 27, comme veut la question.

Onzieme Question.

Par quel nombre faut-il diviser $\frac{1}{6}$, afin d'avoir 4 $\frac{2}{3}$ au quotient.

Application.

Une ligne a $\frac{1}{6}$ de toise de long, on demande avec quelle partie de toise on mesurera ladite ligne, afin que telle partie la mesure 4 fois $\frac{2}{3}$.

Divisez $\frac{1}{6}$ par 4 $\frac{2}{3}$, il viendra $\frac{1}{28}$ partie de toise, & c'est avec cette longueur que l'on mesurera $\frac{1}{6}$ de toise.

Pour preuve, divisez $\frac{1}{6}$ par $\frac{1}{28}$, il viendra 4 $\frac{2}{3}$ comme il est requis.

Avertissement sur la Division.

Si l'on divise quelque nombre par un diviseur, il vient un quotient requis ; & si ledit nombre à diviser est divisé par le quotient, il viendra le diviseur.

Comme je divise $\frac{1}{6}$ par $4\frac{2}{3}$ il viendra $\frac{1}{18}$.

Pour preuve, $\frac{1}{6}$ est divisé par $\frac{1}{28}$, il viendra $4\frac{2}{3}$, & c'est la preuve.

Et pour seconde preuve, si on multiplie un quotient comme $4\frac{2}{3}$ par un diviseur, comme $\frac{1}{28}$, il viendra le même dividende $\frac{1}{6}$.

$\frac{1}{6}$ X $\frac{14}{3}$, R. $\frac{3}{84}$ ou $\frac{1}{28}$.

Douzieme Question.

On demande par quel nombre il faut diviser $3\frac{2}{3}$ pour avoir $8\frac{1}{4}$ au quotient.

Divisez $3\frac{2}{3}$ par $8\frac{1}{4}$ il vienda $\frac{44}{99}$ pour le nombre requis. Pour preuve, divisez $3\frac{2}{3}$ par $\frac{44}{99}$ il viendra $8\frac{1}{4}$, comme veut la question.

Je pourrois composer ici une plus grande quantité de questions subtiles sur les fractions ; mais comme j'ai dessein de donner un Questionnaire à la fin de mon Arithmétique pour les curieux, je me réserverai de les proposer alors.

Quoique les préceptes d'Arithmétique soient amplement expliqués, & que celui qui les aura bien entendus pourroit résoudre toutes questions proposées, moyennant qu'il sache appliquer lesdits préceptes aux sens de la question, néanmoins j'expliquerai ensuite du Bordereau d'aunage, la maniere de multiplier par les fractions vulgaires ; savoir, par livres, sols & deniers.

De la façon de dresser un Bordereau d'aunage, & le moyen de s'en servir en l'Addition & Soustraction.

POUR ajouter les diverses parties d'une aune, laquelle est ordinairement divisée en $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$ &c, & en $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{12}$, &c. l'on a coutume de préparer une Table appellée Bordereau d'aunage, sur les parties de la livre de 20 sols, en prenant telles ou telles parties de la livre que les fraction à ajouter font partie de l'aune, de telle sorte qu'en icelle il y a parties de l'aune, & vis-à-vis les parties de la livre qui lui correspondent; ainsi qu'il se voit à la Table suivante.

Table de Bordereau d'aunage.

Parties de l'aune.	Parties de la livre.	
$\frac{1}{24}$	0 sols	10 deniers.
$\frac{1}{16}$	1	3
$\frac{1}{15}$	1	4
$\frac{1}{12}$	1	8
$\frac{1}{8}$	2	6
$\frac{1}{6}$	3	
$\frac{5}{24}$	4	4
$\frac{1}{4}$	5	2
$\frac{1}{3}$	6	
$\frac{3}{8}$	7	8
$\frac{5}{12}$	8	6
$\frac{11}{24}$	9	4
$\frac{1}{2}$	10	2
$\frac{9}{16}$	11	3

$\frac{7}{12}$	11 sols	8 deniers.
$\frac{5}{8}$	12	6
$\frac{2}{3}$	13	4
$\frac{17}{24}$	14	2
$\frac{3}{4}$	15	
$\frac{5}{6}$	16	8
$\frac{7}{8}$	17	6
$\frac{22}{24}$	18	4
$\frac{15}{16}$	18	9
$\frac{23}{24}$	19	2
$\frac{24}{24}$	20	

Addition par le Bordereau d'aunage.

Pour faire voir l'usage & la pratique de la Table ci-dessus, je donnerai l'exemple de l'Addition d'aunage suivant.

Exemple.

Un Marchand a acheté six pieces d'étoffes comme ci-dessus, on demande combien il y a d'aunes en tout & parties d'aunes.

32 aunes	$\frac{1}{2}$	ou	10 sols.	
27	$\frac{2}{3}$	ou	13	4 deniers.
33	$\frac{3}{4}$	ou	15	
42	$\frac{5}{6}$	ou	16	8
12	$\frac{1}{6}$	ou	3	4
17	$\frac{1}{4}$	ou	5	
166	$\frac{1}{6}$	3 liv.	3	4 deniers.

Explication de l'Addition ci-dessus.

Ayant disposé les 6 pieces d'étoffes comme il se voit, j'ai posé au-devant de chaque fraction de l'aune les parties de la livre qui lui correspondent: comme audevant de la premiere fraction qui est $\frac{1}{2}$, j'ai posé 10 sols ; au-devant de la seconde fraction qui est $\frac{2}{3}$, j'ai posé 13 sols 4 deniers; & ainsi des autres. Et ayant ainsi transformé les parties de l'aune en parties de la livre exprimée par sols & deniers, j'ai

J'ai fait addition comme il a été enseigné en l'Addition des livres, sols & deniers, & j'ai trouvé 3 livres 3 sols 4 deniers pour la somme des sols & deniers, lesquelles 3 livres sont prises pour 3 aunes entieres, que j'ai jointes aux aunes, dont la somme se monte à 166 aunes; pour les 3 sols 4 deniers, on voit au Bordereau d'aunage que c'est $\frac{1}{6}$ d'aune; tellement que les 6 pieces ensemble contiennent 166 aunes $\frac{1}{6}$.

Soustraction par le Bordereau d'aunage.

Il faut observer la même chose pour la Soustraction d'aunage que pour l'Addition; par exemple, si on vouloit soustraire 24 aunes $\frac{3}{4}$ de 36 aunes $\frac{7}{8}$, après avoir disposé la Regle comme ci-après; savoir, 36 aunes $\frac{7}{8}$, & 24 aunes $\frac{3}{4}$ au-dessous, on écrira 17 sols 6 deniers au lieu de $\frac{7}{8}$, & 15 sols au lieu de $\frac{3}{4}$; puis on fera la soustraction comme il a été enseigné.

Dette	36 aunes	$\frac{7}{8}$	ou	17 sols 6 deniers.
Paie	24	$\frac{3}{4}$	ou	15 sols

Reste 12 aunes $\frac{1}{8}$ au lieu de 2 sols 6 deniers.

Ayant fait la soustraction, on voit qu'il reste 12 aunes & 2 sols 6 deniers, c'est-à-dire, 12 aunes $\frac{1}{8}$; ainsi des autres.

Multiplication par livres sols & deniers.

Comme il y a quantité de méthodes de multiplier par livres, sols & deniers, j'en expliquerai plusieurs, desquelles les deux premieres sont les plus faciles à entendre, mais bien longues pour l'opération.

Pour mettre en pratique la premiere méthode,

il faut entendre qu'il y a autant de multiplications à faire, qu'il y a d'especes différentes au multiplicateur.

Pour la pratique de la seconde méthode, il y a quantité de réductions à faire, comme il se verra par l'explication & opération suivante.

Premiere méthode de multiplier par livres, sols & deniers.

Exemple.

A 23 livres 15 sols 9 deniers l'aune de drap, combien 35 aunes? Il faut premiérement multiplier les 35 aunes par 2 livres, selon l'ordre de la multiplication simple, laissant les deux produits comme ils sont posés, sans les ajouter.

Il faut encore multiplier les mêmes 35 aunes par les 15 sols, laissant aussi les produits, qui sont des sols, sans les ajouter.

Enfin on multipliera encore les susdites 35 aunes par les 9 deniers, & le produit sera de 315 deniers, qui seront divisés par 12, & il viendra 26 sols 3 deniers au quotient, lesquels 26 sols 3 deniers seront ajoutés au produit des 15 sols; & ajoutant tous les sols, la somme, qui sera 551 sols 3 deniers, sera la valeur de 35 aunes, à 15 sols 3 deniers, l'aune.

Ensuite on réduira les 551 sols 3 deniers en livres, selon la maniere de réduire des sols en livres, enseignée ci-après, page 143 : il viendra 27 livres 11 sols 3 deniers, que l'on joindra aux produits des 23 livres : & faisant addition du tout, la somme totale sera 832 livres 11 sols 3 deniers, pour la valeur des 35 aunes, à 23 livres 15 sols 9 deniers l'aune, proposées ci-dessus, comme il se voit par l'opération.

35 aunes	35 aunes	35 aunes
à 23 livres	à 15 sols	à 9 den.
105	175	315 den.
70	35	
27 l. 11 s. 3 d.	26 s. 3 d.	73 / 315
Prod. 832 l. 11 s. 3 d.	551 s. 3 d.	— (26 s. 3 d. / 122
	27 l. 11 s. 3 d.	2 ainsi des autres.

Seconde méthode de multiplier par livres, sols & deniers.

A 23 livres 15 s. 9 deniers l'aune de drap, combien 35 aunes ? Pour résoudre cette question par cette méthode, il faut réduire les 23 livres 15 sols en sols, il viendra 475 sols ; ensuite il faut réduire les 475 sols en deniers, & y ajouter les 9 den. du multiplicateur, il viendra 5709 deniers.

Cela fait, multipliez les 35 aunes proposées par les 5709 deniers, il viendra 199815 deniers.

Enfin il faut diviser 199815 deniers par 12, il viendra 16651 sols 3 deniers.

Il faut réduire ensuite les 16651 sols 3 deniers en livres, ce qui se fera en séparant la derniere figure à main droite, & prenant la moitié des autres à gauche, il viendra 832 livres 11 sols 3 deniers pour la valeur desdites 35 aunes, à 23 liv. 15 sols 9 den. l'aune, comme par la méthode ci-dessus ; ainsi des autres.

On peut, par ces deux précédentes méthodes, faire toutes sortes de multiplications par livres, sols & deniers ; mais comme c'est un trop long chemin, j'enseignerai ci-après à multiplier par livres, sols &

& deniers plus briévement, & je proposerai ensuite plusieurs exemples de Multiplication par livres, sols & deniers, dont l'opération se fera par les parties aliquotes.

Troisieme Méthode de multiplier par livres, sols & deniers, selon l'ordre des parties aliquotes de 20 sols.

Définition des parties aliquotes.

PARTIES aliquotes sont les parties de quelque nombre entier, qui sont plusieurs fois précisément contenues en ce nombre, *ou* les parties des nombres qui se divisent en parties égales, sans reste ou fraction.

Les parties aliquotes les plus usitées sont contenues dans la table suivante.

10 sols, c'est la moitié de 20 sols.		
5		Le quart.
4		Le cinquieme.
2		Le dixieme.
1		Le vingtieme.
6 sols	8 deniers.	Le tiers.
3	4	Le sixieme.
2	6	Le huitieme.
1	8	Le douzieme.
1	4	Le quinzieme.
1	3	Le seizieme.
	10	Le vingt-quatrieme.
	5	Le quarante-huitieme.

Ce qu'on appelle multiplier par les parties aliquotes, n'est autre chose que diviser un nombre par 4, ou par 5, ou par 6, &c. & cette division se fait en tirant le quatrieme, le cinquieme, le sixieme du nombre proposé, &c.

Si donc on veut multiplier par quelqu'une des parties aliquotes contenues dans la Table, pour faire des livres simples, ou des livres & des sols, ou des livres, des sols & deniers, s'il y échet, selon la rencontre de la partie aliquote, on tirera du nombre à multiplier la partie aliquote qui se rencontre vis à-vis la Table; comme vis-à-vis de 10 sols, il y a la moitié, parce que 10 sols font la moitié de 20 sols, qui valent une livre: vis-à-vis de 5 sols il y a un quart: vis-à-vis de 6 sols 8 deniers il y a un tiers, &c.

Et afin de faire mieux comprendre la Table ci-dessus, je donnerai un exemple pour l'explication de chaque partie aliquote: mais auparavant j'ai jugé à propos de faire précéder un avertissement général pour toutes les parties aliquotes, tant par sols simples, & par sols & deniers ensemble, que par deniers purs.

On saura donc qu'ayant tiré quelque partie aliquote que ce soit d'un nombre proposé à multiplier, autant d'unités qui resteront à la fin du nombre à multiplier, ce sera autant de fois la valeur de la partie aliquote par laquelle on multiplie.

Comme tirant la moitié du nombre à multiplier à raison de 10 sols, s'il reste 1 à la fin, après avoir tiré cette moitié, cette unité vaudra 10 sols, que l'on écrira ensuite des livres.

De plus, ayant tiré le quart du nombre à multiplier à raison de 5 sols; s'il reste 1, 2 ou 3 unités à la fin, ce seront autant de fois 5 sols, qu'il faut écrire au rang des sols, comme s'il reste deux unités, ce seront deux quarts, qui valent 10 sols.

De même, ayant tiré le tiers du nombre à multiplier à raison de 6 sols 8 deniers, s'il reste à la fin une ou deux unités, ce seront autant de fois 6 sols 8 deniers, que l'on écrira de même ensuite du produit des livres; ainsi des autres.

Exemple à 10 sols.

A 10 sols l'aune de toile, on demande la valeur de 749 aunes.

Prenez la moitié de 749, il viendra 374 livres 10 sols.

Opération.

749 aunes
à 10 sols.

374 livres 10 sols.

Dans l'opération ci-dessus, il est resté une moitié, qui vaut 10 sols.

La raison est que si chaque aune valoit une livre, alors les 749 aunes vaudroient 749 livres ; mais puisque l'aune ne vaut que 10 sols, qui est la moitié de la livre, les 749 aunes ne valent que la moitié de 749 livres, c'est-à-dire, 374 livres 10 sols.

Cette raison est générale pour toutes les parties aliquotes.

Exemple à 5 sols.

A 5 sols la pinte de vin, on demande la valeur de 735 pintes.

Prenez le quart de 735, il viendra 183 livres 15 sols ; ce qui se fait en disant : Le quart de 7 est 1, & reste 3, qui font 30, avec les 3 suivants font 33; puis le quart de 33 est 8, reste 1, qui vaut 10, & 5 font 15 ; & le quart de 15 est 3, & reste 3, c'est-à-dire, 3 quarts, qui valent 15 sols.

Opération.

735 pintes de vin
à 5 sols.

Produit 183 livres 15 s. pour la valeur requise.

Exemple à 4 sols.

A 4 sols l'aune de ruban, on demande combien valent 749 aunes.

Tirez le cinquieme de 749 de même façon que

vous avez agi en tirant le quart ci-dessus pour 5 sols; il viendra 149 livres 16 sols.

Opération.

749 aunes
à 4 sols.

Produit 149 livres 16 sols.

Il faut remarquer qu'ayant tiré le cinquieme, il est resté 4 unités, c'est-à-dire, 4 cinquiemes, qui valent 16 sols.

Exemple à 2 sols.

Il faut remarquer que quand on agit pour 2 sols, qui est le dixieme de 20 sols, il n'y a qu'à séparer la derniere figure à main droite du nombre proposé, & écrire les autres figures à main gauche pour autant de livres, en avançant d'un degré; puis doublant la figure retranchée, ce sont autant de sols, comme il se voit par l'opération suivante.

A 2 sols l'aune de ruban, combien 244 aunes?

Opération.

244 aunes
à 2 sols.

Produit 24 livres 8 sols pour la valeur requise.

Exemple à 1 sol.

Pour 1 sol, qui est le vingtieme de 20 sols, il faut aussi séparer la derniere figure à main droite, comme à 2 sols; mais au lieu qu'à 2 sols on écrit les figures à main gauche toutes entieres, à 1 sol, il n'en faut prendre que la moitié, dont il vient aussi des livres, & le reste, c'est autant de sols, qu'il faut écrire au rang des sols, comme il se voit en l'exemple ci-après, où, en prenant la moitié de 95, il vient 47 livres, & reste une dixaine, avec le 7 retranché font 17 sols.

A 1 sol l'aune, combien 957 aunes?

Opération.

	957 aunes	
à		1 sol.
Produit	47 livres 17 sols.	

C'est la même chose que si on vouloit réduire 957 sols en livres, observant le même ordre, il viendroit 47 livres 17 sols, comme il se verra dans les réductions par la division, ci-après, page 143.

Exemple à 6 sols 8 deniers.

A 6 sols 8 deniers la pinte de vin, combien 487 pintes? Prenez le tiers de 487, il viendra 162 livres 6 sols 8 deniers.

Opération.

	487 pintes.	
à	6 f. 8 deniers.	
Produit	162 liv. 6 f. 8 d. pour la val. requise.	

Exemple à 3 sols 4 deniers.

A 3 sols 4 deniers la botte de foin, combien 788 bottes? tirez le sixieme de 788, il viendra 131 liv. 6 sols 8 deniers.

Opération.

	788 bottes	
à	3 sols 4 deniers.	
Produit	131 liv. 6 sols 8 d. pour la val. requise.	

Exemple à 2 sols 6 deniers.

A 2 sols 6 den. l'aune de ruban, combien 986 aunes? Tirez le huitieme de 986, il viendra 123 livres 5 sols.

Opération.

986 aunes
à 2 sols 6 deniers.

Produit 123 liv. 5 sols.

Il y a encore quelques parties aliquotes de la livre, comme 1 sol 8 deniers, qui est $\frac{1}{12}$, plus 1 sol 4 deniers, qui est $\frac{1}{15}$, plus 1 sol 3 deniers, qui est $\frac{1}{16}$, plus 10 deniers, qui est $\frac{1}{24}$, plus 5 deniers, qui est $\frac{1}{48}$; mais comme ces fractions sont trop grandes, quoique moindres en valeur, on fera l'opération par les sols séparément, puis par les deniers purs.

Comme si on veut multiplier par 1 sol 8 deniers, qui est $\frac{1}{12}$, on fera premiérement pour 1 sol, & après, pour les 8 deniers, on aura recours à la page 109, où j'expliquerai la Multiplication par les deniers purs. Ce n'est pas que ceux qui sauront bien leur Table de Multiplication par cœur, ne puissent tirer le douzieme tout-d'un-coup, tout de même que le sixieme ou le huitieme, & l'opération sera bien plus courte.

Pour les parties qu'on appelle quinzieme, seizieme, vingt-quatrieme, &c. ceux qui seront curieux de voir la Table des abréviations par la division, verront que l'on peut tirer le quinzieme plus briévement que ci-dessus; savoir, en prenant le cinquieme du nombre proposé à multiplier; puis le tiers de ce cinquieme, parce que 3 fois 5 font 15, observant de barrer le premier quotient ou produit, parce qu'il ne sert que pour découvrir le produit que l'on cherche; ainsi des autres.

Exemple à 1 sol 8 deniers, qui est $\frac{1}{12}$.

A 1 sol 8 d. la ℔ de pruneaux, combien 5224 ℔?

Opération.

5224 ₶ de pruneaux
à 1 sol 8 deniers.

$\frac{1}{4}$	1306
$\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{4}$ R.	435 livres 6 sols 8 deniers.

Exemple à 1 sol 4 deniers, qui est $\frac{1}{15}$.

A 1 sol 4 d. la ₶ de plomb, combien 9567 ₶? Tirez le cinquieme de 9567 ₶; il viendra 1913 liv. 8 s. ensuite tirez le tiers de 1913 liv. 8 sols, il viendra 637 l. 16 sols pour la valeur de 9567 ₶, à 1 s. 4 den. la ₶.

Opération.

9567 ₶ de plomb
à 1 sol 4 deniers la ₶.

$\frac{1}{5}$	1913 liv. 8 sols.
$\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{5}$ R.	637 liv. 16 sols; ainsi des autres.

Des parties aliquantes.

Les parties aliquantes sont celles qui sont composées de plusieurs parties aliquotes, comme 19 sols, qui sont composés de 10, de 5 & de 4.

Si donc on veut multiplier par les mêmes 19 sols, on agira premiérement pour 10 sols, en prenant la moitié du nombre proposé.

Puis pour 5 sols, en prenant le quart.

Puis pour 4 sols, en tirant le cinquieme; & ajoutant ces trois produits, la somme sera le produit total de la Multiplication, comme il se voit par l'exemple ci-dessous.

A 19 sols l'aune de toile, combien 789 aunes?

Opération.

789 aunes
à 19 sols l'aune.

Pour	10 sols	394 livres	10 sols.
Pour	5 sols	197	5
Pour	4 sols	157	16

R. 749 livres 11 s. pour val. requise.

De même si on veut multiplier par 16 sols 8 deniers, on voit que 16 sols 8 deniers sont composés de deux parties aliquotes; savoir, de 10 sols, qui est la moitié de la livre, & de 6 sols 8 deniers, qui est le tiers; c'est pourquoi il faut tirer la moitié du nombre à multiplier, puis après le tiers, & ajoutant les deux produits, la somme sera le produit total de la multiplication, comme il se voit par l'exemple suivant.

A 16 sols 8 deniers la ₶ de cire blanche, combien valent 897 ₶? Tirez la moitié & le tiers de 897, & le produit sera 747 liv. 10 s. pour la réponse.

Opération.

897 ₶
à 16 sols 8 deniers.

Pour	10 sols	448 liv.	10 sols.
Pour	6 s. 8 d.	299	

R. 747 liv. 10 sols; ainsi des autres.

Maniere de multiplier par les deniers purs, pour avoir livres, sols & deniers au produit.

LA maniere de multiplier par les deniers purs, afin de faire venir au produit des livres, sols & deniers en même-temps par les parties aliquotes de 24 deniers & de 12 deniers, a été jusqu'à présent si obscurément expliquée, que plusieurs ont mieux aimé prendre le grand chemin, que de se donner la peine d'examiner à fond pourquoi & comment les parties aliquotes de 24 deniers produisent des livres, & celles de 12 deniers produisent des sols & deniers; ce que je trouve néanmoins assez facile à concevoir, pourvu que l'on considere les deniers par lesquels on multiplie en deux façons; savoir, à l'égard de 24 deniers, & à l'égard de 12 deniers.

Par exemple, si on disoit: Quelqu'un doit 240 citrons, à raison de deux sols la piece, on demande combien il faut pour les payer. Rz. 24 livres, parce que, selon la regle de 2 sols, il n'y a qu'à retrancher le zéro de 240, & le reste à main gauche est 24, c'est-à-dire, 24 livres, qu'il faut écrire au rang des livres. Mais si on disoit: Quelqu'un doit 240 oranges, à 6 deniers la piece, combien faut-il pour les payer?

Il faut raisonner ainsi: Puisque pour les 2 sols ci-dessus, ayant retranché le zéro de 240, il est resté 24 livres, il faut aussi retrancher le même zéro à 6 deniers, qui est la quatrieme partie de 2 sols; & au lieu que l'on écrit 24 livres pour la valeur de 2 sols, il ne doit venir que 6 livres, qui est le quart de 24 livres pour les 6 deniers, comme il se voit par les deux opérations suivantes, à deux sols & à 6 deniers.

Opérations.

	24 0 citrons		24 0 oranges.
à	2 sols.		6 deniers.
R	24 livres.	R	6 livres.

Mais si on demandoit combien il faut payer pour 248 oranges, à raison de 6 deniers la piece, il faut séparer le 8 de 248, comme j'ai retranché le zéro à 240, puis prendre le quart des deux autres figures qui sont 24, il viendra 6 livres. Et d'autant que le 8 retranché représente 8 oranges à 6 deniers piece, il en faut prendre la moitié, qui est 4 sols, parce que 6 deniers sont la moitié de 1 sol.

Opération.

	24 8 oranges.
à	6 deniers.
R,	6 livres 4 sols.

Ainsi des autres parties de 2 sols & de 1 sol, comme il se verra ci-après.

D'où suit la Regle générale, qui est que

Quand on multiplie par quelque nombre de deniers que ce soit pour avoir des livres, des sols & des deniers en même-temps, il faut toujours retrancher la derniere figure du nombre proposé à multiplier à main droite, comme à 2 sols, & observer ce qui suit selon l'ordre de la Table des parties aliquotes de 24 deniers & de 12 deniers.

Table des parties aliquotes de 24 deniers pour avoir des livres, & de 12 deniers pour avoir des sols & deniers.

6 Den. à l'égard de 24 den.	c'est un quart.
& de 12 den.	une moitié.
4 Den. à l'égard de 24 den.	un sixieme.
& de 12 den.	un tiers.

3 Den. à l'égard des 24 den. c'est un huitieme.
&c de 12 den. un quart.
2 Den. à l'égard de 24 den. un douzième.
&c de 12 den. un sixieme.
1 Den. Voyez ci-après.
8 Den. à l'égard de 24 den. un tiers.
&c de 12 den. deux tiers.

Explication de la Table ci-dessus.

Pour multiplier par 6 deniers, il faut retrancher la derniere figure à main droite du nombre à multiplier, puis prenant le quart des autres à gauche, il viendra des livres, que l'on posera en avançant d'un degré, comme à 2 sols; prenant ensuite la moitié du reste à droite, tant des dixaines restantes, s'il y en a, que de la figure retranchée, cette moitié donnera des sols & deniers, s'il y en échet.

Exemple.

A 6 deniers la pomme, combien 957 pommes.

Opération.

95 7 pommes.
à 6 den.

R. 23 livres 18 sols 6 deniers pour la valeur des 957 pommes.

Il faut observer le même ordre à quelque nombre de deniers que ce soit.

Pour 4 deniers, il faut tirer le sixieme de ce qui est retranché à main gauche, & le tiers de ce qui reste.

Exemple.

A 4 den. la poire, combien 78 8 poires.
à 4 den.

R. 13 liv. 2 s. 8 den.

Pour 3 deniers, il faut tirer le huitieme des figures retranchées à main gauche, & le quart du reste.

Exemple.

A 3 den. piece, combien 98 7
à 3 den.

℞. 12 liv. 6 sols 9 den.

Pour 2 den. il faut tirer le 12e des figures retranchées à main gauche, & le 6e du reste.

Exemple.

A 2 den. piece, combien 459 7
à 2 den.

℞. 38 liv. 6 sols 2 den.

Pour 8 deniers, il faut tirer le tiers des figures retranchées à main gauche, & doublant le reste à main droite, il en faut encore prendre le tiers.

Exemple.

A 8 den. l'aune, combien 656 8 aunes
à 8 den.

℞. 218 liv. 18 sols 8 den.

Pour 1 denier, il faut agir comme pour 4 deniers, & du produit en tirer le quart, barrant le produit des 4 deniers.

Exemple.

A 1 den. la piece, combien 873 7
à 1 den.

148 12
℞. 36 liv. 8 sols.

Et si le nombre des deniers par lesquels on multiplie est composé de plusieurs parties aliquotes, comme 9 deniers, qui sont composés de 6 deniers & de 3 deniers, on agira premiérement pour 6, puis pour 3, selon l'ordre ci-dessus, & on ajoutera les deux produits, comme il se voit dans l'exemple suivant.

Exemple.

A 9 den. l'aune de ruban, combien 789 aunes
à 6 den.

Pour 6 den.	19 l. 14 ſ. 6 den.
Pour 3 den.	9 l. 17 ſ. 3 den.
R.	29 l. 11 ſ. 9 den.

Avertiſſement ſur la multiplication des deniers purs pour avoir livres, ſols & deniers au produit.

Comme il y en a pluſieurs qui ont de la peine à comprendre la maniere de faire venir des livres, ſols & deniers au produit, en multipliant par les deniers purs, & agiſſant ſur le pied de 24 deniers pour faire venir des livres, & ſur le pied de 12 deniers pour faire venir des ſols & deniers, s'il y échet, comme il vient d'être expliqué : alors, pour s'exempter de cette difficulté, qu'ils ſuppoſent un ſol, dont ils tireront la valeur d'un nombre propoſé, obſervant la Regle expliquée pour 1 ſol ci-devant, & ayant la valeur d'un ſol, d'icelle ils en tireront la valeur des deniers, comme s'il y a 4 deniers, on voit que 4 deniers ſont le tiers d'un ſol; par conſéquent tirant le tiers du produit d'un ſol, on aura la valeur de 4 deniers ; ainſi des autres parties du ſol, ſoit aliquotes ou aliquantes, obſervant de barrer le produit du ſol, comme n'étant qu'une fauſſe ligne. Et ſi dans l'opération on peut trouver un ſol ſans en ſuppoſer un, ce ſera encore mieux.

Ayant expliqué comment il faut multiplier par ſols ſimples, & par ſols & deniers ſéparément, il ſera aiſé de multiplier par livres, ſols & deniers conjointement, comme il ſe voit par l'exemple ſuivant, que j'ai déjà expliqué, page 98, & que je répéte ici pour faire voir la briéveté qui ſe trouve par les parties aliquotes expliquées aux pages 98 & 99.

Exemple.

A 23 liv. 15 s. 9 den. l'aune de drap, combien valent 35 aunes.

Operation.

35 aunes
à 23 liv. 15 sols 9 den.

	105			* Preuve par 9.
	70			8
Pour 10 s.	17	10		6 X 6
Pour 5 s.	8	15		
Pour 6 d.		17	6 den.	3
Pour 3 d.		8	9	

R. 832 liv. 11 sols 1 den. pour la valeur requise, ainsi de toutes les autres multiplications.

** Preuve de l'Exemple de multiplication.*

Comme j'ai prouvé l'Addition & Soustraction des livres, sols & deniers pour la preuve de 9, ainsi j'expliquerai la même preuve par 9 sur le sujet de la Multiplication ci-dessus, qui servira de modele à toutes les autres Multiplications, dont le multiplicateur sera composé de livres sols & deniers.

Elle se fait ainsi. Je tire la preuve de 35 aunes, il vient 8, que je pose au haut de la croix.

Ensuite je passe au multiplicateur 23 liv. 15 s. 9 deniers, disant : 2 & 3 font 5, que je double à cause que ce sont des livres, font 10, dont la preuve est 1, que je joins aux 15 sols, disant : 1 & 1 font 2, & 5 font 7 que je triple, à cause que ce sont des sols, font 21, dont la preuve est 3, que je passe aux 9 d. il vient toujours 3, que j'écris au bas de la croix.

En troisieme lieu, je multiplie le 8 posé au haut de la croix par le 3 posé au bas, il vient 24, dont la preuve est 6, que j'écris au bras gauche de la même croix.

Enfin, je tire la preuve du produit, qui est 832 liv. 11 sols 3 deniers, disant : 8 & 3 font 11, dont la preuve est 2 & 2 font 4, que je double font 8, que je joins aux 11 sols, disant 8 & 1 font 9 & cet 1 que je triple font 3, que je joins aux 3 den. font 6, que je pose au bas vuide de la croix, & c'est la preuve, d'autant que les deux dernieres preuves sont 6, & partant égales ; s'il étoit arrivé autrement, la regle auroit été fausse.

Preuve de la multiplication ci-dessus par la Division. Voyez ci-après, page 144.

Il faut remarquer que si au produit d'une multiplication il n'y a point de sols ni de deniers, & qu'il y en ait au multiplicateur, il faudra observer le même ordre au produit qu'au multiplicateur; savoir, de doubler les livres du produit, & passant par-dessus le zéro des sols, tripler le surplus de 9 provenu des livres.

Par exemple, si on demande combien valent 24 aunes d'étoffe, à raison de 6 livres 6 sols 8 deniers, faisant l'opération, il viendra au produit 152 livres comme ci-dessous.

	24 aunes	preuve par 9
à	6 livres 6 sols 8 den.	6
	144	3 X 3
	8	8
R.	152 livres pour la valeur requise.	

Pour preuve, il faut tirer la preuve du nombre à multiplier, 24 aunes, il viendra 6, qu'il faut écrire au haut de la croix.

Il faut aussi tirer la preuve du multiplicateur, 6 liv. 6 sols 8 den. en doublant aux livres & triplant aux sols, comme il a été enseigné, il viendra 8, qu'il faut écrire au bas de la même croix.

Puis multipliant ces deux preuves 6 & 8 l'une par

l'autre, il vient 4[illegible] dont la preuve est 3, qu'il faut poser au bras gauche de la même croix.

Enfin tirant la preuve du produit, qui est 152 livres, il vient 8 qu'il faut doubler à cause des 6 livres du multiplicateur, il vient 16, dont la preuve est 7, qu'il faut tripler à cause des 6 sols du même multiplicateur, il vient 21, dont la preuve est 3, qu'il faut écrire au bras droit de la même croix, & c'est la preuve.

Cette Regle de Multiplication se peut prouver par la Division, comme la précédente.

Questions sur la Multiplication en fractions d'aunage.

Quelqu'un doit 24 aunes $\frac{5}{6}$ d'étoffe, à raison de 6 liv. 6 sols 8 deniers l'aune, on demande combien vaut le tout.

Pour opérer en cette Regle, il faut premiérement multiplier les 24 aunes par 6 liv. 6 sols 8 deniers, comme il a été enseigné, & comme il vient d'être pratiqué tout fraîchement dans le dernier exemple.

Cela fait, il faut considérer selon la Table du bordereau d'aunage, *page* 95, que les $\frac{5}{6}$ d'aunes à l'égard de 20 sols, valent 16 sols 8 deniers; ou $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{3}$, c'est-à-dire $\frac{1}{2}$ à cause de 10, & $\frac{1}{3}$ à cause de 6 sols 8 deniers.

Si donc on prend pour $\frac{3}{6}$ la moitié de 6 liv. 6 sols 8 deniers, il viendra 3 liv. 3 sols 4 den. & si pour les $\frac{2}{6}$ restants on prend le tiers de 6 liv. 6 sols 8 deniers, il viendra 2 liv. 2 sols 2 deniers $\frac{2}{3}$.

Cela fait, ajoutant le tout ensemble, la somme de l'addition donnera le produit requis pour la valeur des susdites 24 aunes $\frac{5}{6}$, au prix propopofé, comme il se voit par l'opération qui suit.

Opération.

	24 ⅙ aunes.		
à	6 liv. 6 f. 8 den.		Preuve par 9
Pour les 6 liv.	144 liv.		5
Pour les 6 f. 8 d.	8		4 X 4
Pour les ⅙	3	3 f. 4 d.	
Pour les	2	2 f. 2 d. ⅓	8
R	157 liv. 5 f. 6 d. ⅔ ou 4/6 pour la valeur requise.		

Preuve par 9 de la Multiplication ci-dessus.

Pour faire la preuve par 9 d'une Multiplication en fraction d'aunage, comme celle ci-dessus, & toutes autres semblables, il faut préalablement réduire les fractions qui viennent au produit en même dénomination que la fraction du nombre à multiplier ; c'est-à-dire, que s'il y a des sixiemes au nombre à multiplier, il faut réduire la fraction du produit, s'il y en a, en sixiemes aussi, comme il se voit ci-dessus, où la fraction du produit étoit ⅔, que j'ai réduits en 4/6, à cause des ⅙ du nombre à multiplier.

Cela fait, il faut tirer la preuve de 24 aunes ⅙, disant : 2 & 4 font 6, qu'il faut multiplier par 6, dénominateur des ⅙, le produit est 36, auxquels joignant le 5 des ⅙, le tout fait 41, dont la preuve est 5, qu'il faut poser au haut de la croix.

Ensuite tirant la preuve du multiplicateur 6 liv. 6 sols 8 den. en doublant aux livres, & triplant aux sols, comme il a été enseigné, il viendra 8, qu'il faut écrire au bas de la croix.

Puis multipliant ces deux preuves 5 & 8 l'une par l'autre, il viendra 40, dont la preuve est 4, que l'on écrira au côté gauche de la croix.

Enfin tirant la preuve du produit, qui est 157 livres 5 sols 6 deniers, de même ordre que celle du

multiplicateur ; en doublant & triplant, il viendra zéro, qu'il faut multiplier par le dénominateur des $\frac{4}{6}$, disant : 6 fois zéro, ce n'est rien, reste 4, numérateur des $\frac{4}{6}$, qu'il faut écrire au bras droit de la croix, & c'est la preuve.

Preuve de la Multiplication ci-dessus par la Division. Voyez la page 144.

Mais si d'aventure il ne se rencontroit point de fractions au produit d'une Multiplication en fractions d'aunage, après avoir tiré la preuve du nombre à multiplier, comme aussi du multiplicateur, & multiplié ces deux preuves l'une par l'autre, & posé ces trois restes aux trois côtés de la croix, il faut tirer la preuve des livres, sols & deniers du produit, comme il vient d'être expliqué, & multiplier la preuve des deniers du même produit par le dénominateur de la fraction du même nombre à multiplier, comme il se voit dans l'exemple de multiplication ci-dessous, où la preuve des deniers du produit est 1, qu'il faut multiplier par 6, marqué au produit en fraction, comme $\frac{5}{6}$, il vient 6, & c'est la preuve, comme il est requis ; ainsi des autres.

Exemple.

A 8 livres 15 sols l'aune de drap, combien 53 aunes $\frac{5}{6}$.

Opération.

		53 aunes $\frac{5}{6}$			Preuve par 9
à		8 livres 15 sols			8
					6 X 6
		424 livres.			
Pour 10 s.		26	10 sols.		3
Pour 5		13	5		
Pour $\frac{3}{6}$		4	7	6 d.	
Pour $\frac{2}{6}$		2	18	4	

R. 471 livres 0 sols. 10 den. pour la valeur requise. *Voyez ci-après, page 144.*

Avertissement pour la preuve des Multiplications en fractions d'aunage ci-dessus.

APRÈS avoir fait voir dans les Multiplications ci-dessus toutes les circonstances à observer pour la preuve de 9, j'expliquerai la maniere générale de prouver toutes les mêmes Regles par leur contraire; savoir, par la Division.

Ce qui se fait en divisant le produit des deux nombres qui ont été multipliés par l'un d'iceux, & le quotient de la Division donnera l'autre.

Comme dans l'exemple ci-devant, si on divise le produit, qui est 471 livres 0 sols 10 deniers par 53, nombre à multiplier, le quotient donnera 8 liv. 15 s. pour le multiplicateur.

Ou si on divise le même produit 471 liv. 0 s. 10 den. par le multiplicateur, qui est 8 liv. 15 sols, le quotient donnera 53 $\frac{5}{6}$, nombre à multiplier, comme il est proposé; & ainsi c'est à celui qui chiffre de chercher de la facilité dans l'opération, parce qu'il est quelquefois plus facile en de certains nombres de diviser le produit d'une Multiplication par le nombre à multiplier pour trouver le multiplicateur, que de diviser le même produit par le multiplicateur, pour avoir le nombre à multiplier, comme il se verra dans quelques opérations de Division ci-après, qui serviront de preuve aux Multiplications ci-dessus.

Ayant expliqué ci-devant tous les préceptes nécessaires pour multiplier, tant en nombres entiers, que par les parties aliquotes de 20 sols & de 12 deniers, il sera facile de résoudre toutes sortes de questions sur la Multiplication, selon qu'elles seront proposées ci-après.

Usage de la Multiplication.

L'usage de la Multiplication est de réduire une grande espece, soit de monnoie, de poids, de mesure, &c. en moindres especes.

Réductions de livres en sols.

Pour réduire des livres en sols, il faut multiplier le nombre des livres par 20 sols, & le produit donnera des sols.

Ou bien il faut doubler le nombre des livres, puis les ajouter, & posant un zéro au-devant de la somme, ce seront autant de sols.

Exemple.

On demande combien 78 livres valent de sols.

Opération.

	78 liv.	autrement	78 liv.
par	20 sols.		78
℟.	1560 sols.	℟.	1560

Réduction des sols en deniers.

Pour réduire des sols en deniers, il faut multiplier le nombre des sols par 12 deniers, valeur d'un sol, & le produit des deniers.

Exemple.

On demande combien 789 sols valent de deniers.

Opération.

	789 sols à multiplier
par	12 deniers
	1578
	779
℟.	9468 deniers.

De même si on veut réduire des ℔ de poids de 16 ou 15 onces en onces, il faut multiplier le nombre des ℔ par 16 ou par 15, & le produit donnera des onces.

Pour réduire des marcs en onces, il faut multiplier les marcs par 8 onces.

Des toises en pieds, il faut multiplier par 6.

Des perches en pieds, il faut multiplier par 18, ou par 20, ou par 22, ou par quelqu'autre nombre de pieds que la perche contiendra.

Des pieds en pouces, il faut multiplier par 12, &c. ainsi des autres.

Abréviation de Multiplication par les parties aliquotes de 10, *de* 100 *& de* 1000.

J'AI enseigné ci-devant, page 35, que pour multiplier par 10, il ne faut qu'ajouter un zéro au nombre à multiplier; par 100, il en faut ajouter 2, & par 1000, il en faut ajouter 3, & la Multiplication est faite.

Or, puisque pour multiplier par 10, on ajoute un zéro, si on veut multiplier par une partie aliquote de 10, comme par 3 liv. 6 sols 8 den. qui est $\frac{1}{3}$, ou par 2 liv. 10 sols, qui est $\frac{1}{4}$, &c. il faut ajouter un zéro au nombre à multiplier, qui est autant que de multiplier par 10; puis du nombre à multiplier augmenté d'un zéro, tirer ou le tiers, ou le quart, &c. & ce tiers ou ce quart, &c. sera le produit de la Multiplication.

Par exemple, si on veut savoir combien valent 65 aunes d'étoffe à 3 livres 6 sols 8 deniers l'aune, je regarde que 3 livres 6 sols 8 deniers est $\frac{1}{3}$ de 10 livres, c'est pourquoi j'ajoute un zéro à 65, & il vient 650, qui est autant que si j'avois multiplié 65 par 10; mais puisque 3 liv. 6 sols 8 deniers ne font que le tiers de 10 livres, je tire le tiers de 650, il vient 216 liv. 13 sols 4 deniers pour la valeur desdites 65 aunes à la raison susdite, comme il se voit par l'opération ci-après, ensuite de la Table des parties aliquotes de 10 liv.

Si

Si on veut multiplier par parties aliquotes de 100, on ajoutera deux zéros au nombre à multiplier, & du nombre total on en tirera ou la moitié, ou le tiers, ou le quart, &c. selon la partie aliquote.

De même, si on veut multiplier par les parties aliquotes de 1000, on ajoutera trois zéros, & on opérera de la même façon, selon la partie aliquote qui se présentera.

On remarquera que pour faire l'opération de pareilles multiplications, après avoir posé le nombre à multiplier, on séparera de la valeur d'un point le nombre à multiplier d'avec le zéro, ou plusieurs, s'il y en a d'ajoutés à ce même nombre, comme il se voit par l'opération ci-dessus & les suivantes.

Et afin que l'on connoisse les parties aliquotes de 10 liv. de 100 liv. & de 1000 liv. je donnerai les Tables suivantes, après chacune desquelles je formerai une question convenable à icelles, pour en faire voir l'usage.

Table des parties aliquotes de 10 livres.

	10 livres.		
$\frac{1}{2}$	5 liv.		
$\frac{1}{3}$	3	6 sols	8 den.
$\frac{1}{4}$	2	10	
$\frac{1}{5}$	2		
$\frac{1}{6}$	1	13 sols	4 den.
$\frac{1}{8}$	1	5	
$\frac{1}{12}$	0	16	8

A 3 livres 6 sols, 8 deniers l'aune, combien 65 aunes.

Posez un zéro après 65, il viendra 650; puis tirez le tiers, il viendra 216 liv. 13 sols 4 deniers pour la valeur de 65 aunes à 3 liv. 6 sols 8 deniers l'aune.

Opération.

aunes 650

℞. 216 liv. 13 sols 4 deniers.

Table des parties aliquotes de 100 livres.

100 livres. — *Question.*

$\frac{1}{2}$	50 liv.		
$\frac{1}{3}$	33	6 s. 8 d.	
$\frac{1}{4}$	25		
$\frac{1}{5}$	20		
$\frac{1}{6}$	16	13 s. 4 d.	
$\frac{1}{8}$	12	10	
$\frac{1}{10}$	10		
$\frac{1}{12}$	8	6	8 d.
$\frac{1}{16}$	6		5 d.

A 16 livres 13 sols 4 den. l'aune de drap de Hollande, combien 23 aunes.

Posez deux zéros après 23, il viendra 2300 dont vous tirerez le sixieme.

Opération.

23 00

℞. 383 liv. 6 s. 8 den.

Ayant fait l'opération de la question ci-dessus, il est venu 383 liv. 6 sols 8 deniers pour la valeur des 23 aunes, à 16 livres 13 sols 4 deniers l'aune; ainsi des autres.

Table des parties aliquotes de 1000 livres.

1000 livres. — *Question.*

$\frac{1}{2}$	500 liv.		
$\frac{1}{3}$	333	6 s.	8 den.
$\frac{1}{4}$	250		
$\frac{1}{5}$	200		
$\frac{1}{6}$	166	13	4
$\frac{1}{8}$	125		
$\frac{1}{10}$	100		
$\frac{1}{12}$	83	6	8
$\frac{1}{16}$	62	10	

A 83 l. 6 s. 8 d. le muid de vin, combien 57.

Posez trois zéros après 57, il viendra 57000, dont vous tirerez le douzieme.

Opération.

57 000

℞. 4750

Ayant fait l'opération comme il se voit ci-dessus, il est venu au produit 4750 livres pour la valeur des 57 muids de vin, à raison de 83 liv. 6 sols 8 deniers.

Il faut observer le même ordre pour les autres parties aliquotes de 10, de 100, ou de 1000 livres.

Maniere de multiplier par des sols sans parties aliquotes.

QUAND on voudra multiplier par un nombre de sols qui seront en nombre pair, comme si on veut savoir combien valent 98 aunes de toile à 14 sols l'aune, on écrira 98 aunes, & 14 sols au dessous un peu plus loin à main droite; puis prenant la moitié de 14 sols, qui est 7, que l'on gardera dans la mémoire, on multipliera les 98 aunes par ce 7, disant: 7 fois 8 font 56, & doublant le 6 il vient 12, c'est-à-dire, 12 sols, que je pose au rang des sols, & retiens les 5 dixaines.

Enfin je multiplie le 9 de 98 par le même 7; il vient 63, & 5 que j'ai retenus font 68, c'est-à-dire 68 livres.

Opération.

	9	8 aunes	
à			14 sols
R.	68 livres 12 sols pour la valeur requise.		

On observera le même ordre pour les autres nombres pairs.

Comme	par	6	sols de multiplier par	3
	par	8	multiplier par	4
	par	12	multiplier par	6
	par	16	multiplier par	8
	par	18	multiplier par	9

Mais si le nombre des sols par lesquels on veut multiplier est impair, comme 13, on agira premiérement pour 12, comme ci-dessus.

Puis pour 1 sol, comme il a été enseigné ci-devant, page 103, & on ajoutera les deux produits.

Abréviation pour la Multiplication par les parties aliquotes, lesquelles étant prises en sens contraire, peuvent servir aussi pour la Division, selon la Table ci-après, pages 155 & 156.

QUAND le nombre à multiplier sera composé de plusieurs parties aliquotes, il faut multiplier premiérement le multiplicateur par une des parties aliquotes, puis le produit par l'autre, barrant ce premier produit, & le dernier produit sera le produit total de la Multiplication.

Quand je dis, multiplier par les parties aliquotes, j'entends que si le nombre est 3, on multiplie le multiplicateur par 3; si le nombre à multiplier est 4, on multiplie le multiplicateur par 4, &c.

Exemple.

Comme si on demande la valeur de 4 aunes d'étoffe à 15 livres 12 sols 6 deniers l'aune, multipliant 15 livres 12 sols 6 deniers par 4, la multiplication se feroit tout-d'un-coup en une seule ligne, & il viendroit 62 livres 10 sols au produit; ainsi des autres nombres, depuis 2 jusqu'à 9.

Opération.

	4 aunes	
à	15 livres 12 sols 6 deniers.	
R.	62 livres 10 sols 0	

Construction de la Multiplication ci-dessus.

J'ai premiérement multiplié les 6 deniers du multiplicateur par les 4 aunes, vient 24 deniers, qui valent 2 sols, que je retiens.

Ensuite j'ai multiplié les 12 sols du multiplicateur par les mêmes 4 aunes; il vient 48 sols, & 2 retenus font 50 sols, qui valent 2 livres 10 sols; je pose 10 sols, & retiens 2 livres.

Enfin j'ai multiplié 15 livres par les mêmes 4 aunes, il vient 60 livres, & 2 retenus font 62 livres, & le tout fait 62 livres 10 sols pour la valeur requise.

Voilà la maniere de multiplier tout-d'un-coup, lorsqu'il n'y a qu'une figure au nombre à multiplier.

Mais si d'aventure le nombre à multiplier est composé des parties aliquotes, comme seroit le nombre 24, il faut considérer les parties aliquotes dont il est composé: on voit que 24 font produits de 6 multipliés par 4, tellement que si on veut multiplier un multiplicateur, tel qu'il soit, par 24, on multipliera premiérement le multiplicateur par 6; il viendra un produit, lequel sera multiplié par 4; barrant ce premier produit, & ce dernier produit donnera le produit requis.

Exemple.

On demande la valeur de 24 onces de galon d'argent à 5 livres 19 sols 6 deniers l'once.

Il faut multiplier 5 livres 19 sols 6 deniers par 6, il viendra 35 livres 17 sols.

Ensuite il faut multiplier 35 livres 17 sols par 4, il viendra 143 livres 8 sols pour la valeur requise.

Opération.

	24 onces			
à	5 livres	19 sols	6 deniers.	
	~~35~~	~~17~~	0	

R. 143 livres 8 sols pour la valeur des 24 onces de galon d'argent, à 5 liv. 19 sols 9 den. l'once.

Il y a quantité de nombres propres pour abrévier de cette même façon, que vous trouverez dans la Table des abréviations pour la Division ci-après, où je prouverai la multiplication par la Division, & réciproquement la Division par la Multiplication, selon l'ordre des abréviations.

Après avoir amplement traité de la Multiplication dans toutes ses circonstances, pour ce qui regarde les préceptes nécessaires à son opération, il s'agit maintenant d'en faire voir l'application; & pour cet effet, je proposerai ci-après plusieurs questions concernant les Finances & la Marchandise.

Plusieurs Questions sur la Multiplication.

Avertissement.

Les principes de multiplication ont été amplement enseignés, tant par les Regles générales que par les parties aliquotes de 20 sols & abréviation : c'est pourquoi, après avoir proposé quelques questions, je me contenterai de faire l'opération des Regles, sans particulariser davantage sur leur explication.

Question premiere.

Quelqu'un a acheté 25 muids de vin, à raison de 58 liv. 15 sols le muid pour tous frais; on demande combien vaut le tout.



Opération.

25 muids
58 liv. 15 sols la piece.

---

200 liv.
125
12 liv. 10
6 5

R. 1468 liv. 15 s. pour la valeur des 25 muids.

Question seconde.

On demande combien valent 56 cordes de bois, à raison de 9 liv. 12 sols la corde.

Opération.

56 cordes de bois.
à 9 liv. 12 sols.

504
28
5 12 sols.

R. 537 liv. 12 sols pour la valeur des 56 cordes.

Question troisieme.

La pinte de vin vaut 5 sols 4 deniers, on demande combien vaut le muid.

Multipliez 280 pintes, valeur d'un muid, par 5 sols 4 den. & vous trouverez 74 liv. 13 sols 4 den. pour la valeur du muid.

Opération.

280 pintes.
5 sols 4 den.

70
4 13 sols 4 den.

---

74 liv. 13 sols 4 den.

Question quatrieme.

On demande combien valent 35 setiers de blé, à raison de 12 livres 15 sols le setier.

Multipliez 35 par 12 livres 15 sols, il viendra 446 livres 5 sols.

Opération.

	35 setiers.	
à	12 liv.	15 sols.
	70	
	35	
	17	10 sols.
	8	15
R.	446 liv.	5 sols pour la valeur requise.

Question cinquieme.

La douzaine d'une certaine marchandise coûte 24 livres, on demande combien la grosse, qui est 12 douzaines.

Multipliez 12 douzaines par 24 livres, il viendra 288 livres.

Opération.

	12 douzaines
à	24 livres.
	48
	24
R.	288 livres pour la valeur requise.

Question sixieme.

Un Marchand Papetier a acheté un ballot de papier, contenant 88 rames, à raison de 4 liv. 12 sols la rame ; on demande combien il faut payer pour le tout.

Multipliez 88 par 4 liv. 12 sols, il viendra 404 livres 16 sols.

Opération.

88 rames

à 4 liv. 12 sols.

352

44

8 liv. 16 sols.

R. 404 liv. 16 sols pour la valeur requise des 88 rames à 4 livres 12 sols.

Question septieme, ou *Regle de dépense par la Multiplication, pour savoir à tant par jour combien par an.*

Quelqu'un paie 48 sols par jour pour sa pension ; on demande combien il doit payer pour la dépense de toute l'année, qui contient 365 jours.

Multipliez 365 jours par 48 sols, il viendra au produit 876 liv. pour la dépense de l'année entiere.

Opération.

365 jours à multiplier.

par 2 livres 8 sols.

730

73

73

R. 876 livres.

Et si on vouloit savoir la dépense de 58 jours au même prix, il faut multiplier de même 58 par 2 liv. 8 sols, il viendra 139 livres 4 sols pour le requis. Et ainsi d'un autre nombre de jours à un autre prix par jour.

Question huitieme, ou Rachat de Rente.

Quelqu'un paie 66 livres 13 sols 4 den. de rente par an ; on demande, s'il en vouloit faire le rachat, combien il faudroit qu'il payât pour le fonds

principal de ladite rente, le rachat se faisant au denier 18.

Pour le savoir, il faut multiplier 18 par 66 liv. 13 sols 4 deniers, & il viendra 1200 liv. au produit, qui est le principal ou le fonds requis pour faire le remboursement de la rente ci-dessus.

Opération.

18		
66 liv.	13 sols	4 den.
108 liv.		
108		
9		
3		

R. 1200 liv. qu'il faut de principal.

Ainsi des autres, à quelque denier que se fasse le rachat, comme si le rachat se fait au denier 16, il faut multiplier la rente par 16, &c.

La preuve de cette question se fera par la Division, lorsque j'expliquerai la constitution de rente ci-après, *pages* 147 & 148.

Question neuvieme.

Quelqu'un loue une maison 350 liv. par an; & cette maison étant à vendre, un particulier la veut acheter sur le pied de ce qu'elle est louée, & à raison du denier 18, c'est-à-dire, qu'il entend que son argent lui profite autant en achetant cette maison, que s'il le mettoit en rente au denier 18, on demande le prix de cette maison.

Multipliez 350 liv. par 18, & le produit sera de 6300 livres, qu'il faut payer pour le prix de ladite maison.

Opération.

350
18

2800
350

R. 6300 liv. qui sera le prix de la maison.

Question dixieme, ou Regle pour tirer le sol pour livre, ou 8 deniers, ou 6 deniers, ou 4 deniers, &c. ou quelque denier que ce soit.

Quelqu'un a acheté une maison de 29600 livres, de laquelle il doit les lods & ventes, à raison de 1 sol 8 deniers pour livre; on demande ce qu'il doit payer pour lesdits lods & ventes.

Multipliez 29600 liv. par 1 sol 8 deniers, ce qui se fait en tirant le douzieme de 29600, il viendra 2466 liv. 13 sols 4 den.

Opération.

29600 liv.
à 1 sol 8 den. pour livre.

R. 2466 liv. 13 sols 4 den. qui sont dûs au Seigneur.

Question onzieme.

On demande le contrôle de la somme de 29600 liv. à raison de 10 den. pour liv.

Multipliez 29600 liv. par 10 den. selon l'ordre des parties aliquotes de 24 den. & de 12 deniers, il viendra 1233 liv. 6 sols 8 den.

Opération.

à	29600 liv.	10 den.
Pour 6 den.	740	
Pour 4 den.	493 liv. 6 sols 8 den.	
R.	1233 liv. 6 sols 8 deniers	

qu'il faut payer pour le contrôle de la susdite somme de 29600 livres.

Question douzieme, ou Remise au-dedans.

Le Roi faisant remise de 1 sol 3 den. pour livre sur la somme de 50000 liv. dont il faut faire le recouvrement, on demande la remise, & ce que l'on doit payer de net.

Cette Regle n'est qu'une Multiplication par les parties aliquotes, comme les précédentes; c'est pourquoi il n'y a qu'à multiplier les 50000 livres par 1 sol 3 deniers.

Pour l'opération, vous agirez comme pour 2 sols 6 deniers, en tirant le huitieme; puis du produit vous en tirerez la moitié; cette moitié sera le produit de 1 sols 3 deniers : autrement vous pouvez agir pour 1 sol, puis pour 3 deniers séparément, & ajouter les deux produits.

Opération.

	50000 livres	
à		1 sol 3 den.
	6250	
R.	3125 livres pour la remise.	

Et pour trouver ce qu'il faut payer de net au Roi, faites une soustraction, ôtant 3125 liv de 50000 liv. & le reste sera 46875 liv. à payer de net.

Principal	50000
Remise	3125
Reste	46875

Enfin, on se servira pour telles Regles des mêmes loix ou préceptes que j'ai enseignés dans l'explication des parties aliquotes, soit des sols simples ou deniers simples, soit de sols & deniers conjointement, soit que l'on dise à 2 den. à 3 den. à 4 den. &c. ou à 1 sol, à 2 sols, à 1 sol 3 den. à un sol 8 den. &c. pour livre de profit ou de perte.

Avertissement.

COMME l'ame de toutes les affaires du monde, c'est l'argent comptant, & qu'il importe fort de savoir bien payer ou recevoir une somme de deniers, c'est la raison pour laquelle il est nécessaire d'enseigner la façon de dresser toutes sortes de bordereaux, soit en matiere de Finances ou de marchandises, & tirant la valeur de chaque espece, soit d'or ou d'argent, ou marchandise, en rapporter la valeur totale.

Ce qui est très-nécessaire, particuliérement à Messieurs les Commis des Finances, comme aussi aux Banquiers & Marchands, lesquels ont à payer tous les jours, & aussi à recevoir des sommes considérables.

De la maniere de dresser un Bordereau de paiement.

Pour faire quelque Bordereau de paiement que ce soit, il est nécessaire de connoître les especes d'or & d'argent selon leur cours ordinaire.

Tout Bordereau de paiement se fait, ou par la Multiplication, ou par la Division; je les expliquerai tous deux.

Bordereau de paiement par Multiplication.

Le Bordereau du paiement par Multiplication n'est autre chose que ce qui explique la valeur de plusieurs especes différentes, selon l'espece demandée.

En voici un exemple. Si quelqu'un vouloit faire un paiement de 7951 livres, & que pour y satisfaire, il eût dans sa caisse les especes suivantes; savoir :

640 pieces de 5 l. 14 f.
275 pieces de 11 l.
426 pieces de 3 l.

On demande la valeur desdites especes en livres tournois, afin de l'expliquer par un Bordereau.

Pour faire cette Regle, il faut évaluer le nombre desdites pieces par le prix de chacune, l'une après l'autre.

Ce qui se fait en multipliant séparément le nombre de chaque espece par sa valeur, selon l'ordre de la Multiplication; il viendra à chaque produit la valeur requise, comme il se voit par les opérations ci après.

1 *Opération.*	2 *Opération.*	3 *Opération.*
640 pieces	275 pieces	426 pieces
à 5 liv. 14 f.	à 11 livres.	à 3 livres.
3200	275	R. 1278
320	275	
128		
R. 3648 livres.	R. 3025 livres.	

Après avoir ainsi calculé à part, & trouvé au produit de chaque multiplication la valeur de chaque espece différente, il faut dresser le Bordereau comme ci-après, & faire addition des produits, & la somme totale sera la valeur entiere des especes proposées.

Addition des produits.

640 pieces de 5 l. 14 f. valent 3648 livres.
275 pieces de 11 valent 3025 livres.
426 pieces de 3. valent 1278 livres.

Somme totale 7951 livres.

Ayant fait addition des produits, j'ai trouvé par somme totale 7951 livres, qui est la valeur du nombre des pieces mentionnées dans le bordereau du paiement.

Pour prouver que les Multiplications ci-dessus sont bonnes, ayez recours à la p. 144, où j'expliquerai la preuve de la Multiplication par la Division ; & pour preuve de l'Addition des produits, voyez la preuve de l'Addition ci-devant, page 15.

Autre Bordereau d'aunage.

Il n'y a point de différence de l'évaluation des pieces d'or ou d'argent à l'évaluation des aunes ou de drap ou de toile ; &c. comme aussi des ℔ de poids, ou de telle autre marchandise que l'on voudra, parce que, pour prouver la valeur d'un nombre de quelque espece, soit d'or ou d'argent, ou de marchandise, il faut toujours multiplier la quantité des pieces ou aunes par la valeur d'une.

Par exemple, si un Marchand avoit acheté les trois pieces d'étoffes ci-dessous, & qu'il voulût savoir combien il devroit payer pour le tout, on disposera lesdites trois pieces d'étoffes comme il se voit.

36 aunes de drap à 13 liv. 12 sols l'aune.
48 aunes de serge à 3 liv. 18
55 aunes de ratine à 4 liv. 15 sols 6 den.

Il faut trouver la valeur de chaque piece d'étoffe l'une après l'autre, en multipliant séparément chaque nombre d'aune par la valeur de l'aune, comme il a été enseigné ; il viendra à chaque produit la valeur de la piece d'étoffe, comme il se voit par les opérations suivantes.

4

1. Opération.			2. Opération.			3. Opération.		
36 aunes			48 aunes			55 aunes		
à 13 l. 12 f.			à 3 l. 18 f.			à 4 l. 15 f. 6 d.		
108 l.			144 l.			200 l.		
36			24			27	10 f.	
18			9	12		13	15 f.	
3	12		9	12		1	7 f.	6 d.
Rf. 489 l.	12 f.		Rf. 187 l.	4 f.		Rf. 262 l.	12 f.	6 d.

Ayant ainsi fait toutes les Multiplications, on fera addition des produits, & la somme totale de l'addition selon la valeur des trois pieces d'étoffes, comme il se voit ci-après.

Addition des produits ci-dessus.

489	liv. 12 f.		
187	4		
262	12	6 den.	
Somme totale, 1939	liv. 8 sols	6 d.	

Somme totale, 1939 liv. 8 sols 6 d. pour la valeur des trois pieces d'étoffes susdites.

Bordereau du paiement par Division.

Voyez ci-après, *page* 152.

Ceux qui auront bien considéré tout ce que j'ai expliqué ci-dessus touchant la Multiplication, n'auront pas de peine à résoudre toutes les questions proposées où il sera besoin de se servir de la Multiplication pour les résoudre ; c'est pourquoi je n'en traiterai pas davantage, & je passerai à la Division par livres, sols & deniers.

Divifion par livres, fols & deniers.

QUELQUES-UNS fe formaliferont peut-être de l'ordre que j'ai gardé jufqu'ici, en ce que j'ai expliqué la Multiplication & Divifion par livres, fols & deniers féparément de la Multiplication & Divifion en nombres entiers; mais fi on confidere que dans les Multiplications & Divifions des fous-efpéces, comme de l'aune, de la toife, comme auffi du marc & de leurs parties, &c. il arrive fouvent qu'il faut mettre en pratique les nombres rompus, on verra que j'ai dû entremêler le Traité des Fractions arithmétiques, & l'expliquer enfuite des quatre opérations d'Addition, Souftraction, Multiplication & Divifion en entiers, fans lefquelles on ne peut parvenir à la connoiffance des mêmes quatre opérations en Fractions; outre que la vraie preuve d'une Multiplication par livres, fols & deniers, foit d'aunes ou toifes entieres, même en fractions, ne fe peut faire que par la Divifion, comme je le ferai voir ci-après dans les preuves fuivantes fur la Divifion, qui ferviront de preuves aux Multiplications précédentes cotées chacune en fon endroit.

Pour l'opération de la Divifion des livres, fols & deniers, il n'y a rien à obferver outre ce qui a été expliqué pour la Divifion des entiers ci-devant, finon que fi on divife les livres, & qu'à la fin de la Divifion il en refte quelque nombre, ce refte eft compté pour autant de livres, qu'il faut réduire en fols, en les multipliant par 20, & les fols qui en proviendront feront divifés par le même divifeur des livres, s'il fe peut. Et fi après la Divifion des fols, il refte quelque nombre de fols qui ne fe puiffe divifer, on les réduira en deniers, en les multipliant

par 12, & les deniers qui en proviendront seront divisés de même par le diviseur commun des livres & des sols; & s'il reste encore quelque nombre de deniers, il faut les rapporter à la preuve, après les avoir réduits en livres, sols & deniers, s'il y échet; ou bien s'il est besoin de procéder encore à une subdivision, on réduira ces deniers restants en oboles, pour être divisées de même que les livres, sols & deniers.

Pour l'intelligence de ce qui est dit ci-dessus, je ferai la question suivante.

Il y a 9548 livres à partager également entre 365 personnes, on demande combien chacun aura pour sa part.

Divisez 9548 livres par 365, il viendra au quotient des Divisions 26 livres 3 sols 2 deniers pour la part de chacun, & il restera 50 deniers, qui valent 4 sols 2 deniers par-dessus le tout, que l'on rapportera à la preuve.

Opération.

225		5		5	
9548	(26 liv.	1160	(3 f.	785	(2 den.
36535		365		365	
36					

Preuve par 9

58 liv.	65 f.	5
20 f.	12 d.	3 X 3
1160	780 d.	5

Ayant fait les Divisions, il est venu 26 liv. 3 sols 2 den. pour la part de chacun, & il reste 50 deniers qu'il faut rapporter à la preuve.

Preuve de la Division ci-dessus par 9.

Comme j'ai prouvé par la preuve de 9 les regles ci-devant d'Addition, Soustraction & Multiplica-

sion par livres, sols & deniers, je me trouve obligé de prouver la Division par livres, sols & deniers par la même preuve de 9.

Elle se fait ainsi. Il faut faire une croix en quelque part, puis tirer la preuve du diviseur 365, il vient 5, qu'il faut écrire au haut de la croix.

Ensuite il faut tirer la preuve du quotient 26 liv. 3 sols 2 deniers, en doublant aux livres & triplant aux sols, comme il a été enseingné ci-devant, page 14, il viendra aussi 5, que l'on posera au bas de la croix.

Ensuite il faut multiplier les deux preuves l'une par l'autre, savoir, 5, par 5, il viendra 25, dont la preuve est 7, auxquels j'ajoute les 5 des 50 deniers restés, il vient 12, dont la preuve est 3, qu'il faut écrire à côté de la croix.

Enfin il faut tirer la preuve du nombre à diviser 9548; il vient 8, que je double à cause qu'il y a livres & sols au quotient; il vient 16, dont la preuve est 7, que je triple à cause qu'il y a aussi des deniers au quotient; il vient 21, dont la preuve est 3, comme il est requis.

Et si au nombre à diviser il y avoit livres, sols & deniers, il faudroit observer le même ordre de doubler aux livres, & tripler aux sols pour en tirer la preuve.

Preuve de la même Division ci-dessus par Multiplication.

J'ai enseigné ci-devant que la Division se prouve par la Multiplication, & qu'il faut toujours multiplier le quotient par le diviseur pour trouver le nombre à diviser, en ajoutant au produit le reste de la Division, s'il y en a.

La raison est générale pour toutes les Divisions, soit que la Division soit de nombres entiers seulement, ou de livres, sols & deniers.

Tellement que si on veut prouver la Division ci-

dessus, où le nombre à diviser est 9548 livres, le diviseur 365 personnes, & le quotient 26 livres 3 sols 2 deniers, avec 50 deniers de reste.

Il faut multiplier 365, diviseur, par 26 liv. 3 sols 2 deniers, & ajoutant 50 deniers restant, qui valent 4 sols 2 deniers, le produit donnera le nombre à diviser, qui est 9548 livres.

Opération.

	365		à multiplier
par	26 livres	3 sols	2 deniers.
	2190		
	730		
	36	10 sols.	
	18	5	
	3	0	10 deniers.
		4	2 reste.
Produit	9548 livres	00 sols	0 deniers qui

est la preuve.

Les deux preuves de la Division ci-dessus par 9 & par Multiplication, serviront de modele pour prouver toutes les autres Divisions où il s'agira de livres, sols & deniers. C'est pourquoi, dans les opérations suivantes, je ne parlerai point de la preuve.

Il y a encore une autre preuve de la Division, laquelle se fait par la Division même; savoir, en divisant le nombre à diviser par le quotient, il viendra le Diviseur.

Il faut observer, si au quotient il y a livres, sols & deniers, comme en l'exemple ci-dessus, de réduire le nombre à diviser, & le quotient aussi, tout en deniers; puis divisant les deniers de l'un par les deniers de l'autre, il viendra juste le diviseur; & s'il est resté quelque nombre de deniers à diviser dans la premiere Division, le même nombre de deniers doit rester dans cette seconde, & c'est la preuve.

Avertissement sur la réduction des livres en sols, & des sols en deniers restants d'une Division.

Il faut remarquer que pour réduire des livres restantes d'une Division en sols, il faut poser un zéro en quelque part pour le zéro de 20, parce-que la livre vaut 20 sols, & multiplier les livres restantes par le 2 du même 20, dont le produit sera mis avant le zéro, lequel produit sera tout prêt pour être divisé par le même diviseur des livres, sans avoir la peine de transporter lesdits livres pour les réduire.

Ensuite si on veut réduire les sols restants d'une Division en deniers, on multipliera chaque caractere des sols restés par 12 deniers tout-d'un-coup, comme si le nombre 12 n'étoit qu'un simple caractere, attendu, par exemple, que la Multiplication de 12 par 5 n'est pas plus difficile à faire que de multiplier 7 par 8, ou par quelqu'autre figure, puisqu'il n'y a qu'à regarder la Table de Multiplication *page* 31, & l'apprendre par cœur, & qu'elle est aussi bien dressée pour 12 multipliés par 5, 6, ou 7, &c. comme pour 9 multipliés par 6, 7, ou 8, &c.

Ce que j'ai observé dans toutes les opérations de Divisions suivantes contenues dans mon Arithmétique, à la réserve de la premiere division ci-dessus, où j'ai fait les opérations de réductions tout au long, pour servir de modele à ceux qui ne seroient pas encore assez stylés à cette réduction abrégée.

Il faut encore remarquer qu'après avoir fait la Division des deniers, s'il en reste, il faut les réduire en sols, en les divisant par 12, ou en tirant le douzieme qui est la même chose, dont il viendra des sols & deniers, s'il y échet; puis après on réduira ces sols en livres, s'il se peut; & ce reste de deniers étant ainsi réduit en livres, sols & deniers,

ou en sols & deniers seulement, doit être rapporté au produit de la Multiplication qui se fait pour prouver la Division, comme la Division ci-dessus: il est resté 50 deniers, qui valent 4 sols 2 deniers, que j'ai rapportés pour parfaire la preuve, autrement elle se fût trouvée fausse.

Nota S'il y a au nombre proposé à diviser livres, sols & deniers, on divisera premiérement les livres, puis réduisant les livres restantes en sols, s'il y en a, on joindra aux sols de cette réduction les sols de la somme à diviser, puis on fera la Division.

De même, s'il reste des sols à la Division des sols, on les réduira en deniers, auxquels on ajoutera les deniers de la somme à diviser, puis on fera la Division: ce que l'on observera en toutes Divisions où le nombre à diviser sera composé de livres, sols & deniers.

Réduction par Division.

La réduction par Division sert pour réduire les petites especes en grandes.

Réduction de deniers en sols.

Pour réduire les deniers en sols, il faut diviser le nombre des deniers par 12, & le quotient donnera des sols, & le reste sera des deniers.

Exemple.

On demande combien 9567 den. valent de sols.

Opération.

```
  1183
  9567
 ——————— 797 sols, & reste 3 deniers.
  1222
   11
```

Réduction des sols en livres.

Pour réduire des sols en livres, il faut diviser le nombre des sols par 20, & le quotient donnera des livres.

Ou autrement, pour le plus court, il faut séparer la derniere figure des sols à main droite, & prendre la moitié des autres, & cette moitié donnera des livres, & le reste ce seront autant de sols.

Exemple.

On demande combien 797 sols valent de livres.

Opération.

79 7 sols.

39 livres 17 sols.

Plusieurs autres réductions.

Pour réduire des pouces en pieds, il faut diviser le nombre des pouces par 12, & le quotient donnera des pieds; & s'il en reste, ce seront des pouces.

Pour réduire des pieds en toises, il faut diviser le nombre des pieds par 6, & le quotient donnera des toises.

Pour réduire des onces en ₶ de poids de 16 onces, il faut diviser les onces par 16, & le quotient donnera des ₶; & si ce sont des onces à réduire en ₶ de 15 onces, on divisera les onces par 15, & le quotient donnera des ₶.

Pour réduire des gros en onces, il faut diviser les gros par 8; & des onces en marcs, il faut diviser les onces par 8.

Réduction des pieds en perches.

La réduction des pieds en perches se fait diversement: Savoir,

Si c'est en perches de 18 pieds, il faut diviser par 18.
Si c'est en perches de 20 pieds, il faut diviser par 20.
Si c'est en perches de 22 pieds, il faut diviser par 22.
Si c'est en perches de 24 pieds, il faut diviser par 24.
Si c'est de 25, par 25.
ou par quelqu'autre nombre que ce soit de pieds desquels la perche se divise.

Plusieurs Questions sur la Division, desquelles les cinq premieres serviront de preuve aux Multiplications ci-devant, pages 112, 116, 117, 127 & 129.

Premiere Question.

QUELQU'UN a acheté 35 aunes d'étoffes, qui lui ont coûté 832 liv. 11 sols 3 den. on demande combien vaut l'aune : il faut diviser 832 livres 11 sols 3 deniers par 35.

Opération.

```
                    2
127                206
832 ——( 23 liv.    118 ——( 15 sols   315 ——( 9 den.
355                355               35
3                  3
```

Ayant fait la Division, il est venu 23 liv. 15 sols 9 deniers pour la valeur de l'aune, comme il a été proposé dans la Multiplication ci-devant, page 113, dont cette Division est la preuve.

Seconde Question.

24 aunes $\frac{5}{6}$ ont coûté 157 livres 5 sols 6 den. $\frac{4}{6}$ on demande combien vaut l'aune.

Divisez 157 liv. 5 sols 6 den. $\frac{4}{6}$ par 24 aunes $\frac{5}{6}$, & le quotient de la Division sera 6 liv. 6 sols 8 den. pour la valeur de l'aune.

Pour faire cette Regle, réduisez 157 liv. 5 s. 6 d. $\frac{4}{6}$ en sixiemes de deniers, il viendra 226480 sixiemes.

Réduisez aussi 24 aunes $\frac{5}{6}$ en sixiemes, il viendra 149 sixiemes; puis divisant 226480 par 149, il viendra

dra au quotient 1520 deniers, qui, par réduction, valent 6 liv. 6 sols 8 den. pour la valeur de l'aune, comme il a été proposé dans la multiplication ci-devant, page 116, dont la question ci-dessus est la preuve.

Troisieme Question.

53 aunes $\frac{5}{6}$ ont coûté 471 liv. 0 sols 10 deniers, on demande combien vaut l'aune.

Réduisez, comme ci-dessus, 471 liv. 0 sols 10 deniers en sixiemes de deniers, il viendra 678300 pour nombre à diviser.

Réduisez aussi 53 $\frac{5}{6}$ en sixiemes, il viendra 323 pour diviseur; puis divisant 678300 par 323, il viendra 2100 deniers, qui valent 8 liv. 15 sols, pour la valeur de l'aune, & c'est la preuve de la multiplication ci-devant, page 117, & ainsi des autres.

Quatrieme Question.

Un Particulier achete 25 muids de vin, qui lui ont coûté, pour toute dépense, 1468 liv. 15 sols, on demande la valeur de chaque muid en particulier.

Divisez 1468 liv. 15 sols par 25, comme il a été enseigné, il viendra 58 liv. 15 sols pour la valeur du muid.

Opération.

```
 22            22
1468          378
---- (58 liv. ---- (15 sols.
 255          255
 2             2
```

R. 58 liv. 15 f. pour la valeur de chaque muid, comme il a été proposé dans la premiere question de multiplication ci-devant, page 126, dont c'est ici la preuve.

Cinquieme Question.

Quelqu'un a acheté un muid de vin pour sa provision, qui lui coûte 74 livres 13 sols 4 deniers,

on demande à combien lui revient la pinte, à raison de 280 pintes au muid.

Pour faire cette Regle, réduisez 74 livres en sols, & ajoutez les 13 sols, il viendra 1493 sols, que vous diviserez par 280 ; & faisant la division comme il a été enseigné, il vient au quotient des divisions 5 sols 4 den. pour la valeur de la pinte, & c'est la preuve de la troisieme question sur la Multiplication, p. 127.

Opération.

74 liv. 13 sols 4 deniers.

20	1493	1120
1493 sols	280 (5 sols	280 (4 den.

Ayant fait la division, il est venu 5 sols 4 deniers pour la valeur de la pinte de vin.

Sixieme Question.

Quelqu'un a fait venir 56 cordes de bois, qui lui ont coûté 537 livres 12 sols pour toute dépense; on demande à combien lui revient la corde.

Divisez 537 livres 12 sols par 56, selon l'ordre de la division, & le quotient donnera 9 livres 12 sols pour la valeur de chaque corde.

Opération.

3	11
537	672
56 (9 liv.	566 (12 sols.
	5

R. 9 liv. 12 sols pour la valeur de chaque corde, comme il a été proposé, page 127.

Septieme Question,

ou *Regle de dépense par division, pour savoir, à tant par an, combien c'est par jour.*

Quelqu'un paie 876 livres de pension par an, on demande combien c'est par jour.

Divisez 876 liv. par 365 jours, valeur de l'année, & le quotient de la division donnera 2 liv. 8 sols pour la dépense de chaque jour, comme il a été proposé à la Multiplication ci-devant page 129.

Opération.

14 / 876 / 365	(2 liv.	2920 / 365	(8 sols.

℞. 2 liv. 8 sols pour la dépense de chaque jour.

C'est comme qui diroit : Quelqu'un tient une maison à louage, de laquelle il paie 876 liv. par an, on demande combien c'est par jour. ℞. 2 liv. 8 sols.

Remarque. Et si quelqu'un avoit dépensé 225 liv. en un voyage de 60 jours, savoir combien il auroit dépensé chaque jour.

Divisez 225 par 60, & le quotient de la division donnera 3 liv. 15 sols pour chaque jour.

Huitieme Question, ou *Constitution de Rente.*

Quoique plusieurs confondent le mot de constitution de rente avec celui d'intérêt, disant que constituer de l'argent en rente, c'est la même chose que de donner de l'argent à intérêt, néanmoins il y a bien de la différence pour l'opération, & même pour la pratique ; car quand on dit, donner de l'argent en rente au denier 16, c'est que de 16 livres que l'on donne à rente, on en tire une livre de profit au bout d'un an ; de 18 livres on en tire une livre, de 20 liv. une livre, &c. laquelle constitution se fait à un denier plus haut ou plus bas, selon les lieux ; comme à Paris, les constitutions les plus avantageuses pour les constituants se font au denier 18, qui est le denier de l'Ordonnance ; d'autres au denier 20, qui rapporte moins de profit, dont la raison est toute évidente, puisque si de 18

livres on en retire une livre de profit au bout d'un an, & que de 20 liv. l'on n'en retire aussi qu'une liv. on tire autant de profit de 18 liv. que de 20 livres; partant si quelqu'un donne son argent au denier 20, il perd l'intérêt de 2 livres.

Quant à l'autre maniere de tirer l'intérêt d'une somme, c'est qu'en quelques pays, comme en Provence & autres endroits, on tire l'intérêt à raison de tant pour 100 par an; ce que j'expliquerai lorsque je traiterai de la Regle d'intérêt.

Question sur la Constitution de Rente.

Quelqu'un veut mettre 1200 liv. en rente au denier 18, on demande combien il recevra d'intérêt par an.

Divisez 1200 liv. par 18, & le quotient de la Division donnera 66 liv. 13 sols 4 deniers, pour l'intérêt d'un an, comme il se voit par l'opération.

```
   1
  122          66
  1200         240        71
 ------ (66 liv. ----- (13 f. ---- (4 den.
  188          188        18
   1            1
```

Pour preuve, voyez le rachat de rente ci-devant, page 129.

Et s'il étoit question de trouver l'intérêt de 3 ans 9 mois $\frac{1}{2}$, à la raison ci-dessus de 66 liv. 13 f. 4 d. par an,

Multipliez 3 ans 9 mois $\frac{1}{2}$ par 66 liv. 13 f. 4 den. le produit donnera l'intérêt que l'on demande, comme il se voit par l'opération.

Opération.

	3 ans 9 mois $\frac{1}{2}$ à multiplier			
par	66 l. 13 f. 4 d.			
200 l.	0 f.	0 d.	pour 3 ans tout d'un coup.	
33	6	8	pour 6 mois.	
16	13	4	pour 3 mois.	
2	15	6 $\frac{2}{3}$	pour $\frac{1}{2}$ mois.	

Pren. 252 l. 15 f. 6 d. $\frac{2}{3}$ pour l'intérêt de 3 ans 9 mois $\frac{1}{2}$.

Comme j'ai divifé ci-devant par 18, parce que la conftitution de rente fe faifoit au dernier 18 ; ainfi lorfque la conftitution fe fera au denier 14, au den. 16, au den. 20, &c. on divifera la fomme propofée à mettre à rente par 14, ou par 16, ou par 20, ou par tel autre denier auquel fe fera la conftitution.

Neuvieme Queftion.

Un maître Chapelier a fait un mélange de plufieurs différentes étoffes, pefant en tout 98 onces, qui lui coûtent 158 liv. on demande à combien lui revient l'once de ce mélange, afin de favoir à combien lui revient chaque chapeau, felon la quantité d'onces qu'il voudra y mettre.

Divifez 158 livres par 98 onces, il viendra au quotient de la divifion 32 fols 2 den. $\frac{44}{49}$ pour la valeur de l'once.

Dixieme Queftion.

Un maître Menuifier va à un chantier pour acheter un cent de planches, & compofe avec le marchand à 36 livres le cent, à condition de prendre les $\frac{2}{3}$ du 100 de planches à 6 pieds de long, & l'autre tiers à 8 pieds ; on demande à combien reviendra le pied.

Pour réfoudre cette queftion, il faut concevoir que les $\frac{2}{3}$ de 100 font 66 $\frac{2}{3}$ ou $\frac{4}{6}$, qu'il faut multiplier par 6 pieds, & il viendra 400 pieds pour les $\frac{2}{3}$ du 100 de planches à 6 pieds de long.

Ensuite on sait que $\frac{1}{3}$ de 100 est 33 $\frac{1}{3}$, qu'il faut multiplier par 8 pieds, & il viendra 266 pieds & $\frac{2}{3}$ de pied, tellement qu'ajoutant ces deux sommes de pieds, on verra que les 100 planches contiennent 666 pieds $\frac{2}{3}$. Maintenant, pour savoir combien vaut le pied, il faut diviser 36 livres par 666 $\frac{2}{3}$.

Mais d'autant que 36 livres ne se peuvent pas diviser par 666 $\frac{2}{3}$, il faut réduire 666 $\frac{2}{3}$ en tiers, il viendra 2000 tiers ; il faut aussi réduire 36 liv. en tiers ; il viendra 108, c'est-à-dire, 108 tiers de liv. à diviser par 2000. Et d'autant que 108 tiers ne se peuvent diviser par 2000 tiers, qui est autant que de dire 108 liv. à diviser par 2000 livres, on en fera la réduction, & la division ensuite, comme il se voit par l'opération ci-dessous.

666 $\frac{2}{3}$ pieds à réduire en tiers. 36 l. à réduire en tiers.

	par 3
2000 diviseur	
	108 l. à réduire en sols.
2160	par 20
(1 sol	
2000	2160 sols à diviser.

Reste 160 sols à réduire en deniers, qui valent 1920 den. qui ne se peuvent diviser par 2000.

Ayant fait la division ci-dessus, il est venu 1 sol au quotient, & reste $\frac{1920}{2000}$ pour la valeur d'un pied, au lieu de laquelle fraction, comme elle approche fort de l'entier, on comptera 1 sol 1 den. pour la valeur de chaque pied, & partant les planches de 6 pieds vaudront 6 sols 6 den. piece, & celles de 8 pieds vaudront 8 sols 8 den.

Pour preuve, si on multiplie les 66 planches $\frac{2}{3}$ par 6 sols 6 den. & les 33 planches $\frac{1}{3}$ par 8 sols 8 den. & que l'on ajoute les deux produits, il viendra 36 liv. 2 sols 2 den. $\frac{2}{3}$, lesquels 2 sols 2 den. $\frac{2}{3}$ sont à déduire sur le tout, ce qui n'est pas considérable.

Onzieme Question.

Un marchand a acheté une piece de taffetas pesant 14 ℔, tenant 52 aunes ½, & lui coûte 17 livres 15 *sols la* ℔ ; on demande à combien lui revient l'aune.

Pour résoudre cette question & les autres semblables, il faut premiérement trouver la valeur de 14 ℔, en multipliant par 17 livres 15 sols, valeur de la ℔, il viendra au produit 248 livres 10 sols pour la valeur totale, que l'on divisera par les 52 aunes ½, & le quotient de la division donnera 4 liv. 14 sols 8 den. pour la valeur de l'aune.

Mais avant que de faire la division, il faut réduire les 248 livres 10 sols en demi-livres, il viendra 497 à diviser par 52 ½, réduites aussi en demi ; il viendra 105 pour diviseur, comme il se voit par l'opération entiere de la Regle.

	14 ℔ à multiplier	52 ½
par	17 liv. 15 sols.	——
	————————	105
	98 liv	
	14	
	7	
	3 10 sols.	
	————————	
Prod.	248 liv. 10 sols à réduire en demi,	
par	2	
	———	
Prod.	497 liv. à diviser par 105.	

```
                 7
  7             49
 497           1840          840
 ———— ( 4 liv. ———— ( 14 sols ———— ( 8 den.
 105           1055          105
                10
```

L'opération entiere de la Regle étant achevée, il

est venu 4 liv. 14 s. 8 d. pour la valeur de l'aune; ainsi des autres.

Bordereau de paiement par Division.

CE Bordereau sert pour trouver combien il faut donner de pieces de quelques especes que ce soit, pour faire tel paiement que l'on voudra.

Par exemple, si on veut savoir combien il faut donner de pieces de 7 livres pour payer 956 livres,

Divisez 956 par 7, il viendra 136 au quotient, c'est-à-dire, 136 pieces de 7 livres pour faire ledit paiement: il reste 4 livres, qu'il faudra pour le supplément qu'il faut payer outre les 136 pieces de 7 livres, comme il se voit par l'opération suivante.

```
 x44
 956
——————— (136 pieces, à multiplier par
 777       7 liv. pour la preuve.
———————  —————————
          952
            4 reste de la division.
         ——————
Produit   956 liv.
```

Pour preuve, il faut toujours multiplier le nombre des pieces par la valeur de la piece, & ajouter le reste de la division, s'il y en a, pour le supplément, & le produit donnera la somme proposée à payer, comme il se voit ci-dessus.

Pour diviser plus briévement, en tirant le septieme de 956 livres, il fût venu 136 pieces, & 4 liv. de reste, comme par la division ci-dessus.

Question sur le même Bordereau.

On demande combien il faut donner d'écus d'or de 5 liv. 14 sols piece, pour payer 2500 liv.

Réduisez 2500 liv. en sols, il viendra 50000 sols.

Réduisez aussi 5 livres 14 sols en sols, il viendra 114 sols.

Puis divisez les 50000 sols par 114, le quotient de la Division donnera 438 pieces pour faire le paiement requis, en ajoutant 68 sols restants de la Division, comme il se verra ci-dessous par la preuve.

Opération.

	96	
2500 livres	4488	
20 sols.	50000	
50000	11444	(438 pieces & 68 sols pour le supplément.
	111	
	1	

Pour preuve, il faut faire une autre question, disant, à 5 livres 14 sols la piece, on démande combien valent 438 écus d'or.

Multipliez 438 par 5 livres 14 sols, il viendra trois produits, auxquels ajoutant les 68 sols de supplément, la somme sera 2500 livres, comme veut la question ci-dessus.

	438 écus d'or à multiplier	
par	5 liv. 14 sols.	
	2190	
	219	
	87	12
	3	8

Prod. 2500 livres, qui est la somme proposée & la preuve.

Autre Question sur le même Bordereau.

On veut payer 500 livres en pieces de 19 sols 6 deniers, on demande combien il en faut.

Réduisez 500 livres en deniers, il viendra 120000 deniers.

Réduisez aussi 19 sols 6 deniers, il viendra 234 deniers.

Puis divisant 120000 deniers par 234 deniers, le quotient de la Division donnera 512 pieces : il restera 192 deniers à diviser, qui valent 16 sols, qu'il faut fournir de plus pour le supplément.

Pour l'opération de la Division, je la laisse à faire, me contentant d'en donner la réponse.

Pour preuve, si vous multipliez les 512 pieces par 19 sols 6 deniers, selon l'ordre de la Multiplication, & que vous ajoutiez les 16 sols de supplément, vous trouverez justement les 500 livres, comme il a été proposé.

Autre Question sur le même Bordereau.

C'est la même chose que si on disoit : Quelqu'un veut employer 500 livres en marchandise, & on la veut vendre 19 sols 6 deniers l'aune ; on demande combien il aura d'aunes pour 500 livres.

℟. 512 aunes ; il restera 192 deniers qui sont de plus, qui valent 16 sols.

Pour l'opération, il faut observer le même ordre que ci-dessus pour le Bordereau de paiement.

Autre Question, ou *Echange d'une espece à une autre.*

Quelqu'un a 540 écus d'or de 5 liv. 14 sols piece, on demande, s'il les vouloit convertir en louis d'or de 11 livres, combien il auroit de louis d'or.

Pour le savoir, il faut voir combien les 540 écus d'or, à 5 livres 14 sols la piece, valent de livres ; ce qui se fait en multipliant les 540 écus d'or par 5 livres 14 sols, selon l'ordre de la Multiplication, & il viendra 3078 liv.

Cela fait, divisez les 3078 livres par 11, valeur du louis d'or, il viendra 279 louis d'or, & restera 9 livres par-dessus le tout.

Tellement que l'on aura 279 louis d'or & 9 liv. de plus pour les 540 écus d'or.

Faites l'opération, & vous trouverez même réponse.

Abréviation pour la Division par les parties aliquotes, qui, en sens contraire, peuvent aussi servir pour la Multiplication, comme il a été enseigné, page 124.

QUAND on divisera par un nombre qui sera composé de deux parties aliquotes; la Division se fera en divisant premiérement le nombre à diviser par une des parties aliquotes, puis on divisera le quotient par l'autre partie, & ce dernier quotient sera le quotient de la Division.

Quand je dis diviser par les parties aliquotes, j'entends que si on divise par 3, on prenne la troisieme partie du nombre à diviser; par 4, la quatrieme partie, &c.

Comme si l'on veut diviser un nombre par 24, il faut considérer les parties aliquotes dont le diviseur 24 est composé, savoir, de 6 multiplié par 4; par exemple, si on veut diviser 7596 livres par 24, on tirera le sixieme de 7596 livres, il viendra 1266 liv. au quotient; & de 1266 livres si on en tire le quart, il viendra 316 livres 10 sols pour la part de chacun, observant de barrer les figures du premier quotient, comme il se voit par l'opération suivante.

7596 livres à diviser par 24.

$\frac{1}{6}$ 1266 livres, premier quotient.

$\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{6}$ 316 livres 10 sols pour la vingt-quatrieme partie de 7596 livres.

Et afin de faciliter la connoissance des nombres qui sont propres pour l'abréviation, tant de la Multiplication, comme je l'ai expliqué ci-devant, que de la Division, je donnerai la Table suivante.

D'où il suit que, si on veut diviser par une seule figure, comme par 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, on tirera du nombre à diviser, savoir:

TABLE.

	2	La moitié.
	3	Le tiers.
Pour	4	Le quart.
	5	Le cinquieme.
	6	Le sixieme.
	7	Le septieme.
	8	Le huitieme.
	9	Le neuvieme.

Et si on veut diviser par un nombre qui soit composé de parties aliquotes, on observera l'ordre de la Table ci-après.

Table à diviser.

	12		Le tiers du quart.
	14		Le septieme de la moitié.
	15		Le tiers du cinquieme.
	16	il faut tirer	Le quart du quart.
Par	18	du nombre	Le tiers du sixieme.
	20	à diviser	La moitié du dixieme.
	21		Le septieme du tiers.
	24		Le quart du sixieme.

25		Le cinquieme du cinquieme.
27		Le neuvieme du tiers.
28		Le septieme du quart.
30		Le tiers du dixieme.
32		Le quart du huitieme.
35		Le septieme du cinquieme.
36		Le sixieme du sixieme.
40		Le quart du dixieme.
42		Le septieme du sixieme.
45		Le neuvieme du cinquieme.
Par 48	il faut tirer	Le sixieme du huitieme.
49	du nombre	Le septieme du septieme.
50	à diviser	Le cinquieme du dixieme.
54		Le neuvieme du sixieme.
56		Le septieme du huitieme.
60		Le sixieme du dixieme.
63		Le septieme du neuvieme.
64		Le huitieme du huitieme.
70		Le septieme du dixieme.
72		Le neuvieme du huitieme.
80		Le huitieme du dixieme.
81		Le neuvieme du neuvieme.
90		Le neuvieme du dixieme.
100		Le dixieme du dixieme.

On fera le contraire par la Multiplication, comme il se verra par l'exemple de Division ci-après, dont l'opération se fera par abréviation ; ensuite de quoi je ferai la preuve par la Multiplication, & par abréviation aussi.

Question sur la Division.

42 aunes de drap de Hollande ont coûté 755 livres 2 sols 6 deniers, on demande à combien revient l'aune.

Il faut diviser 755 liv. 2 sols 6 den. par 42.

Pour faire cette Regle on voit dans la Table ci devant, que 42 sont faits de 7 multipliés par 6 : tel-

lement que si on tire la sixieme partie de 755 liv. 2 sols 6 den. on trouvera 125 liv. 17 sols 1 den. & si de 125 liv. 17 s. 1 den. on en tire le septieme, il viendra 17 liv. 19 sols 7 den. pour la valeur de l'aune, barrant les figures du premier quotient.

Il faut remarquer avant que de faire l'opération, que quand on tire le sixieme de 755 liv. 2 sols 6 den. il faut réduire les livres restantes en sols, pour les joindre aux 2 sols ; ce qui se fait en comptant autant de livres restantes pour 2 dixaines ; puis tirer le sixieme des sols ; & s'il reste des sols, les convertir en deniers, pour les joindre aux deniers, s'il y en a, puis en tirer le sixieme, ainsi des autres, comme il se voit dans l'opération suivante, où tirant le sixieme de 755 liv. 2 sols 6 den. il viendra 125 liv. & restera 5 liv. qui valent 10 dixaines, avec les 2 sols, font 102 sols, dont on tirera le sixieme, pour avoir 17 sols ; puis tirant le sixieme de 6 den. il viendra 1 den. & le tout sera 125 liv. 17 sols 1 den. pour le premier quotient, dont on tirera le septieme en même raison que ci-devant, & le véritable quotient sera 17 liv. 19 sols 7 d. pour la valeur requise de l'aune.

On observera le même ordre pour les autres nombres où il sera question d'abrévier.

Opération.

755 liv. 2 sols 6 den. à diviser par 42.

$\frac{1}{6}$ 125 liv. 17 sols 1 den

$\frac{1}{7}$ de $\frac{1}{6}$ 17 liv. 19 sols 7 den. valeur de l'aune.

Preuve de la Division précédente par la Multiplication.

Pour preuve que l'aune de drap d'Hollande vaut 17 liv. 19 sols 7 den. comme ci-dessus, il faut faire la question qui suit.

L'aune de drap d'Hollande vaut 17 livres 19 sols 7 deniers, on demande la valeur de 42 aunes au même prix.

Comme j'ai divisé ci-devant 755 liv. 2 sols 6 den. par 6 pour avoir 125 liv. 17 sols 1 den. & aussi 125 liv. 17 sols 1 den. par 7 pour avoir 17 liv. 19 s. 7 den. si au contraire je multiplie 17 liv. 19 sols 7 den. par 7, il viendra 125 liv. 17 sols 1 den. & si je multiplie 125 liv. 17 sols 1 den. par 6, il viendra au produit les mêmes 755 liv. 2 sols 6 den. comme il a été proposé dans la Division ci-dessus, dont c'est ici la preuve.

Opération.

42 aunes
à 17 liv. 19 sols 7 den. l'aune.

125 17 1
Produit 755 2 sols 6 den. pour la valeur de 42 aunes.

REGLE DE TROIS,

ou de Proportion.

Avertissement sur la Regle de Trois.

COMME les quatre préceptes d'Addition, de Soustraction de Multiplication & Division, tant en entiers qu'en fractions, sont des instruments dont il faut se servir pour opérer dans la Regle de Trois, ainsi les Regles de Trois doivent servir pour résoudre quantité de Regles; savoir,

Les Regles d'intérêt de change, comme aussi de gain ou perte pour 100; les Regles d'escompte; les Regles de Compagnie; &c. comme il se verra ci-après, chacune en son lieu; c'est pourquoi il est nécessaire de bien entendre toutes les regles de Trois, tant en entiers qu'en fractions, pour s'en servir selon

la diversité des proportions ; car tantôt il faut se servir de la Regle de Trois simple directe en nombres entiers.

Tantôt de la même Regle de Trois simple en fractions.

Tantôt de la Regle de Trois double ou composée de cinq termes en nombres entiers.

Tantôt de la même Regle double en entiers & fractions, ou en fractions seulement.

Tantôt de la Regle de Trois inverse en entiers.

Tantôt de la même Regle inverse en fractions.

On se sert aussi de la Regle conjointe, ou de composition de raisons, laquelle se verra en son lieu.

Définition de la Regle de Trois.

La Regle de Trois est appellée ainsi, parce qu'au moyen de trois nombres proposés que nous connoissons, nous en trouvons un quatrieme inconnu que nous cherchons.

Cette Regle est aussi appellée Regle de Proportion, d'autant qu'il y a même raison du quatrieme nombre au troisieme, que du deuxieme au premier ; c'est-à dire, que si le premier est double du second, le troisieme sera aussi double du quatrieme ; si triple, triple ; si quadruple, quadruple, &c. De même, si le premier n'est que la moitié, ou le tiers, ou le quart, &c. du second, le troisieme ne sera que la moitié, ou le tiers, ou le quart, &c. du quatrieme : (remarquez que c'est par ce raisonnement que l'on abrege les Regles de Trois.)

Pour la disposition de cette Regle, il faut placer les trois nombres proposés, de telle maniere que le premier & troisieme soient de même nom ; c'est-à-dire, que s'il y a des aunes au premier terme, il faut qu'il y ait des aunes au troisieme ; & réciproquement, s'il y a des livres au deuxieme terme,

Il doit venir des livres au quatrieme que l'on cherche, comme si on disoit :

Si 24 aunes d'étoffe coûtent 36 livres, on demande combien coûteront 48 aunes au même prix.

Les termes étant disposés comme ci-dessous, il faut multiplier le troisieme terme par le deuxieme ; savoir 48 par 36, ou au contraire le deuxieme par le troisieme, qui est la même chose, & divisant le produit de la Multiplication, qui sera 1728, par le premier terme qui est 24, le quotient de la Division donnera 72 liv. pour le quatrieme terme proportionnel inconnu que l'on cherche, qui est la valeur de 48 aunes ; ainsi des autres.

Opération.

Si 24 aunes 36 livres, combien 48 aunes, R. 72 liv.

		36
4		288
1728	(72 liv.	144
244		1728
2		

Question sur la Regle de Trois, avec l'explication de preuve ensuite.

On a acheté 45 aunes d'étoffe qui ont coûté 135 livres, on demande combien on aura d'aunes pour 225 liv. à la même raison.

Vous voyez, selon cette disposition, que le premier nombre & le troisieme ne sont pas de même nom ; c'est pourquoi il faut ainsi former la Regle de Trois, disant :

Si pour 135 liv. j'ai eu 45 aunes de drap, combien aurai-je d'aunes pour 225 livres.

La Regle étant ainsi disposée, multipliez, comme il vient d'être dit, le troisieme terme 225 par le deuxieme 45, il viendra au produit 10125, qu'il faut diviser par le premier nombre 135, & le quo-

tient donnera 75, c'est-à-dire, 75 aunes, que l'on aura pour les 225 livres.

Opération.

Si 135 livres 45 aunes, combien 225 livres. R. 75 aunes.

```
                              45
        67                 ------
      10125                 1125
    -------- (75 aunes       900
      2255                 ------
       22                  10125  Prod.
```

Preuve.

Pour faire la preuve de cette Regle, & généralement de toutes les autres, on fera une seconde Regle de Trois contraire à la précédente, en feignant d'ignorer combien on aura d'aunes de drap pour 135 livres, disant:

Si pour 225 livres j'ai eu 75 aunes de drap, combien en aurai-je d'aunes pour 135 liv.

Ayant disposé la Regle de Trois comme ci-dessus, multipliez le troisieme terme par le deuxieme; savoir, 135 par 75, comme il a été enseigné, il viendra 10125 au produit, qu'il faut diviser par 225, premier terme, & le quotient donnera 45 aunes pour 135 liv. comme il a été proposé.

Opération.

Si 225 livres 75 aunes, combien 135 livres R. 45 aunes.

```
                                  75
        1                       ------
      10125                       675
    -------- ( 45  aunes          945
      2255                      ------
       22                        10125
```

La même Regle de Trois se peut encore prouver ainsi, disant:

Si 45 aunes coûtent 135 liv. combien 75

225 livres : elle se peut encore prouver ainsi : Si 75 aunes coûtent 225 liv. combien 45 aunes. R. 135 liv. comme ci-devant.

Il est certain par cette démonstration, qu'une Regle de Trois se prouve en autant de façons qu'elle a de termes.

Avertissement sur la preuve de la Regle de Trois.

Comme dans la Regle de Trois il arrive assez souvent que faisant la Division du produit par le premier terme, il reste quelques livres ou autres especes à diviser, dont il faut faire la réduction en moindres especes, pour en faire encore la Division, après avoir multiplié le troisieme terme par le deuxieme, ou au contraire, je trouve à propos, avant que de passer à la Division qu'il convient de faire ensuite, de prouver cette Multiplication ; ce qui se fait en divisant le produit d'icelle par l'un des deux nombres, & viendra l'autre ; c'est-à-dire que si on divise le produit par le troisieme terme de la Regle de Trois, le quotient donnera le deuxieme ; ou si on divise par le deuxieme, le quotient donnera le troisieme, & c'est la preuve.

La raison pourquoi il est à propos de prouver la Multiplication, c'est que si elle étoit fausse, & que l'on divisât le produit d'icelle par le premier terme, selon le précepte de la Regle de Trois, la Division, & toutes les autres opérations que l'on feroit, seroient fausses ; au lieu que la Multiplication étant prouvée, si on fait la Division ensuite pour trouver le quatrieme terme de la Regle de Trois, on est seulement obligé de prouver la Division tout simplement, en multipliant le quotient d'icelle de telle espece qu'il est par le diviseur, pour trouver le produit ou le nombre qui a été divisé, en ajoutant le reste de la Division, s'il y en a, comme il se verra dans la Regle de Trois suivante, dont je ferai l'opération toute entiere, avec la preuve au pied.

Autre Question sur la Regle de Trois, avec la preuve.

77 aunes de marchandise ont coûté 356 liv. on demande combien coûteront 98 aunes au même prix.

Opération.

Si 77 aunes 356 liv. 98 aunes. Preuve de la multiplication

```
            98                 8
      ----------              84
          2848             34888
          3204           ---------(35
      ----------           0888
         34888 Produit.     00

    2
    071            63          63
    34888          140         718
  --------(453 liv.----(1 sol. -----(9 den.
    7777           77          77
     77
```

Ayant fait la Division ci-dessus, il est venu 453 livres 1 sol 9 deniers pour la valeur des 98 aunes, & reste 63 deniers par-dessus le tout, que l'on rapportera à la preuve.

Preuve de la Regle de Trois ci-dessus.

D'autant que la Multiplication ci-devant a été prouvée, il n'y a qu'à prouver la Division du produit, qui est 34888 par le premier terme qui est 77 ; savoir, en multipliant le quotient 453 liv. 1 sol 9 deniers par le diviseur 77, il viendra au produit de la Multiplication le nombre à diviser, qui est 34888 livres, en ajoutant les 63 deniers restés de la Division des deniers.

Opération de la Preuve.

Diviseur	77 à multiplier par			
le quotient	453 liv.	1 sol	9 den.	
	3171			
	3171			
	3 liv.	17 sols		
	1	18	6 den.	
		19	3 den.	
Reste de la divis.		5	3 den.	
Produit	34888	0	0 deniers.	

Ayant fait la Multiplication, son produit est venu égal au nombre à diviser, & c'est la preuve.

On pourroit prouver la même Regle d'une autre façon; savoir, par une autre Regle de Trois, comme il a été enseigné, disant:

Si 98 aunes coûtent 453 livres 1 sol 9 deniers, combien coûteront 77 aunes.

La Regle étant ainsi disposée, si on multiplie 77 troisieme terme, par 453 liv. 1 sol 9 den. deuxieme terme, & que l'on ajoute le reste de la Division des deniers, qui est 63 den. il viendra au produit 34888, que l'on divisera par 98 pour avoir 356 liv. pour la valeur des 77 aunes, comme veut la question, & c'est la preuve.

Ces deux manieres sont générales pour la preuve des Regles de Trois simples, directes ou inverses.

Abréviation pour la Regle de Trois.

J'AI dit ci-devant que le premier nombre d'une Regle de Trois est pareille partie du deuxieme, que le troisieme l'est du quatrieme; ainsi il se trou-

vera plusieurs Regles de Trois, où l'on pourra abrévier l'opération, comme dans cet exemple.

Si 7 aunes de drap coûtent 63 livres, combien coûteront 49 aunes; je considere que l'on peut prendre pareille partie du premier nombre 7, que du deuxieme 63; car si du premier nombre 7 j'en prends la septieme partie, il viendra 1; si je prends la septieme partie du second terme, qui est 63, il viendra 9; par cette maniere la Regle de Trois sera réduite à plus petits nombres, comme il se voit.

Opération.

Si 7 aunes coûtent 63 liv. combien 49 aunes.

Ou par abréviation,

Si une aune coûte 9 livres, combien 49 aunes. ℞. 441 livres.

On voit que le premier terme, qui est 1, ne se divise point; par conséquent il n'y a qu'à multiplier les deux derniers nombres; savoir, 9 par 49, il viendra 441 pour la valeur requise des 49 aunes, comme veut la question.

Autre question.

16 aunes de toile ont coûté 12 livres, combien coûteront 20 aunes.

Vous voyez en cet exemple que le premier terme ne se peut abrévier jusqu'à l'unité; cela n'empêche pas d'abrévier le premier & le second, en prenant le quart de 16 & le quart aussi de 12, puis dire:

Si 4 aunes coûtent 3 livres, combien 20 aunes; ℞. 15 livres.

Ou bien d'abrévier le premier & le troisieme, prenant le quart de 16 & le quart de 20, il viendra 4 & 5; puis dire:

Si 4 coûtent 12, combien 5; & faisant la Regle par l'une & l'autre méthode, il viendra le même quatrieme terme que l'on cherche, comme il se voit ci-dessous.

Si 16 aunes coûtent 12 l. combien 20 aunes.			R. 15 L.
Si 4	3	20	R. 15 l.
Si 4	12	5	R. 15 L.

Ainsi des autres.

Autre Question.

Quelqu'un a fait un voyage où il a demeuré 24 jours, pendant lequel temps il a dépensé 56 livres; & le même doit retourner aux champs, où il sera obligé de demeurer 36 jours, on demande combien il doit porter d'argent pour faire sa dépense, à proportion de 56 livres qu'il a dépensé en son premier voyage, où il a demeuré 24 jours.

Dites par Regle de Trois:

Si en 24 jours on a dépensé 56 livres, combien doit-on dépenser en 36 jours.

Faisant la Regle selon le précepte, on trouvera 84 livres pour la dépense de 36 jours.

Autre Question.

Un Particulier a baillé 32 livres de fil à un Tisserand, dont il lui a rendu 42 aunes de toile, on demande combien le même Tisserand doit rendre d'aunes de toile pour 48 livres de pareil fil que le même Marchand lui a baillées. Pour faire cette Regle, il faut dire par Regle de Trois, comme ci-devant:

Si 32 livres de fil ont rendu 42 aunes de toile, combien en rendront d'aunes 48 livres de pareil fil; & faisant l'opération de la Regle comme dit est, on trouvera 63 aunes, & c'est la réponse: ainsi des autres.

Observation sur la Regle de Trois.

1. Quant à la Regle de Trois, dont le premier terme est 1, il n'y a qu'à multiplier le troisieme par le deuxieme, ou le contraire, & le produit de la Multiplication donnera le quatrieme terme que l'on cherche.

Comme si on disoit : Une douzaine de paires de gants coûte 9 livres, combien coûteront 12 douzaines ; dites :

Si une douzaine coûte 9 liv. combien 12 douzaines: multipliez 12 par 9, & le produit sera 108 liv. pour la valeur requise des 12 douzaines.

2. Quand le deuxieme terme est 1, il faut seulement diviser le troisieme par le premier, & le quotient de la Division donnera le quatrieme.

Par exemple, 6 aunes de ruban coûtent 1 liv. combien coûteront 100 aunes au même prix ; dites :

Si 6 aunes coûtent 1 liv. combien 100 aunes ; divisez 100 par 6, il viendra 16 liv. 13 sols 4 den. pour la valeur de 100 aunes.

3. Quand le troisieme terme est 1, il faut aussi seulement diviser le deuxieme par le premier, & le quotient sera le quatrieme terme que l'on cherche, comme il se voit par la question suivante.

100 aunes de ruban ont coûté 16 liv. 13 sols 4 d. combien vaut l'aune ; divisez 16 liv. 13 sols 4 den. par 100, & le quotient donnera 3 sols 4 d. pour le quotient ou la valeur de l'aune que l'on cherche, observant, pour faire la Division, de faire les réductions nécessaires, comme les livres en sols, & les sols en deniers.

Quelques Questions sur la Regle de Trois,

Autrement

Regle des Marchands.

Question touchant la Multiplication de la ℔ de poids de 16 onces & de ses parties.

Si une ℔ de Canelle coûte 4 liv. 13 sols, combien 9 ℔ 5 onces 4 gros.

Il faut multiplier 4 liv. 15 sols par 9 ℔ tout-d'un-coup, il viendra 42 livres 15 sols; puis de 5 onces on en prendra 4, qui sont le quart de 16 onces, & par conséquent on prendra le quart de 4 livres 15 sols, il viendra 1 liv. 3 sols 9 den. que l'on posera au-dessous de 42 liv. 15 sols.

Puis pour une once, on prendra le quart de la valeur des 4 onces, il viendra 5 sols 11 den. $\frac{1}{4}$.

Enfin, pour les 4 gros, on prendra la moitié de la valeur d'une once, il viendra 2 sols 11 deniers $\frac{5}{8}$; & ajoutant tous les produits en une somme, il viendra 44 livres 7 sols 7 deniers $\frac{7}{8}$, comme il se voit par l'opération.

	9 ℔	5 onces	4 gros	
à	4 liv.	15 sols	la ℔ de 16 onces.	
	42 liv.	15 sols		
	1	3	9 d.	
		5	11	$\frac{1}{4}$
		2	11	$\frac{5}{8}$
Prod.	44 liv.	7 sols	7 d. $\frac{7}{8}$,	valeur de

9 ℔ 5 onces 4 gros.

Ayant fait la multiplication, il est venu 44 livres 7 sols 7 den. $\frac{7}{8}$, pour le quatrieme terme de la Regle de Trois ci-dessus.

Preuve par la Division.

Pour preuve, il faut faire une autre question, disant:

Si 9 ℔ 5 onces 4 gros de canelle ont coûté 44 liv. 7 sols 7 deniers $\frac{7}{8}$, on demande combien vaut une liv.

Pour l'opération, on voit que le troisieme terme est 1, & par conséquent il n'y a qu'à diviser le second par le premier, & le quotient donnera 4 liv. 15 sols pour la valeur de la ℔ de canelle.

Pour faire cette Regle, réduisez les 44 liv. 7 sols

7 den. $\frac{7}{8}$ en huitiemes parties de deniers, il viendra 85215 huitiemes.

Réduisez aussi 140 deniers, valeur de la livre, en huitiemes, il viendra 1920, que l'on écrira au-dessous, & on aura $\frac{85215}{1920}$ pour nombre à diviser.

Pour avoir le diviseur, il faut réduire les 9 ℔ 5 onces 4 gros en gros, il viendra 1196 gros, sous lesquels on écrira la valeur de la ℔ réduite en 128 gros, & on aura $\frac{1196}{128}$ de gros pour diviseur.

Puis divisant la fraction de $\frac{85215}{1920}$ par $\frac{1196}{128}$, selon l'ordre de la division des fractions, il viendra au quotient 4 liv. 15 s. pour la valeur de la ℔, & c'est la preuve.

Autre preuve de la même Multiplication.

Quelqu'un veut employer 44 liv. 7 sols 7 den. $\frac{7}{8}$ en canelle, & la ℔ vaut 4 liv. 15 sols ; on demande combien on en aura de ℔ & parties pour ladite somme.

Pour faire cette Regle, réduisez 44 liv. 7 s. 7 d. $\frac{7}{8}$ en huitiemes de deniers ; il viendra 85215 huitiemes.

Réduisez aussi les 4 liv. 15 sols en huitiemes de deniers, il viendra 1920 ; puis divisant 85215 par 1920, il viendra aux quotients des divisions 9 ℔ 5 onces 4 gros, comme il a été proposé, observant, en faisant la premiere division, de réduire les ℔ restantes en onces, puis les onces en gros, &c. pour en faire les divisions.

Ces deux preuves sont générales pour toutes sortes de Multiplications.

Autre Question touchant la Multiplication de la ℔ de 15 onces, pour le poids de la soie.

Si une botte de soie vaut 22 livres 10 sols, on demande combien valent 15 bottes 6 onces 5 gros $\frac{1}{2}$.

Multipliez les 15 bottes par 22 livres 10 sols, comme à l'ordinaire.

Cela fait, prenez pour 5 onces le tiers de 22 liv. 10 sols, valeur de la botte, il viendra 7 liv. 10 sols.

Ensuite, pour l'once restante, prenez le cinquieme du produit de 5 onces.

Puis pour 4 gros, prenez la moitié du produit de l'once, & pour l'autre gros, prenez le quart du produit de 4 gros; enfin pour ½ gros, prenez la moitié du gros, & ajoutant tous les produits particuliers en une somme, il viendra 347 livres 10 sols 6 d. ½ pour la valeur totale des 15 bottes & parties, comme il se voit par l'opération.

	15 ℔	6 onces	5 gros ½	à
multiplier par	22 l.	10 sols.		
	30			
	307 l.	10 sols		
Pour 5 onces	7	10		
Pour 1 once	1	10		
Pour 4 gros		15		
Pour 1 gros		3	9	
Pour ½ gros		1	10	½
	347 l.	10 f.	7 d.	½; ainsi

des autres.

Autre question, pour servir de preuve à la Multiplication ci-dessus.

Si 15 ℔ 6 onces 5 gros ½ de soie ont coûté 347 l. 10 sols 7 den. ½, on demande combien vaut la botte ou la ℔.

Il faut réduire 347 liv. 10 sols 7 den. ½ en demi-deniers; il viendra * 166815, sous lesquels il faut écrire 480 demi-deniers, valeur de la livre de 20 sols, & ce seront * $\frac{166815}{480}$ pour nombre à diviser.

Il faut aussi réduire les 15 bottes 6 onces 5 gros ½ en demi-gros, il viendra 3707, sous lesquels il faut écrire 240 demi-gros, valeur de la ℔ réduite en demi-gros; il viendra † $\frac{3707}{240}$ pour diviseur.

Divisant donc le nombre à diviser * par le diviseur †, selon l'ordre de la division des fractions, le

quotient donnera 22 livres 10 sols pour la valeur de la botte, & c'est la preuve.

Autre question sur la Multiplication du marc, onces, gros, &c.

Si le marc d'argent coûte 28 liv. 10 sols, on demande la valeur de 16 marcs 7 onces 5 gros $\frac{1}{2}$.

Comme cette question ne differe point de la précédente, parce que les parties du marc sont des onces & des gros, &c. aussi-bien que les parties de la ℔ de poids, je n'en donnerai point la construction, renvoyant à l'explication ci-devant, tant pour la regle que pour la preuve.

Autre question sur la Multiplication de la toise, pieds, pouces, &c.

Si la toise de maçonnerie vaut 7 livres 15 sols, on demande la valeur de 8 toises 4 pieds 7 pouces.

Multipliant les 7 livres 15 sols par les 8 toises tout d'un-coup, il viendra 62 livres.

Cela fait, pour 3 pieds prenez la moitié de 7 liv. 15 sols, valeur de la toise.

Pour 1 pied, prenez le tiers de la valeur des 3 pieds.

Pour 6 pouces, prenez la moitié de la valeur d'un pied.

Pour 1 pouce, prenez le sixieme du produit de la valeur de 6 pouces, & ajoutant tous les produits particuliers, le produit total sera 67 liv. 18 f. 4 d. $\frac{1}{2}$ pour la valeur des 8 toises 4 pieds 7 pouces ci-dessus.



Opération.

	8 toises 4 pieds 7 pouces à			
multiplier par	7 liv. 15 sols.			
Pour 8 toises	62 liv.			
Pour 3 pieds	3	17 sols	6 deniers	
Pour 1 pied	1	5	10	
Pour 6 pouces	0	12	11	
Pour 1 pouce	0	2	1	$\frac{1}{6}$
Produit	67 liv.	18 sols	4 den.	$\frac{1}{6}$

Preuve de la Multiplication ci-dessus par une autre question.

Si 8 toises 4 pieds 7 pouces de maçonnerie ont coûté 67 liv. 18 sols 4 den. $\frac{1}{6}$, on demande combien vaut la toise.

Il faut diviser le produit par le nombre à multiplier, le quotient donnera le multiplicateur.

Pour faire cette Regle, réduisez les 67 liv. 18 sols 4 den. $\frac{1}{6}$ en sixiemes; réduisez aussi la livre de 20 sols en sixiemes de denier, il viendra + $\frac{97801}{1440}$ pour nombre à diviser.

Ensuite, pour trouver un diviseur, réduisez les 8 toises 4 pieds 7 pouces en pouces; réduisez aussi la toise en pouces, il viendra * $\frac{631}{72}$ pour le diviseur. Cela fait, divisez le grand nombre + par le petit *, le quotient de la division donnera 7 liv. 15 sols pour la valeur de la toise, comme il vient d'être proposé; & c'est la preuve.



Quelques questions touchant les Marchandises qui se vendent ou achetent à la piece, au cent ou au quintal, au millier, &c.

I. Question, à tant la botte, combien le cent.

A TROIS sols 4 deniers la botte de foin, combien cent bottes. Tirez le sixieme de 100, il viendra 16 liv. 13 s. 4 den. pour la valeur des 100 bottes.

II. Question, à tant le 100, combien la botte.

A 16 liv. 13 sols 4 deniers le 100 de bottes de foin, combien une botte.

Divisez 16 livres 13 sols 4 deniers par 100, il viendra 3 sols 4 deniers pour la valeur de chaque botte, & c'est la preuve de la question précédente.

III. Question, à tant le 100, combien plusieurs ℔.

A 16 liv. 16 s. 8 d. le 100, combien 450 ℔.

Dites par Regle de Trois:

Si 100 ℔ valent 16 livres 16 sols 8 deniers, combien 450?

Multipliez & divisez selon le précepte de la Regle de Trois, il viendra 75 liv. 15 s. pour la réponse à la question.

Autre Question sur le même sujet.

On paie 6 livres à un voiturier pour 100 ℔ pesant; on demande combien il lui faut payer pour la voiture d'une balle de poil de chameau, ou autre marchandise audit prix, pesant 350 ℔. Dites:

Si 100 ℔ coûtent 6 l. de voiture, combien 350 ℔?

Faites la Regle de Trois, & vous trouverez 21 livres pour la réponse.

IV. Question, à tant la ₶, combien la charge, qui est 300 pesant.

A 1 sol 8 den. la ₶ pesant, combien 300 ;

Tirez le douzieme de 300, il viendra 25 livres pour la réponse.

Autre Question sur le même sujet.

Une charge de 300 ₶ coûte 21 livres, combien 750 ₶ ?

Dites, par la Regle de Trois:

Si pour 300 on paie 21 livres combien pour 750 ₶ ?

Faites la Regle, il viendra 50 liv. 10 sols.

Autre Question, à tant la ₶, combien le millier.

La ₶ de pruneaux vaut 1 sol 3 deniers ; combien 1000 ₶ ?

Multipliez 1000 ₶ par 1 sol 3 den. il viendra 62 liv. 10 sols pour la valeur du millier.

Autre Question, à tant le millier, combien la piece.

A 62 liv. 10 sols le millier de cotterets, combien la piece ? Dites : Si 100 cotterets valent 62 liv. 10 sols, combien vaut un cotteret ? Faites la Regle de Trois, c'est-à dire, divisez 62 liv. 10 sols par 1000, il viendra 1 sol 3 deniers pour la valeur de chaque cotteret.

Autres Questions, ou Regle de gain ou perte pour 100.

UN Marchand vend à un Particulier pour 300 livres de toile de Hollande, au prix courant, on demande de combien il faut augmenter pour le profit du vendeur ; à raison de 7 $\frac{1}{2}$ pour 100.

Il faut dire :

Si sur 100 livres on prend 7 $\frac{1}{2}$ de profit, combien sur 300 livres ?

Faites la Regle de Trois, il viendra 22 livres 10 sols, qu'il faudra ajouter à 300 liv. la somme sera 322 livres 10 sols, qu'il faudra payer.

Et si on veut savoir tout d'un coup le principal & le produit, dites :

Si 100 viennent à 107 $\frac{1}{2}$, à combien 300 livres? Faites la Regle; il viendra 322 livres 10 sols comme ci-dessus.

Autre Exemple, ou Regle d'Escompte.

Un Marchand a vendu à un autre pour 300 liv. de marchandises, à payer au bout de six mois; savoir combien il faut payer argent comptant, rabattant 6 pour 100 pour le change. Dites, par Regle de Trois :

Si 100 viennent de 94, d'où viendront 300? R. 282 livres.

Autre Exemple.

Un Marchand a acheté des toiles de Hollande à Paris, qui lui reviennent, étant à Lyon, tant pour l'achat, voitures, qu'autres frais, à 5 livres 10 sols l'aune; savoir combien il doit vendre l'aune pour gagner 10 pour 100. Dites :

Si 100 livres viennent à 110 livres à combien viendront 5 livres 10 sols : faites l'opération, il viendra 6 liv. 1 sol pour la valeur de l'aune rendue à Lyon.

Et si, au lieu de la vendre à profit, le Marchand étoit contraint de la vendre à 10 pour 100 de perte, savoir à combien reviendroit l'aune. Il faut dire :

Si 100 livres sont réduites à 90 livres, à combien seront réduites 5 liv. 10 sols? Faites la Regle de Trois, & vous trouverez 4 livres 19 sols au quotient pour la valeur de l'aune.

Quelques Questions sur les Regles du paiement.

COMME les Marchands ne paient pas toujours comptant les marchandises qu'ils achetent, & que le plus souvent ils emploient diverses conditions quant au paiement, j'ai bien voulu proposer quelques exemples de ce qui se pratique assez ordinairement entr'eux.

Premier Exemple.

Un Marchand doit pour marchandises, ou autre chose, la somme de 6587 liv. qu'il s'oblige de payer en quatre paiements ; savoir, le quart comptant, le huitieme à 3 mois, le tiers à 6 mois, & le reste au bout de l'an ; on demande combien il doit payer à chaque terme.

Pour l'opération, tirez le quart, le huitieme & le tiers de la somme totale, qui est 6587 livres, il viendra 4665 liv. 15 s. 10 den. puis il faut soustraire 4665 liv. 15 sols 10 den. de 6587 liv. le reste sera 1921 liv. 4 sols 2 deniers, qu'il faudra payer au bout de l'an.

Opération.

	6587			6587 liv.			
$\frac{1}{4}$	1646 l.	15 s.		4665	15 s.	10 d.	
$\frac{1}{8}$	823	7	6				
$\frac{1}{3}$	2195	13	4	1921 liv.	4 s.	2 d.	
				à payer au bout de l'an.			
Somme	4665 l.	15 s.	10 den.				

Second Exemple.

Un Marchand a acheté pour 3650 livres de marchandises à payer la moitié à 4 mois, & le reste de 3 mois en 3 mois après la moitié. Or, deux jours après il s'accorde avec le Vendeur de payer [illegible]

la partie en un seul paiement; on demande en quel temps les trois paiements se doivent faire.

℞. En 6 mois $\frac{1}{4}$ mois, comme il se voit ci-dessous par l'opération.

	mois		
$\frac{1}{2}$	4	2	
$\frac{1}{4}$	7	1	$\frac{3}{4}$
$\frac{1}{4}$	10	2	$\frac{1}{2}$
	℞.	6	$\frac{1}{4}$ mois.

Troisieme Exemple.

Un Marchand doit 3600 livres pour marchandise à payer; savoir, 600 livres comptant, 800 livres dans 3 mois, 1200 livres à 8 mois, & le reste au bout de l'an; il s'accorde après de payer la somme tout ensemble, on demande en quel temps ce paiement se doit faire. ℞. en 6 mois & $\frac{2}{3}$, comme il se voit par l'opération.

600 liv.	mois	comptant.
800	3	2400
1200	8	9600
1000	12	24000
3600 diviseur		12000 à divi-

ser; puis divisant l'un par l'autre, il viendra 6 $\frac{2}{3}$ de mois comme dessus.

Avertissement.

Il y a une infinité de questions qui se peuvent proposer sur ce même sujet, qui seroient plutôt curieuses que nécessaires; mais comme mon dessein n'est point de remplir le corps de mon Arithmétique de choses inutiles, je me contenterai de renvoyer le Lecteur à mon Questionnaire, dans lequel il verra quantité de questions appliquées à toutes sortes de sujets, & dans lequel il pourra faire choix de celles qui lui plairont le plus, pour s'exercer dans la science des nombres.

Regle de Trois en Fractions.

SI une Regle de Trois en fractions est proposée, & qu'il se trouve des nombres rompus à tous les trois termes, pour trouver le quatrieme terme que l'on cherche, il faut multiplier de suite le premier dénominateur par les deux derniers numérateurs, & mettre le produit à part pour nombre à diviser.

Ensuite pour avoir le diviseur, il faut multiplier de suite le premier numérateur par les deux derniers dénominateurs, & le produit sera le diviseur, que l'on posera sous le nombre a diviser déjà trouvé; puis faisant la division, le quotient donnera le nombre que l'on cherche pour le quatrieme terme.

Premiere Question.

Un Particulier a acheté $\frac{2}{3}$ de toile qui lui ont coûté $\frac{5}{6}$ de livres, qui valent 16 sols 8 deniers, & un autre a affaire de $\frac{3}{4}$ de la même toile, on demande combien coûteront ces $\frac{3}{4}$ audit prix.

On disposera la Regle comme il se voit ci-après, puis on multipliera, comme il vient d'être dit, le premier dénominateur 3 par 5, second numérateur; il viendra 15, qu'il faut multiplier par le troisieme numérateur 3; il viendra 45 pour nombre à diviser.

Puis pour avoir le diviseur, il faut multiplier le premier numérateur 2 par le second dénominateur 6; il viendra 12, qu'il faut multiplier par le troisieme dénominateur 4; il viendra 48 pour diviseur.

Cela fait, il faut diviser 45 par 48, le quotient sera $\frac{45}{48}$, ou par réduction $\frac{15}{16}$, pour la valeur des $\frac{3}{4}$, & cette fraction $\frac{15}{16}$, étant réduite en fractions vulgaires, vaut 18 sols 9 den.

Opération.

Si $\frac{2}{3}$ aune X. $\frac{5}{6}$ livres, combien $\frac{3}{4}$ R. $\frac{45}{48}$ ou $\frac{15}{16}$ de livre ; faites l'opération selon l'explication ci-dessus, & vous trouverez même réponse que la précédente.

Preuve de la Regle de Trois ci-dessus.

Remarque. Comme toutes les Regles de Trois en fractions s'operent de même façon, & par conséquent se doivent prouver de même façon aussi, je renverrai pour la construction des suivantes, tant pour la Regle que pour la Preuve, à l'explication de la Regle ci-dessus, & de sa preuve ci-après, excepté les Regles où il y a des circonstances extraordinaires à garder, desquelles je ferai les observations chacune en son lieu.

Pour preuve, on fera une autre question contraire à la précédente, disant :

Un Marchand a acheté $\frac{3}{4}$ d'étoffe qui coûtent $\frac{15}{16}$ de livre ; on demande combien en coûteront $\frac{2}{3}$ au même prix.

Pour l'opération, il faut observer de multiplier le premier dénominateur par les deux derniers numérateurs ; il viendra 120 pour nombre à diviser ; il faut aussi multiplier le premier numérateur par les deux derniers dénominateurs, il viendra 144 pour diviseur ; puis écrivant 120 sur une ligne, & 144 au-dessous, ce seront $\frac{120}{144}$ pour quatrieme terme, laquelle fraction est égale à $\frac{5}{6}$, second terme de la proposition ci-dessus ; & autant coûteront les $\frac{2}{3}$ d'aune de la même proposition, comme il se voit par l'opération suivante.

Si $\frac{3}{4}$ aune X $\frac{15}{16}$ livre, $\frac{2}{3}$ aune. R. $\frac{120}{144}$, ou $\frac{5}{6}$ livre.

Avertissement sur la Regle de Trois en Fractions.

COMME les Regles de Trois, tant simples que doubles & inverses en fractions, ne se pratiquent que par ceux qui ont déjà une grande connoissance dans les nombres, & qui doivent savoir le Traité des fractions que j'ai amplement expliqué, je n'ai pas cru qu'il fût nécessaire de mettre les opérations des regles toutes entieres, & je me contenterai d'expliquer ici ce qu'il faut observer pour les faire ; c'est pourquoi chacun s'attachera exactement à la lecture de l'explication que je donne pour la construction de chaque question.

Seconde Question.

Et s'il se rencontre qu'il y ait entiers & fractions à quelqu'un des termes de la Regle de Trois, & même à tous trois, il faut premiérement réduire les entiers & fractions en leurs fractions par la troisieme réduction, page 65, puis procéder comme dessus.

Par exemple, quelqu'un a acheté $\frac{2}{3}$ de drap qui lui ont coûté 4 liv. $\frac{5}{6}$, on demande combien lui en coûteront $\frac{7}{8}$ au même prix.

Ayant disposé la Regle comme il suit, on fera l'opération comme il vient d'être enseigné, & il viendra au quatrieme terme la valeur des $\frac{7}{8}$ que l'on cherche ; savoir, 6 livres $\frac{11}{32}$.

Opération.

Si $\frac{2}{3}$ aune coûtent $4\frac{5}{6}$ livre, combien $\frac{7}{8}$ aune ; ou par réduction,

Si $\frac{2}{3}$ aune X coûtent $\frac{29}{6}$ livre, combien $\frac{7}{8}$. R. 6 livres $\frac{11}{32}$.

La preuve de cette Regle se fait comme la précédente, en renversant les termes, & disant comme il se voit ci-dessous.

Si $\frac{7}{8}$ d'aune coûtent $\frac{609}{96}$ de livre, combien coûteront $\frac{2}{3}$ au même prix ; multipliant & divisant en fractions, comme il vient d'être enseigné, il viendra au quotient de la Division 4 livres $\frac{1}{6}$ pour la valeur des $\frac{2}{3}$ d'aune, comme il a été proposé, & comme il se voit par la disposition de la Regle ci-dessous.

Si $\frac{7}{8}$ X $\frac{609}{96}$, combien $\frac{2}{3}$? R. $\frac{9744}{2016}$, ou 4 liv. $\frac{1}{6}$ de livre pour la valeur des $\frac{2}{3}$ d'aune, comme veut la question.

Troisieme Question.

Et si dans la proposition d'une Regle de Trois il se trouve un nombre entier à quelqu'un des termes, il faut souscrire 1 sous ce nombre entier pour l'exprimer en fractions comme les autres termes, puis procéder comme dessus.

Par exemple, si quelqu'un avoit acheté 17 aunes & $\frac{7}{8}$ de toile de lin pour 45 livres, on demande combien en coûteroient 100 aunes $\frac{2}{3}$ au même prix.

Les fractions étant disposées comme ci-dessous, on procédera ensuite pour l'opération comme ci-devant.

Si 17 aunes $\frac{7}{8}$ coûtent 45 livres, combien 100 aunes $\frac{2}{3}$; ou par réduction,

Si $\frac{143}{8}$ aunes X $\frac{45}{1}$ livres $\frac{302}{3}$ aunes. R. $\frac{36240}{143}$ de livre pour la valeur requise de 100 $\frac{2}{3}$ aunes.

Et si on veut savoir combien la fraction $\frac{36240}{143}$ vaut de livres, divisez le numérateur par le dénominateur, le quotient donnera le nombre des livres & parties pour la valeur des 100 aunes $\frac{2}{3}$.

Preuve.

Et pour preuve, on fera une autre composition, disant :

Si $\frac{302}{3}$ aunes X $\frac{36240}{143}$ livres $\frac{143}{8}$ aunes : R. 45 livres.

Faisant l'opération suivant le précepte de la Regle de Trois en fractions, il vient 45 livres au quatrieme terme pour la valeur des 17 aunes $\frac{7}{8}$; ainsi des autres.

Quatrieme Question.

4 aunes $\frac{2}{3}$ d'étoffe ont coûté 7 liv. 15 f. 9 deniers, on demande combien en coûteront 9 aunes $\frac{3}{4}$ au même prix.

Cette Regle se peut résoudre en deux façons, comme il se verra par l'application qui suit.

Premiere maniere.

Premiérement, réduisez le premier terme 4 $\frac{2}{3}$ en $\frac{14}{3}$.

Réduisez aussi 7 liv. 15 f. 9 den. tout en deniers, il viendra 1869 deniers, sous lesquels vous écrirez 240 den. valeur de la livre réduite en deniers, & ce feront $\frac{1869}{240}$, ou par réduction à plus petits termes, $\frac{623}{80}$ pour second terme.

Réduisez aussi le troisieme terme 9 $\frac{3}{4}$ aunes en $\frac{39}{4}$, puis disposez la Regle comme il suit.

Si $\frac{14}{3}$ X aunes $\frac{623}{80}$ liv. $\frac{39}{4}$ aunes. ℞. $\frac{72891}{4480}$ livre pour quatrieme terme ou valeur des 9 $\frac{3}{4}$ aunes, & cette fraction sera évaluée en liv. sols & deniers, comme il vient d'être enseigné ci-dessus.

Preuve.

Pour preuve, on dira :

Si $\frac{39}{4}$ aunes $\frac{72891}{4480}$ liv. $\frac{14}{3}$ aunes. ℞. $\frac{623}{80}$ livres, ou par réduction, 7 liv. 15 sols 9 den. pour la valeur des 4 aunes $\frac{2}{3}$, comme il a été proposé.

Seconde maniere pour résoudre la Regle de Trois ci-dessus, que je répete.

Si 4 aunes $\frac{2}{3}$ coûtent 7 liv. 15 sols 9 deniers, on demande combien coûteront 9 $\frac{3}{4}$ aunes.

Réduisez comme dessus les 4 aunes $\frac{2}{3}$ en $\frac{14}{3}$; réduisez aussi les 9 aunes $\frac{3}{4}$ en $\frac{39}{4}$, comme il se voit ci-dessous; puis dites :

Si $\frac{14}{3}$ aunes coûtent 7 liv. 15 f. 9 den. combien $\frac{177}{4}$?

Cela fait, multipliez en croix 39, numérateur de $\frac{39}{4}$, par 3, dénominateur des $\frac{14}{3}$, il viendra 177 pour troisieme terme. Il faut remarquer que c'est pour réduire les fractions, en même dénomination; fa-

voir, en douziemes, multipliez aussi 14, numérateur des $\frac{14}{3}$, par 4 dénominateur des $\frac{12}{4}$, il vient 56 pour premier terme; puis dites par la Regle de Trois:

Si 56 aunes coûtent 7 livres 15 sols 9 deniers, combien 117 aunes? ℞. 16 livres 5 sols 4 deniers $\frac{7}{8}$.

La Regle étant ainsi disposée, il n'y a qu'à opérer pour le surplus, comme à la Regle de Trois simple, en multipliant & divisant selon le précepte; & le quotient de la division donnera le quatrieme terme que l'on cherche, pour la valeur des 9 aunes $\frac{3}{4}$, comme il a été proposé.

Preuve.

Il faut faire la preuve comme celle des Regles de Trois en nombres entiers, en disant:

Si 117 aunes, coûtent 16 liv. 5 sols 4 deniers $\frac{7}{8}$, combien 56 aunes? ℞. 7 liv. 15 sols 9 deniers; ainsi des autres.

Regle de Trois inverse en nombres entiers.

CETTE Regle est appellée diversement par les divers Auteurs qui en ont traité. Les uns l'ont appellée inverse; les autres rebourse; les autres indirecte.

La Regle de Trois inverse est le contraire de la Regle de Trois directe, parce que, dans cette Regle, quand le premier terme est plus grand que le troisieme, le quatrieme que l'on cherche doit être plus grand que le second; & si le premier est moindre que le troisieme, le quatrieme sera moindre que le second.

Pour la dénomination de trois nombres, il faut observer que le premier terme & le troisieme soient

du même nom, comme en la Regle de Trois directe.

Ayant disposé les trois nombres, il faut multiplier le deuxieme terme par le premier, ou au contraire; puis divisant le produit par le troisieme, le quotient de la Division donnera le quatrieme que l'on cherche, comme il se pratiquera dans les questions suivantes.

Premiere Question, où le premier est plus grand que le troisieme.

24 hommes ont des vivres pour 12 jours durant dans une Place; mais voulant réduire ce nombre de 24 hommes à 15, on demande à proportion que 24 hommes doivent vivre 12 jours durant de ce qu'on leur avoit baillé de munition, combien de temps les 15 restants doivent subsister de ces mêmes vivres.

On voit que 24, premier terme, étant plus grand que 15, troisieme terme, les mêmes vivres doivent durer davantage à 15 qu'à 24, & par conséquent le quatrieme sera plus grand que le second.

Ayant disposé les termes comme ci-dessus.

Si 24 hommes ont des vivres pour 12 jours, pour combien en auront 15 hommes; on fera la Multiplication & Division comme il vient d'être enseigné, & comme il se voit par l'opération suivante.



Si 24 hommes 12 jours, 15 hommes.

```
 12
------
 48         155
24          288
------      -------- ( 19 jours & 1/5
288         155
              1
```

Pour réponse, les hommes subsisteront 19 jours & 1/5 de jour.

Preuve.

La preuve se fera par une autre proposition, où le premier terme sera plus grand que le troisieme.

Si 15 hommes ont de quoi subsister 19 jours & 1/5 de ce qu'ils ont de munition, on demande s'il falloit augmenter le nombre des hommes jusqu'a 24, combien ces 24 hommes subsisteroient de jours par le moyen des mêmes vivres.

Faites l'opération comme ci-dessous, vous trouverez 12 jours pour réponse.

Si 15 hommes 19 jours 1/5, 24 hommes. R. 12 jours.

```
 19 1/5
------        4
 13 5       288
 15         ------ ( 12 jours.
   3        244
------        2
 28 8
```

On voit par l'opération que 15 hommes, premier terme, étant moindre que 24 hommes, troisieme terme, les mêmes vivres dureront moins à 24 qu'à 15; par conséquent on voit qu'il faut que le second terme soit plus grand que le quatrieme; ce qui s'appelle inversion.

Seconde Question.

Dans une Ville assiégée, il y a pour la garder 850 hommes, qui n'ont des vivres que pour 18 jours; mais comme l'on espere que le siége se levera dans 30 jours, on demande combien il faut faire sortir d'hommes de la Place, afin que le reste puisse subsister de ces mêmes vivres qui sont dans cette Place jusqu'au trentieme jour que le siége doit se lever.

Pour répondre à la question, il faut former une Regle de Trois, comme il suit, disant :

Si 18 jours demandent 850 hommes, combien 30 jours. R. 510 hommes.

On voit, si c'étoit en la Regle de Trois directe, que 30 jours donneroient plus que 18, mais en celle-ci c'est le contraire; car plus il y aura de jours, & moins d'hommes il faudra réserver; c'est pourquoi il faut que le troisieme nombre soit diviseur du produit des deux premiers, comme il paroît par l'opération.

Si 18 jours demandent 850 hommes, combien 30 jours?

```
                    18
                  ----
                  6800
                  850    15300
            ------------------- (510 h.
                 15300   3000
                          33
```

Ayant fait l'opération de la Regle, il est venu 510 au quotient, c'est-à-dire, 510 hommes qui doivent rester dans la Ville pour la garder, qui étant soustraits de 850, reste 340, qu'il faut faire sortir.

Preuve par une autre question.

Si les vivres qui sont dans une Ville peuvent faire subsister 510 hommes 30 jours durant, combien faudra-t-il d'hommes pour consommer les mêmes vivres en 18 jours? faisant la Regle, il viendra 850 hommes, comme il a été proposé ci-devant.

Si 30 jours demandent 510 hommes, combien 18 jours.

```
              30
     ———————   $
     15300   15300
             ——————— (850 h.
              1888
               11
```

Avertissement sur l'opération des Regles de Trois inverses suivantes.

J'ai assez amplement expliqué la maniere de multiplier, de diviser, de faire toutes sortes de réductions de grandes especes en petites, page 119, ou de petites en grandes, page 142, d'opérer les Regles de Trois simples en entiers & fractions; ensuite de quoi j'ai expliqué la maniere d'opérer la Regle de Trois inverse ci-dessus, & j'ai fait l'opération de deux exemples tout au long pour servir de modele aux autres : étant donc bien entendues, je me propose dans les questions suivantes que je formerai sur la même Regle de Trois inverse, de donner seulement l'explication de la question, avec la réponse au pied, laissant au Lecteur le soin d'en faire lui-même l'opération sur le papier, pour trouver même réponse à la question que celle que je lui donne.

Troisieme Question.

Dans une Ville assiégée, il y a des vivres pour 8 mois à 1500 hommes, & ils ne peuvent avoir du secours que dans 11 mois; l'on veut neanmoins que les rations ne diminuent point : savoir combien on doit retenir d'hommes dans la Place, afin que les vivres puissent subvenir jusqu'au temps auquel on espere le secours.

On dispose la Regle ainsi que dessous.

Si 8 mois donnent 1500 hommes, combien 11 mois.

Faisant l'opération selon le précepte de la Regle de Trois inverse, on trouvera 1090, qui est le nombre des hommes qu'il faut retenir, & reste 10 qui sont surnuméraires, qui ne sont point comptés, parce que l'on ne divise point les hommes.

Quatrieme Question.

Mais comme il est difficile de faire sortir des hommes de dedans une ville assiégée, parce que les assiégeants l'empêchent pour faire plutôt consommer les vivres, on demande si ces 1500 hommes qui sont dans la Place, sont contraints d'y demeurer, ayant par jour 20 onces de pain pour ration, lorsque les vivres pouvoient durer 8 mois, combien il leur faudra donner d'onces de pain pour faire que les vivres durent 11 mois.

Il faut dire par la Regle de ttois inverse :

Si 8 mois donnent 20 onces, combien 11 mois, & faisant l'opération selon le précepte de la Regle, on trouvera pour réponse 14 onces $\frac{6}{11}$, c'est-à-dire, 14 onces $\frac{1}{2}$ un peu plus, pour la ration de chaque Soldat.

Cinquieme Question.

Si dans une Ville assiégée il y a des vivres pour 1500 hommes pour 8 mois, & que l'on renforce la garnison de 400 hommes, on demande combien ces mêmes vivres dureront de temps, sans diminuer la ration.

Ajoutez les 400 hommes de renfort avec 1500 hommes, il viendra 1900; puis raisonnez ainsi :

Si 1500 hommes subsistent 8 mois durant de ce qu'il y a de vivres dans la Ville, on demande combien 1900 hommes subsisteront de temps de ces mêmes vivres.

Disposition de la Regle.

Si 1500 hommes subsistent 8 mois, combien subsisteront 1900 hommes ? faisant la Regle, il viendra pour réponse 6 mois 9 jours 11 heures, un peu

plus que les 1900 hommes subsisteront.

Sixieme Question.

Un Capitaine dit qu'en donnant 16 sols par jour à chacun de ses Soldats, il a de l'argent pour 23 jours; mais n'espérant point d'autre argent que dans 46 jours, on demande de combien il faut diminuer le paiement de chaque Soldat, afin que son argent puisse lui durer 46 jours; il faut former la question, & raisonner ainsi :

Si 23 jours donnent 16 sols par jour, combien 46 jours. Faisant la Regle, on trouvera 8 sols par jour, lesquels ôtés de 16 sols, reste 8 sols qu'il faut rabattre à chaque Soldat.

Preuve.

Pour preuve de la Regle ci-dessus, il faut dire par son contraire :

Si 46 jours donnent 8 sols par jour, combien 23 jours ? R. 16 sols.

Septieme Question.

Lorsque le muid de bled coûte 40 écus, je suppose que le pain d'un sol pese 16 onces, on demande combien doit peser le même pain d'un sol, lorsque le muid de blé ne vaudra que 30 écus. Il faut dire :

Si 40 écus donnent 16 onces, combien 30 écus ?

Faites l'opération selon le précepte de la Regle de Trois inverse, & vous trouverez 21 onces $\frac{1}{3}$ que le pain d'un sol doit peser.

Pour preuve on dira :

Si 30 écus donnent 21 onces $\frac{1}{3}$, combien 40 écus? R. 16 onces, comme devant.

Remarquez que le semblable fût arrivé, quand on eût dit que le blé coûtant 40 écus le muid, le pain de 10 sols, 12 sols ; ou d'un autre poids, peseroit tant d'onces ; car le prix d'un pain n'entre point en opération avec les autres termes, d'autant qu'il est

aussi-bien considéré en la seconde Regle, qui est la preuve, comme en la premiere.

Avertissement sur la Regle de Trois inverse.

Huitieme Question.

Il faut entendre que dans la Regle de Trois inverse, il y a toujours un terme commun qui se réfere à quatre autres, comme si on disoit:

Le blé coûtant 30 écus le muid, on a pour 10 sols 12 ℔ de pain; on demande lorsque le muid de blé vaudra 40 écus, combien on aura de ℔ de pain pour 18 sols: on voit que le prix de 10 sols est un terme commun, il n'y a que le muid qui change de prix: c'est pourquoi il faut que les ℔ de pain que l'on baillera changent, c'est-à-dire, que le plus grand prix donne moins de ℔ de pain, & que le moindre en donne plus: on fera donc la Regle selon son précepte, & on trouvera 9 ℔ de pain pour 10 sols.

Opération.

Si 30 écus donnent 12 ℔ de pain, combien 40 écus. ℞. 9 livres.

Neuvieme Question.

Si 100 Ouvriers ont employé 60 jours à faire un ouvrage, on demande combien 150 autres Ouvriers emploieront de temps pour en faire un pareil.

Dites par la Regle de Trois:

Si 100 hommes emploient 60 jours, combien 150 hommes. ℞. 40 jours.

Dixieme Question.

Pierre a prêté 500 livres à Jean, dont il s'est servi 7 mois; on demande quelle somme Jean prêtera à Pierre pour 3 mois, afin d'égaler la récompense.

Pour le savoir, il faut former une Regle de Trois inverse, raisonnant ainsi :

Si durant 7 mois Jean s'est servi de 500 livres qui appartenoient à Pierre, on demande quelle somme Jean doit mettre entre les mains de Pierre pour trois mois.

En faisant l'opération de la Regle selon le précepte, on trouvera que Jean doit prêter 1166 liv. $\frac{2}{3}$ à Pierre pour trois mois.

Disposition de la Regle.

Si 7 mois donnent 500 livres, combien 3 mois ? ℟. 1166 livres $\frac{2}{3}$.

Pour preuve, dites :

Si 3 mois donnent 1166 livres $\frac{2}{3}$, combien 7 mois ? ℟. 500 livres.

Onzieme Question.

Jean a prêté à Pierre 500 livres, dont il s'est servi 7 mois ; savoir, si Pierre prête à Jean 750 livres, combien il les doit garder pour équipoller la récompense.

Il faut dire par la Regle de Trois :

Si 500 livres sont gardées 7 mois par Pierre, combien Jean doit-il garder 750 liv.

Opération.

Si 500 livres sont gardées 7 mois, combien 750 livres ? ℟. 4 mois & 20 jours.

Pour preuve, il faut dire :

Si 750 livres ont été gardées 4 mois & 20 jours, combien doivent être gardées 500 liv. ℟. 7 mois.

Douzieme Question.

Il y a 100 pintes d'une certaine liqueur dans un vaisseau, qui vaut 4 sols la pinte, on demande combien il y faut mêler d'eau, afin que la pinte du mélange revienne à 3 sols 4 deniers.

Pour faire cette Regle, réduisez 4 s. en deniers, il viendra 48 den. pour le premier terme de la Regle de Trois.

Réduisez

Réduisez aussi 3 sols 4 deniers en deniers, il viendra 40 deniers pour le troisieme terme : puis dites :

Si 48 deniers donnent 100 pintes, combien 40 deniers ; faisant la Regle, on trouvera 120 pintes, à 3 sols 4 deniers la pinte.

Et pour savoir combien il faudra ajouter d'eau, selon la question, ôtez 100 de 120, le reste sera 20 pintes d'eau à ajouter.

Pour preuve, multipliez les 100 pintes à 4 sols, il viendra 20 livres.

Multipliez aussi les 120 pintes du mélange par 3 sols 4 deniers, il viendra les mêmes 20 livres.

Regle de Trois inverse en fractions.

IL faut que la dénomination des termes de la Regle de Trois inverse en fractions, soit comme la Regle de Trois directe en fractions aussi ; puis multiplier les deux premiers nombres l'un par l'autre, & diviser le produit par le dernier ; ou bien, pour le plus court, multipliant les deux premiers numérateurs, & le dernier dénominateur de suite entr'eux, le produit sera le nombre à diviser ; multipliant aussi les deux premiers dénominateurs par le dernier numérateur de suite entr'eux, le produit sera le diviseur ; puis faisant la division, le quotient donnera le quatrieme terme que l'on cherche, comme il se voit par les opérations suivantes.

Premiere Question.

Quelqu'un a fait faire un manteau avec 5 aunes $\frac{3}{4}$ d'une étoffe de $\frac{2}{3}$ de large ; on demande, s'il le veut faire doubler d'une étoffe de $\frac{1}{2}$ de large, combien il lui en faut d'aunes. Faites la Regle comme il vient d'être enseigné, & vous trouverez 9 aunes $\frac{2}{3}$

Si $\frac{2}{3}$ $\frac{21}{4}$ X. $\frac{3}{8}$ R. 9 $\frac{1}{3}$ aunes qu'il faut de l'étoffe de $\frac{3}{8}$ de large pour la doublure du manteau proposé ci - dessus.

Pour preuve, il faut faire une autre question contraire à la précédente; disant :

Il faut 9 $\frac{1}{3}$ aunes d'étoffe de $\frac{3}{8}$ de large, pour faire la doublure d'un manteau ; on demande combien il faudra d'aunes d'une étoffe de $\frac{2}{3}$ de large pour faire le dessus.

Opération.

Si $\frac{3}{8}$ $\frac{28}{3}$ X $\frac{2}{3}$. R. 5 $\frac{1}{4}$, comme ci-dessus.

Multipliant & divisans selon le précepte de la Regle de Trois inverse, on trouvera 5 aunes $\frac{1}{4}$ pour le dessus du manteau, comme il a été proposé.

Seconde Question.

Un Marchand a acheté une piece de taffetas pesant 14 ℔, tirant 52 aunes $\frac{1}{2}$, & lui coûte 17 liv. $\frac{3}{4}$ la ℔, on demande combien vaut l'aune.

Pour résoudre cette proposition, il faut disposer la Regle comme ci-dessous; & faisant l'opération selon le précepte de la Regle de Trois inverse, il viendra 4 liv. & $\frac{77}{105}$ livres pour la valeur de l'aune

Si 17 $\frac{3}{4}$ livres 14 ℔ 52 $\frac{1}{2}$ aunes, ou par réduction :

Si $\frac{71}{4}$ $\frac{14}{1}$ X $\frac{105}{2}$. R. $\frac{77}{105}$ livres pour la valeur de l'aune.

Preuve par une autre Question.

Un Marchand a acheté une piece de taffetas tirant 52 $\frac{1}{2}$ aunes, au prix de 4 $\frac{77}{105}$ livres l'aune, cette piece pesant 14 ℔, on demande à combien revient la ℔.

Dites par la Regle de Trois inverse :

Si $\frac{105}{2}$ aunes $\frac{497}{105}$ livres, X $\frac{14}{1}$ ℔. R. 17 $\frac{3}{4}$.

S vous faites l'opération, vous trouverez 17 $\frac{3}{4}$ liv. pour la valeur de la ℔, comme il a été proposé ci-dessus, & c'est la preuve.

Troisieme Question.

Un Maître Tailleur a fait un habit long ; savoir, la soutane & le manteau avec 12 $\frac{1}{2}$ aunes d'étoffes de $\frac{5}{6}$ de large : un autre en a fait aussi un de pareille grandeur avec 8 aunes ; on demande quelle largeur avoit cette derniere étoffe.

Il faut dire :

Si $\frac{25}{2}$ aunes $\frac{5}{6}$ aunes, X $\frac{8}{1}$ aunes. R. 1 $\frac{29}{96}$ aunes de large pour la réponse ; ainsi des autres.

Regle de Trois double, ou composée de cinq termes.

DANS cette Regle il y a toujours cinq termes connus, par le moyen desquels on trouve le sixieme que l'on cherche. Elle s'appelle double, à cause quelle contient en soi deux Regles de Trois directes, que je réduirai néanmoins à une seule opération.

Pour faire cette Regle, il faut observer que le nombre qui emporte le terme de la question soit toujours au milieu des cinq termes.

Exemple.

On sait que 45 toises de maçonnerie ont été faites par 18 hommes en 3 jours ; on demande combien 15 hommes pourront faire de toises en 12 jours. Il faut former la Regle de Trois double, disant :

Si 18 hommes en 3 jours font 45 toises de maçonnerie, combien 15 hommes en feront-ils en 12 jours ?

Pour l'opération de la Regle, il faut multiplier les trois derniers nombres, 45, 15 & 12 de suite l'un par l'autre ; il viendra 8100 pour nombre à diviser.

Il faut aussi multiplier les 2 premiers l'un par l'autre ; savoir, 18 par 3, il viendra 54 pour diviseur ;

cela fait, il faut diviser 8100 par 54, il viendra 150 toises, que 15 hommes feront en 12 jours, comme il se voit par l'opération.

Si 18 hommes en 3 jours font 45 toises, combien 15 hommes en 12 jours?

18		15
3		45
54 diviseur		75
		60
27		675
8100	par	12
(150 toises.		1350
5444		675
55		8100

Pour preuve, il faut faire une autre question, feignant d'ignorer combien 18 hommes feront de toises de maçonnerie en 3 jours, & dire par une autre Regle de Trois double :

Si 15 hommes en 12 jours font 150 toises de maçonnerie, on demande combien 18 hommes en feront en 3 jours.

Faisant la Regle, il viendra 45 toises pour le sixieme terme, comme il a été proposé dans la Regle cidessus.

Pour l'opération, il faut multiplier, comme il a été enseigné, le troisieme, quatrieme & cinquieme l'un par l'autre; il viendra 8100 au produit pour nombre à diviser; il faut aussi multiplier le premier terme par le deuxieme, & le produit 180 sera le diviseur.

Opération.

Si 15 hommes en 12 jours font 150 toises, combien 18 hommes en 3 jours? R. 45 toises.

Autre Exemple sur la Regle de Trois double.

Un Particulier a prêté à un autre 1200 liv. pour six mois, dont il a retiré 33 livres 6 sols 8 deniers de profit ; on demande combien il retirera d'un autre qui lui demande 800 livres à emprunter pour 8 mois, à la même raison.

Pour résoudre cette question, il faut observer le même ordre que ci-dessus pour le raisonnement, & dire :

Si 1200 liv. en 6 mois ont gagné 33 liv. 6 sols 8 deniers, combien gagneront 800 liv. en 8 mois ; & faisant l'opération selon le précepte de la Regle de Trois double, il viendra pour R. 29 liv. 12 sols 7 deniers $\frac{1}{9}$, & c'est le profit ou intérêt desdites 800 liv. pour les 8 mois, comme il a été proposé.

Preuve.

Pour preuve, il faut former une autre question opposée :

Si 800 liv. en 8 mois doivent gagner 29 liv. 12 sols 7 den. $\frac{1}{9}$, combien ont gagné les 1200 liv. ci-devant en 6 mois ? R. 33 liv. 6 sols 8 den.

Remarque. Il faut remarquer ici plus qu'à la preuve précédente, à cause des sols & deniers qui se rencontrent au sixieme terme, qu'après avoir disposé la Regle, il faut multiplier le quatrieme terme par le cinquieme, qui sont nombres entiers, puis multiplier le produit par le troisieme, où il y a des sous-especes, & rapporter le reste de la division des deniers, s'il y en a. Cela fait, ajoutant tous les produits, la somme sera le nombre à diviser ; & multipliant le premier terme par le deuxieme, le produit sera le diviseur ; puis divisant le nombre à diviser par le diviseur, il viendra 33 liv. 6 sols 8 deniers, comme veut la question.

Autre Question sur la même Regle.

Un Particulier, avec 4 livres 13 sols 4 deniers, en trois jours a gagné 6 sols 8 deniers ; on demande

s'il prête à quelqu'un 1 liv. 6 sols 8 deniers pour 5 jours, combien il doit avoir de profit.

Comme cette question est plutôt une curiosité qu'une nécessité, j'en donnerai seulement la construction avec la réponse.

Il faut réduire le premier terme, 4 liv. 13 sols 4 deniers, en deniers; il viendra 1120 den.

Il faut aussi réduire le troisieme terme, 6 sols 8 deniers, en deniers; il viendra 80 deniers.

Enfin reduisant le quatrieme terme, 1 livre 6 sols 8 deniers, en deniers, il viendra 320 deniers. Toutes ces réductions étant faites, il faut raisonner ainsi:

Si 1120 deniers gagnent en trois jours 80 deniers, combien gagneront 320 deniers en 5 jours.

Faisant la Regle selon le précepte, il viendra 38 d. pour le profit de 1 liv. 6 sols 8 den. en 5 jours.

La preuve de cette question se fait comme celle des précédentes; c'est pourquoi je n'en parlerai point davantage.

Le même arrivera des autres Regles, encore qu'il y eût fraction, pourvu que l'on réduise les termes de même nom en même dénomination.

Exception de la Regle, page 196.

Ayant disposé les quatre premiers termes ainsi qu'il a été dit, si on demande le cinquiéme, on dira:

Exemple.

Si 18 hommes en 3 jours font 45 toises de maçonnerie, en combien de jours 15 hommes feront-ils 150 toises.

Dans cet exemple, il faut premiérement considérer sa disposition; cela supposé, il faut multiplier les premier, deuxieme & sixieme termes de suite l'un par l'autre, & le dernier produit, qui est 8100, est le nombre à diviser.

Puis, pour avoir un diviseur, il faut multiplier le troisieme par le quatrieme, & le produit, qui est 675, est le diviseur.

Cela fait, si on divise 8100 par 675, le quotient de la Division sera 12, c'est-à-dire, 12 jours pour le cinquieme terme que l'on cherche.

Disposition de la Regle.

Si 18 hommes font en 3 jours 45 toises, en combien de jours 15 hommes (o) feront-ils 150 toises. R. en 12 jours.

Autre exception.

Si l'on cherche le quatrieme terme, on raisonnera comme ci-après.

Exemple.

Si 18 hommes font en 3 jours 45 toises de fossé, combien faut-il d'hommes pour en faire en 12 jours 150 toises.

Pour résoudre cette question, ayant disposé les termes comme ci-après, on multipliera les premier, deuxieme & sixieme l'un par l'autre, & le produit sera le nombre à diviser.

Ensuite multipliant le troisieme terme par le cinquieme, le produit sera le diviseur; après cela, faisant la division, le quotient d'icelle donnera 15 hommes pour le quatrieme terme que l'on cherche.

Disposition de la Regle.

Si 18 hommes font en 3 jours 45 toises, combien faut-il d'hommes pour en faire en 12 jours 150 toises. R. 15.

Regle de Trois double en fractions.

Dans cette Regle il faut observer le même ordre que dans la Regle de Trois double en entiers, posant toujours le nombre qui emporte le sujet de la question au milieu des cinq termes, & observant, s'il se trouve quelqu'un des termes en

nombres entiers, de souscrire l'unité, comme il a été enseigné dans la troisieme question de la Regle de Trois simple en fraction ci-devant, *page* 179.

Les nombres étant ainsi disposés, qu'il y ait fraction à tous les termes connus ou non, il faut multiplier de suite les deux premiers dénominateurs par les trois derniers numérateurs, & le produit sera le nombre à diviser; puis, pour avoir le diviseur, il faut encore multiplier de suite les deux premiers numérateurs per les trois derniers dénominateurs, & le produit sera le diviseur; puis, faisant la division, le quotient donnera le sixieme terme que l'on cherche, qui est la réponse à la question.

Exemple.

7 aunes $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4}$ de large ont coûté 52 liv. $\frac{1}{2}$, on demande combien coûteront 20 aunes d'une autre étoffe qui sera large de $\frac{5}{6}$ aunes.

Ayant réduit les entiers en leurs fractions; la Regle sera disposée comme il suit.

Si $\frac{23}{3}$ aunes de $\frac{3}{4}$ de large X $\frac{105}{2}$ livres $\frac{20}{1}$ aunes de $\frac{5}{6}$ de large, observant pour l'opération de la Regle l'ordre de l'explication ci-dessus, & opérant au surplus selon le précepte de la Regle de Trois double, on trouvera 152 $\frac{4}{23}$ livres pour la valeur de 20 aunes de $\frac{5}{6}$ de large.

Preuve.

Pour faire la preuve, il faut dire par une autre Regle de Trois double:

Si 20 aunes de $\frac{5}{6}$ de large coûtent 152 $\frac{4}{23}$ livres, on demande combien coûteront 7 aunes $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4}$ de large.

Disposez la Regle comme ci-après, en réduisant les entiers en leurs fractions, & faisant l'opération, il viendra au sixieme terme 52 $\frac{1}{2}$ livres pour le prix de 7 $\frac{2}{3}$ aunes de $\frac{3}{4}$ de large, à raison susdite, comme il a été proposé ci-dessus.

Disposition de la Regle.

Si $\frac{20}{1}$ aunes de $\frac{5}{6}$ de large X $\frac{3500}{25}$ livres, combien $\frac{23}{8}$ aunes de $\frac{3}{4}$ de large. R. 52 $\frac{1}{2}$; ainsi des autres.

REGLE

Appellée conjointe, ou de composition de raisons.

CETTE Regle est une liaison de tant de Regles de Trois directes que l'on voudra; & il faut observer que dans ladite Regle, le premier nombre & le dernier, qui est celui de la question, soient de même nom, & le second & troisieme de même nom aussi, &c. & que le nombre demandé ait même dénomination que le pénultieme.

Exemple où il y a quatre termes conjoints.

Supposez que 2 ducats valent 13 livres tournois, & que 3 livres valent 5 florins de Savoie, on demande la raison du florin de Savoie au ducat.

Pour résoudre cette Regle, & faire voir qu'elle est conjointe, c'est qu'au deuxieme terme & au troisieme il est parlé de même monnoie, savoir de celle de France, laquelle conjoint la raison du ducat au florin.

Ayant disposé la Regle comme ci-dessous, il faut multiplier le troisieme terme par le premier, & le quatrieme par le second, les produits seront en raison inverse de la valeur de ces monnoies.

Opération.

Si 2 ducats valent 13 liv. & 5 florins.
5 2

---

65 florins 6

Ayant fait l'opération, on voit que la raison du ducat au florin sera comme 6 ducats à 65 florins.

Pour faire la preuve, multipliez le prix du ducat, qui est 6 liv 10 sols par 6, il viendra 39 liv.

Multipliez auſſi le prix du florin, qui eſt 12 ſols, par 65, il viendra 780 ſols, qui valent auſſi 39 liv.

Opération.

6 l. 10 ſ. valeur du ducat, 12 ſ. valeur du florin,
par 6 par 65

39 livres. 78 0 ſols.

39 livres.

Autre Exemple.

Mais ſi d'aventure il y avoit davantage d'eſpeces qui fuſſent conjointes, comme dans l'exemple ci-deſſous, où il y en a 8; alors, ayant formé la queſtion, on les diſpoſera enſuite comme il ſe voit.

Suppoſé donc que 6 aunes de Rouen rendent 5 aunes à Paris, & que 4 aunes de Paris rendent 7 aunes en Hollande, & que 26 ¼ aunes d'Hollande rendent 9 cannes de Languedoc, & que 5 cannes de Languedoc valent 30 livres, on demande combien 20 aunes de Rouen valent de livres.

R. 60 livres.

Diſpoſition de la Regle, & ſon opération.

6 aun. Rouen	5 aun. Paris.	combien 20
Si 4 aunes Paris	7 aun. Hol.	aunes de
26 ¼ Hollande	9 cannes.	Rouen.
5 cannes.	30 livres.	R. 60 liv.

24	35	
26 ¼	9	
144	315	189000
486	30	31500 (60 l. pour
		315 la valeur de
630	9450	20 aun. de
5	20	Rouen.

3150 diviſeur, 189000 à diviſer.

Explication de l'Opération ci-dessus.

Ayant disposé la Regle comme ci-dessus, j'ai multiplié les quatre termes antécédents ; savoir, 6, 4, 26 $\frac{3}{4}$ & 5 de suite, & le dernier produit est 3150 pour diviseur.

J'ai multiplié ensuite les termes conséquents ; savoir, 5, 7, 9 & 30, le produit est 9450 ; que j'ai multiplié par 20 aunes de Rouen, qui est le terme de la question, & j'ai trouvé 189000 pour nombre à diviser.

Puis divisant 189000 par 3150, j'ai trouvé 60 livres pour la valeur de 20 aunes de Rouen.

Exemple.

Pour faire la preuve de cette Regle ; il faut regarder quel nombre de cette Regle vous voulez qu'il vienne pour nombre inconnu ; par exemple, si vous voulez qu'il vienne 7 aunes d'Hollande pour nombre inconnu, il faut disposer la Regle comme ci-aprés.

Si 5 aunes de Paris font 6 aunes à Rouen, & 20 aunes de Rouen valent 60 liv. 30 liv. 5 cannes & 9 cannes 26 aunes $\frac{3}{4}$ d'Hollande, combien 4 aunes de Paris feront-elles d'aunes en Hollande ? faites la Regle selon le précepte enseigné ci-dessus, & vous trouverez que les 4 aunes de Paris valent 7 aunes en Hollande.

Disposition des Nombres.

	5 aunes Paris.	6 aunes Rouen.	combien 4 aun. Paris. R. 7. aunes.
Si	20 aunes Rouen	60 livres	
	30 livres	5 cannes.	
	9 cannes.	26 aun. $\frac{3}{4}$ Holl.	

La Regle étant ainsi disposée, faites la Regle en multipliant les quatre termes antécédents entr'eux, & vous trouverez 27000 pour diviseur.

Multipliez aussi les 4 termes conséquents, & leu produit, par les 4 aunes de Paris, vous trouverez 189000 pour nombre à diviser ; puis divisant le

par l'autre, vous trouverez votre nombre inconnu, savoir, 7 aunes d'Hollande.

Autre Exemple.

Si un cheval coûte 45 liv. 13 liv. valent 2 ducats, 6 ducats valent 65 florins, on demande combien un cheval vaut de florins.

Disposition de la Regle.

	1 cheval vaut	45 livres	On demande combien 1 cheval vaut de florins.
Si	13 livres	2 ducats	
	6 ducats	65 florins	
			R. 75 florins.

Faisant la Regle comme il a été enseigné, on trouvera 75 florins pour la valeur du cheval.

Preuve.

On peut prouver cette Regle comme il a été enseigné, ou d'une autre façon, comme ci-dessous.

Sachant qu'un florin vaut 12 sols, on dira par Regle de Trois :

Si un florin vaut 12 s. comb. 75 flor. valeur du ch. multipliez 75 par 12 sols.

37 livres	10 sols.
7 livres	10 sols.
R 45 livres	pour la valeur du cheval,

comme il a été proposé ci dessus.

Ayant amplement expliqué la construction des Regles vulgaires, je dirai que par ces mêmes Regles on peut faire toutes sortes de réductions, soit de monnoie, d'aunage, de la ⁑ de poids, &c. comme il se verra ci-après.

TRAITÉ DES REDUCTIONS

Ou de rapport des Aunages, ou autres mesures étrangeres, à l'aune de Paris ou de Lyon, comme aussi du rapport des poids les uns aux autres.

De la mesure en général.

LA mesure est une certaine quantité connue, qui, étant appliquée aux choses, nous montre combien de fois elle y est comprise, ou quelle partie elle en contient, étant plus petite. On lui a donné différents noms, à cause de la diversité des pays, quand on s'en sert pour connoître la longueur, largeur, & superficie. Elle s'appelle aune, comme à Paris, Rouen, Lyon, Troies, Hollande, Flandres, &c. à Genes on la nomme palme; verge en Angleterre; ras à Turin; barre à Valence, Aragon, Castille; canne à Toulouse & Montpellier; pic à Costantinople; brasse à Milan, Mantoue, Modene, Bologne, Venise, Luques, Bergame, Florence, Avignon, &c. canne à Naples. La mesure s'appelle aussi perche, toise, pied, pouce, &c. Si on veut savoir la quantité de la pesanteur de quelque matiere, on la nomme quintal, ℔, marc, once, &c. Si on veut mesurer les choses liquides, elles portent le nom de tonneau, muid, poinçon, quart, pinte, chopine, &c. S'il s'agit de mesurer des grains, la mesure s'appelle, muid, setier, mine, minot, boisseau, quart, litron, &c. Si c'est du sel, de même.

Il faut remarquer que par-tout elle retient aussi le

nom de meſure, excepté quand on l'emploie pour exprimer la quantité de la matiere où elle prend celui de poids.

Rapport des meſures.

L'aune de Paris eſt communément meſurée entre les Marchands par $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{16}$ $\frac{1}{32}$, &c.

Plus par $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{12}$ $\frac{1}{24}$, &c.

Table du rapport des Aunages, & autres Meſures étrangeres, à l'aune de Paris ou de Lyon.

100 Aunes de Paris, Lyon & Rouen, font

171 Aunes $\frac{3}{7}$ de Flandres & d'Allemagne, *ou* comme 7 à 12.

128 Aunes $\frac{4}{7}$ de Londres, *ou* comme 7 à 9.

175 Aunes d'Hollande, *ou* comme 4 à 7.

480 Palmes de Genes, *ou* comme 5 à 24, & 9 palmes font une canne.

200 Ras de Turin, & 200 braſſes de Luques.

130 Barres de Valence en Eſpagne, *ou* comme 10 à 13.

140 Barres de Caſtille, *ou* comme 5 à 7.

150 Barres d'Arragon, *ou* comme 2 à 3.

180 Pics de Conſtantinople, *ou* comme 5 à 9.

180 Braſſes de Bergame, *ou* comme 5 à 9.

60 Cannes de Montpellier, *ou* comme 5 à 3, & la Canne eſt diviſée en 8 pans.

66 $\frac{2}{3}$ Cannes de Toulouſe *ou* comme 9 à 6.

225 Braſſes de Milan, meſure de draps de ſoies, *ou* comme 4 à 9.

175 Braſſes de Milan, meſure de draps de laine, *ou* comme 4 à 7.

187 $\frac{1}{2}$ Braſſes de Mantoue, Modene, Bologne & Veniſe, *ou* comme 8 à 15.

121 Brasses d'Avignon.

204 Brasses de Florence, *ou* comme 1 à 2, peu moins.

188 $\frac{1}{4}$ Cannes de Naples, *ou* comme 17 à 32.

Outre les aunages contenus dans la Table ci-dessus, il y en a une infinité d'autres, dont la connoissance s'acquiert par la pratique du négoce qui se fait tous les jours entre les Marchands, auxquels je laisse le soin d'en faire une plus exacte recherche.

Usage de la Table.

La Table ci-dessus exprime la valeur des mesures des lieux du trafic à l'égard de l'aune de Paris ou de Lyon, en telle sorte que 100 aunes de Paris ou de Lyon sont égales à celles qui sont vis-à-vis à la Table, à l'égard du lieu vis-à-vis duquel elles sont posées.

Par exemple.

Des cannes de Languedoc, il en faut 60 pour 100 aunes de Paris ou de Lyon, ou par abréviation, il faut 3 cannes pour 5 aunes.

Des aunes d'Hollande, il en faut 175 pour 100 aunes de Paris, ou par abréviation, 7 aunes de Hollande font 4 aunes de Paris ; ainsi des autres.

Réduction d'une quantité d'aunes de Hollande à l'aune de Paris.

Pour faire cette réduction, on peut se servir de deux manieres, & choisir la plus facile.

La premiere est de multiplier les aunes d'Hollande par 4, & diviser le produit par 7, en tirant le septieme, & le quotient de la Division donnera des aunes de Paris ; & s'il reste quelque chose à la Division, ce sont des aunes, que l'on comptera pour autant de livres, que l'on réduira en sols, pour

en tirer encore le septieme, & les sols & deniers qui en proviendront, seront pris pour telle partie de l'aune qu'ils seront partie de la livre, comme si, en tirant le septieme, il vient 28 liv. 6 sols 8 den. ou environ, ce seront 28 aunes $\frac{1}{3}$; ainsi des autres.

Pour seconde maniere de réduire les aunes d'Hollande en aunes de Paris, il faut multiplier les aunes d'Hollande par les $\frac{4}{7}$ de la livre de 20 sols, qui font 11 sols 5 deniers $\frac{1}{7}$, & le produit de la multiplication donnera une quantité de livres que l'on comptera pour autant d'aunes; & si au même produit il se trouve des sols & deniers, on regardera quelle partie ce sera de la livre; comme s'il y avoit 15 sols, qui sont les $\frac{3}{4}$ de 20 sols; il faudroit compter $\frac{3}{4}$ d'aunes, & le tout feroit une quantité d'aunes entieres, & $\frac{3}{4}$ d'aunes de Paris : le même se doit entendre des autres parties de la livre, que l'on doit convertir en parties de l'aune.

Exemple.

On demande combien 49 aunes d'Hollande valent à Paris; dites; par la Regle de Trois :

Si 7 aunes d'Hollande valent 4 aunes de Paris, combien 49 aunes d'Hollande? faites l'opération, vous trouverez 28 aunes de Paris pour les 49 aunes d'Hollande.

Opération.

Si 7 Hollande 4 Paris, combien 49 Hollande?

```
     5            4
   196       ----------
-------- (28   196 à divise par 7.
    77
```

R. 28 aunes de Paris.

Pour preuve, faites une autre question opposée à la précédente, disant :

Si 4 aunes de Paris valent 7 aunes d'Hollande,

combien 27 aunes de Paris? faites la Regle, & vous trouverez 49 aunes d'Hollande.

Autre Exemple.

On demande combien 38 aunes d'Hollande valent d'aunes de Paris. Dites par la Regle de Trois:

Si 7 Hollande valent 4 Paris, combien 38 d'Hol.

~~28~~ multipliez par 4

~~152~~

———— (21 $\frac{5}{7}$. Produit 152 à diviser par 7, en tirant le septieme, il vient 21 aunes $\frac{5}{7}$.

~~77~~

Pour preuve, faites une autre question, disant: Si 4 aunes de Paris valent 7 aunes d'Hollande, combien 21 $\frac{5}{7}$ aunes de Paris feront-elles d'aunes d'Hollande?

Multipliez 21 $\frac{5}{7}$ pa 7, il viendra 152 pour nombre à diviser, que vous diviserez par 4; il viendra 38 aunes, comme il a été proposé dans l'exemple ci-dessus.

~~3~~
~~152~~
———— (38
~~44~~

Seconde maniere de réduire des aunes d'Hollande en onces de Paris.

Par exemple, si l'on veut réduire 38 aunes d'Hollande en aunes de Paris, multipliez 38 par 11 sols 5 deniers $\frac{5}{7}$, selon l'ordre de la multiplication par sols & par deniers, le produit donnera 21 $\frac{5}{7}$ aunes comme ci-dessus.

38 aun. d'Hollande à
11 sols 5 den. $\frac{3}{7}$.

19			
1	18		
	12	8 den.	
	3	2	
		5	$\frac{3}{7}$.

21 liv. 14 sols 3 den. $\frac{3}{7}$.
ou
12 aunes $\frac{3}{7}$.

Faisant la Multiplication comme il se voit, il viendra 21 livres 14 sols 3 deniers $\frac{3}{7}$; & pour les 21 livres, il faut compter 21 aunes, & pour les 14 sols 3 deniers j'en ôte 13 sols 4 deniers qui sont $\frac{2}{3}$ des livres que je compte pour $\frac{2}{3}$ d'aune, & reste 11 deniers $\frac{3}{7}$, qui est une fraction d'aunage qui n'est pas considérable, qui néanmoins peut être estimée $\frac{2}{14}$ peu plus ; ainsi des autres.

Avertissement sur la réduction d'aunage.

Comme j'ai dit ci-devant que pour réduire des aunes d'Hollande en aunes de Paris, il faut multiplier les aunes d'Hollande par 4, & diviser le produit par 7 pour avoir des aunes de Paris, par la raison que 7 aunes d'Hollande ne valent que 4 aunes de Paris, ou autrement, qu'il faut multiplier les mêmes aunes d'Hollande par les $\frac{4}{7}$ de 20 sols, qui est la plus juste réduction, & la plus approchante.

Réduction des aunes de Flandres en aunes de Paris.

Ainsi, pour réduire les aunes de Flandres en aunes de Paris, on voit que 7 aunes de Paris valent 12 aunes de Flandres, c'est pourquoi il faut multiplier lesdites aunes de Flandres que l'on veut réduire par 7, & diviser le produit par 12, en tirant le douzieme pour avoir des aunes de Paris.

Ou bien multiplier les mêmes aunes de Flandres par les $\frac{7}{12}$ de 20 sols, qui sont 11 sols 8 deniers, & le produit de la Multiplication donnera des livres, sols & deniers, que l'on comptera pour autant d'aunes de Paris, & parties d'aunes.

Réduction des verges d'Angleterre en aunes de Paris, à raison que les 9 verges sont 7 aunes.

De même, pour réduire des verges d'Angleterre en aunes de Paris, il faut multiplier les verges d'Angleterre par 7, & diviser le produit par 9, & l'on aura au quotient de la Division des aunes de Paris.

Autrement, il faut multiplier les verges d'Angleterre par les $\frac{7}{9}$ de 20 sols, qui sont 15 sols 6 den. $\frac{2}{3}$, & le produit donnera des livres, sols & deniers, que l'on comptera pour autant d'aunes de Paris, & parties d'aunes.

Réduction des cannes de Languedoc en aunes de Paris.

Il arrivera la même chose pour la réduction des cannes de Languedoc, à raison que les cannes valent 15 aunes de Paris.

Si donc on veut réduire des cannes de Languedoc en aunes de Paris, il faut multiplier les cannes par 5, & diviser le produit par 3, & le quotient donnera des aunes de Paris.

Autrement il faut tirer les $\frac{2}{3}$ des cannes, & les ajoutant aux cannes mêmes, il viendra une somme de livres, sols & deniers que l'on comptera pour autant d'aunes de Paris, & parties d'aunes, s'il y échet ; ainsi des autres.

Avertissement.

Mais si on veut savoir le rapport qu'il y a de l'aunage des autres lieux entr'eux, comme des aunes d'Hollande ou de Flandres avec les palmes de Genes, il faut regarder à la même Table des mesures desquelles on se sert, & on trouve pour Amsterdam 175 aunes égales à 100 aunes de Paris ; par conséquent 175 aunes d'Amsterdam vaudront 480 palmes de Genes, qui seront aussi égales à 100 aunes de Paris ou de Lyon, & par réduction 7 aunes d'Hollande vaudront 24 palmes de Genes, égales aussi à 4 aunes de Paris.

Si donc on veut savoir combien 32 aunes d'Amsterdam vaudront de palmes à Genes, on fera une Regle de Trois, disant :

Si 7 aunes d'Hollande valent 24 palmes de Genes, combien 32 aunes d'Hollande vaudront-elles de palmes de Genes.

Faisant la Regle de Trois, selon le précepte, il viendra 109 palmes pour la réponse, & restera $\frac{5}{7}$ de palme pour la bonne mesure ; ainsi des autres.

Par cette Table, on peut facilement connoître à combien une marchandise achetée, selon la mesure d'un lieu, revient à la mesure d'un autre lieu.

Par exemple, un Marchand a acheté du satin à 2 livres 5 sols la palme, on demande à combien revient l'aune, mesure de Lyon & de Paris.

Pour le savoir, muliplicz les 24 palmes de Genes par le prix de la palme, qui est 2 livres 5 sols, il viendra 54 pour le prix des 24 palmes.

Or, puisque les 24 palmes ne font que 5 aunes de Paris ou de Lyon, les mêmes 5 aunes de Paris vaudront aussi 54 livres, qu'il faut diviser par les 5 aunes de Paris ; il viendra 10 livres 16 sols, & autant vaut l'aune de satin à Paris.

Opération.

24
à 2 livres 5 sols — 54
(10 liv. $\frac{4}{5}$ ou 16 s.
48 — 55
6

54 livres à diviser par 5

Autre Exemple.

Un Marchand a acheté du drap d'Hollande à 11 livres 10 sols, aunage d'Hollande, on demande à combien reviendra l'aune du même drap, aunage de Paris.

Il faut considérer que les 7 aunes d'Hollande en

font 4 à Paris; c'est pourquoi il faut multiplier les 7 aunes d'Hollande par 11 livres 10 sols, qui est le prix de l'aune d'Hollande, & il viendra 80 liv. 10 sols pour le prix de 7 aunes d'Hollande; & autant valent aussi les 4 aunes de Paris, puisque les 4 aunes de Paris sont égales aux 7 aunes d'Hollande; divisez donc 80 livres 10 sols par 4, en tirant le quart, & il viendra 20 livres 2 sols 6 deniers, & autant vaudra l'aune à Paris.

Opération.

7 aunes d'Hollande.
à 11 livres 10 sols.

R. 80 livres 10 sols, dont il faut tirer le quart, il viendra 20 livres 2 sols 6 deniers pour la valeur de l'aune de Paris.

Preuve.

Pour preuve, on fera une autre demande; savoir, combien vaudra l'aune de drap en Hollande, à raison que le même drap vaut 20 livres 2 sols 6 den. à Paris.

Il faut considérer que 4 aunes à Paris valent 7 aunes en Hollande, par conséquent multipliez le prix de l'aune de Paris, qui est de 20 liv. 2 sols 6 den. par les 4 aunes de Paris, il viendra pour leur valeur 80 liv. 10 sols, & autant vaudront aussi les 7 aunes d'Hollande; c'est pourquoi il faut diviser les mêmes 80 liv. 10 sols par 7, en tirant le septieme, & il viendra 11 liv. 10 sols pour la valeur de l'aune en Hollande, comme ci-dessus.

Opération.

	4 aunes	Paris
à	20 liv.	2 sols 6 deniers.
Produit	80 liv.	10 sols 0 à diviser par 7.
$\frac{1}{7}$	11 liv.	10 sols pour la valeur de l'aune d'Hollande.

Autre Exemple.

Un Marchand ayant acheté une piece de drap de satin en Laguedoc, à raison de 13 liv. 15 sols la canne, on demande à combien lui reviendra l'aune, mesure d'Hollande.

Considérez que les 60 cannes de Languedoc font 175 aunes en Hollande, ou par abréviation, que les 12 cannes de Languedoc valent 35 aunes d'Hollande; partant on multipliera les 12 cannes de Languedoc par le prix de la canne, qui est 13 liv. 15 sols; il viendra 165 liv. pour le prix de 12 cannes, & autant valent aussi les 35 aunes d'Hollande; c'est pourquoi il faut diviser 165 liv. par les 35 aunes d'Hollande, il viendra 4 liv. 14 sols 3 den. $\frac{3}{7}$, & autant vaudra l'aune d'Hollande.

Preuve.

La preuve se fera par son contraire, comme dans l'exemple précédent.

On peut faire plusieurs semblables réductions, observant ce que je viens d'enseigner sur icelles.

Or, pour les mesures que l'on appelle cannes, il faut noter que la canne se réduit en 8 pans; le pan en $\frac{1}{2}$ — $\frac{1}{3}$ — $\frac{1}{4}$ — $\frac{1}{6}$, pour lesquels signifier on prend les parties de 12 deniers, ainsi que l'on a pris les parties aliquotes de 20 sols à l'aunage, c'est-à-dire, que quand on trouvera $\frac{1}{2}$ pan, pour en faire addition on posera 6 deniers, &c. pour $\frac{1}{3}$ 4 deniers, pour $\frac{1}{4}$ 3 deniers, &c. on en peut faire un bordereau tout ainsi que celui de l'aunage, comme il se voit dans l'exemple ci-après.

Supposé qu'un Marchand ait acheté 5 pieces de drap de satin, comme ci-après.

La premiere contenant	10 cannes	4 pans	$\frac{1}{2}$	ou 6 d.
La seconde	8	5	$\frac{1}{3}$	ou 4
La troisieme	12	3	$\frac{1}{4}$	ou 3
La quatrieme	9	9	$\frac{3}{4}$	ou 9
La cinquieme	12	6	$\frac{2}{3}$	ou 8

R. 54 cannes 5 pans $\frac{1}{2}$.

Ayant fait l'addition, j'ai trouvé 30 den. qui valent 2 s. 6 den. c'est-à-dire 2 pans & $\frac{1}{2}$; j'ai posé $\frac{1}{2}$, & j'ai retenu 2, que j'ai porté avec les pans, qui font 29 en nombre, qui valent 3 cannes & 5 pans; j'ai écrit 5 pans, & retenu 3 cannes pour joindre aux cannes; puis poursuivant l'addition, il s'est trouvé 54 cannes 5 pans $\frac{1}{2}$ en tout pour la quantité de cannes & parties de 5 pieces de drap de satin.

Des Poids.

Le poids n'est autre chose qu'une mesure par laquelle on examine quel rapport il y a des choses pesantes les unes aux autres; & afin de conserver en la mémoire la diversité des poids & le rapport qu'il y a entr'eux, j'ai mis par ordre douze Tables, qui se verront ci-après, ensuite de la Table des noms des vingt-deux Villes ou Provinces entre lesquelles il y a correspondance & rapport pour le poids.



TABLE des noms des vingt-deux Villes ou Provinces entre lesquelles il y a correspondance pour le poids.

Paris, Amsterdam,	
Besançon,	page 217.
Strasbourg,	
Lyon,	idem.
Rouen,	page 218.
Toulouse,	
Montpellier,	idem.
Avignon,	
Marseille,	
La Rochelle,	page 219.
Geneve,	
Bourg-en-Bresse,	idem.
Venise,	page 220.
Genes,	idem.
Milan,	
Piémont,	page 221.
Anvers,	
Basle,	idem.
Berne,	
Francfort,	page 222.
Nuremberg,	
Londres,	idem.

Et parce qu'il y a plusieurs endroits où la ℔ de poids est égale, on voit dans la Table ci-dessus les lieux où le poids est égal, enfermés avec un crochet, pour les faire remarquer, & se trouveront nommés de même à la tête des douze Tables qui se verront ci-après ; par exemple, on verra en tête de la premiere table, Paris, Amsterdam, Besançon & Strasbourg, parce que 100 ℔ de Paris sont égales

égales à 100 ℔ de Besançon, comme aussi à 100 ℔ de Strasbourg; & ainsi les poids de ces quatre endroits étant égaux, il ne faut qu'une seule Table pour le rapport de leurs poids à celui des autres lieux contenus en la même premiere Table; ainsi des autres.

Premiere Table de la correspondance des poids.

	100 ℔ de poids de Paris, Amsterdam, Besançon & Strasbourg, sont égales à
116	De Lyon,
96 $\frac{2}{3}$	De Rouen,
121	De Toulouse, Montpellier & Avignon,
123	De Marseille & de la Rochelle,
89	De Geneve,
101	De Bourg-en-Bresse,
165 $\frac{1}{2}$	De Venise,
155	De Genes, Milan & Piémont,
105	D'Anvers,
98	De Basle, Berne, Francfort & Nuremberg,
109 $\frac{1}{2}$	De Londres.

Seconde Table.

	100 ℔ de Lyon sont égales à
86	De Paris, Amsterdam, Besançon & Strasbourg,
83 $\frac{1}{3}$	De Rouen,
104	De Toulouse, Montpellier & Avignon,
106	De Marseille & de la Rochelle,
77	De Geneve,
87	De Bourg en-Bresse,
143	De Venise,

133 $\frac{1}{3}$ De Genes, Milan & Piémont,
98 D'Anvers,
85 De Basle, Berne, Francfort & Nuremberg,
94 De Londres.

Troisieme Table.

100 ℔ de Rouen sont égales à
120 De Lyon,
104 De Paris, Amsterdam, Besançon & Strasbourg,
125 De Toulouse, Montpellier & Avignon,
127 $\frac{1}{2}$ De Marseille & de la Rochelle,
92 De Geneve,
105 De Bourg-en-Bresse,
171 $\frac{1}{2}$ De Venise,
160 De Genes, Milan & Piémont,
109 D'Anvers,
102 De Basle, Berne, Francfort & Nuremberg,
113 $\frac{1}{4}$ De Londres.

Quatrieme Table.

100 ℔ de Toulouse, Montpellier & Avignon, sont égales à
96 De Lyon,
83 De Paris, Amsterdam, Besançon & Strasbourg,
80 De Rouen,
102 De Marseille & la Rochelle,
74 De Geneve,
83 $\frac{2}{3}$ De Bourg-en-Bresse,
137 De Venise,
128 De Genes, Milan & Piémont,
87 $\frac{1}{4}$ D'Anvers,

81 $\frac{1}{3}$ De Basle, Berne, Francfort & Nuremberg,
90 $\frac{1}{4}$ De Londres.

Cinquieme Table.

100 ₶ de Marseille & la Rochelle sont égales à

94 De Lyon,
81 De Paris, Amsterdam, Besançon & Strasbourg,
78 $\frac{2}{3}$ De Rouen,
98 $\frac{1}{12}$ De Toulouse, Montpellier & Avignon,
72 $\frac{1}{4}$ De Geneve,
82 De Bourg-en-Bresse,
134 $\frac{1}{4}$ De Venise,
125 $\frac{1}{3}$ De Genes, Milan & Piémont,
85 $\frac{1}{2}$ D'Anvers,
79 $\frac{2}{3}$ De Basle, Berne, Francfort & Nuremberg,
88 $\frac{3}{4}$ De Londres.

Sixieme Table.

100 ₶ de Geneve sont égales à

130 De Lyon,
112 De Paris, Amsterdam, Besançon & Strasbourg,
108 $\frac{1}{2}$ De Rouen,
135 $\frac{1}{3}$ De Toulouse, Montpellier & Avignon,
138 De Marseille & la Rochelle,
113 De Bourg-en-Bresse,
185 $\frac{1}{3}$ De Venise,
173 De Genes, Milan & Piémonr,
118 D'Anvers,
110 De Basle, Berne, Francfort & Nuremberg,
123 De Londres.

Septieme Table.

100 ₶ de Bourg-en-Bresse sont égales à

115 De Lyon,
99 De Paris, Amsterdam, Besançon & Strasbourg,
95 $\frac{1}{4}$ De Rouen,
120 De Toulouse, Montpellier & Avignon,
122 De Marseille & la Rochelle,
88 $\frac{1}{2}$ De Geneve,
164 De Venise,
153 $\frac{1}{2}$ De Genes, Milan & Piémont,
104 $\frac{1}{2}$ D'Anvers,
97 De Basle, Berne, Francfort & Nuremberg;
108 $\frac{3}{4}$ De Londres.

Huitieme Table.

100 ₶ de Venise sont égales à

70 De Lyon;
60 $\frac{1}{5}$ De Paris, Amsterdam, Besançon & Strasbourg,
58 $\frac{1}{5}$ De Rouen,
73 De Toulouse, Montpellier & Avignon,
74 $\frac{1}{4}$ De Marseille & la Rochelle,
54 De Geneve,
61 De Bourg-en-Bresse,
93 $\frac{1}{3}$ De Genes, Milan & Piémont,
63 $\frac{1}{3}$ D'Anvers,
59 $\frac{1}{5}$ De Basle, Berne, Francfort & Nuremberg,
95 $\frac{1}{8}$ De Londres.

Neuvieme Table.

100 ℔ de Genes, Milan & Piémont sont égales à

75 De Lyon,
64 ½ De Paris, Amsterdam, Besançon & Strasbourg,
62 ½ De Rouen,
78 De Toulouse, Montpellier & Avignon,
79 ¾ De Marseille & la Rochelle,
57 ¾ De Geneve,
65 ¼ De Bourg-en-Bresse,
107 De Venise,
68 ⅓ D'Anvers,
63 ½ De Basse, Berne, Francfort & Nuremberg,
71 De Londres.

Dixieme Table.

100 ℔ d'Anvers sont égales à

110 De Lyon,
95 De Paris, Amsterdam, Besançon & Strasbourg,
91 ⅔ De Rouen,
114 ¼ De Toulouse, Montpellier & Avignon,
116 ½ De Marseille & la Rochelle,
84 ¼ De Geneve,
96 De Bourg-en-Bresse,
157 De Venise,
146 ⅔ De Genes, Milan & Piémont,
95 De Basle, Berne, Francfort & Nuremberg;
104 De Londres.

Onzieme Table.

100 ₶ de Basle, Berne, Francfort & Nuremberg, sont égales à

[illegible]17 $\frac{3}{4}$ De Lyon,
[illegible]2 De Paris, Amsterdam, Besançon & Strasbourg,
98 De Rouen,
123 De Toulouse, Montpellier & Avignon,
125 $\frac{1}{2}$ De Marseille & la Rochelle,
91 De Geneve,
103 De Bourg-en-Bresse,
168 $\frac{1}{2}$ De Venise,
157 $\frac{1}{3}$ De Genes, Milan & Piémont,
107 $\frac{1}{4}$ D'Anvers,
111 $\frac{1}{2}$ De Londres.

Douzieme Table.

100 ₶ de Londres sont égales à

105 De Lyon,
91 $\frac{1}{2}$ De Paris, Amsterdam, Besançon & Strasbourg,
88 De Rouen,
110 De Toulouse, Montpellier & Avignon,
112 $\frac{1}{2}$ De Marseille & la Rochelle,
88 $\frac{1}{4}$ De Geneve,
92 De Bourg-en-Bresse,
151 De Venise,
141 D'Anvers,
89 $\frac{2}{3}$ De Basle, Berne, Francfort & Nuremberg.

Usage des Tables précédentes.

Pour se servir des Tables ci-devant ; par exemple, si on veut savoir combien il faut de livres du poids d'un lieu pour faire 100 livres dans un autre lieu, il faut chercher la Table où est le lieu duquel on demande le 100 ; comme si on demande combien il faut de livres de Montpellier pour faire 100 livres de poids de Paris ; on regarde la Table où Paris est en tête, & descendant vis-à-vis de Montpellier, on voit qu'il y a 121, qui montre qu'il faut 121 livres du poids de Montpellier, pour faire 100 livres du poids de Paris.

Autre exemple.

On veut savoir combien il faut de livres du poids de Marseille, pour faire 100 livres du poids d'Avignon ; il faut regarder la Table où Avignon est en tête, & descendant vis-à-vis de Marseille, on voit qu'il y a 102, c'est-à-dire, qu'il faut 102 ℔ du poids de Marseille pour faire 100 ℔ du poids d'Avignon ; & ainsi des autres.

Après avoir donné les Tables ci dessus, par lesquelles, sans avoir recours aux Regles, on voit le rapport qu'il y a du 100 de ℔ de poids d'un lieu à un autre lieu contenu dans la même Table ; maintenant, si l'on n'a point en main ces Tables, & que l'on sache seulement le rapport ou la correspondance des poids de chaque lieu à l'égard du 100 de Paris ou autre endroit, & que l'on veuille savoir combien il faut de liv. d'un lieu pour faire 100 liv. à un autre lieu :

Par exemple, si on vouloit savoir combien il faut de ℔ de Marseille pour faire 100 ℔ d'Avignon, on voit à la premiere Table, où Paris est en tête, que 100 ℔ de Paris sont égales à 121 d'Avignon, & à

123 de Marseille ; c'est pourquoi il faut dire :

Si 121 # d'Avignon valent 123 # de Marseille, combien 100 # d'Avignon ? faisant la Regle de Trois, selon le précepte, on trouvera 102 # de Marseille pour la valeur de 100 # d'Avignon.

On opérera de même façon pour le rapport de quelque lieu que ce soit, à l'égard de celui d'un autre endroit.

Autre Exemple.

Sachant que 96 # de Lyon font 74 # de Geneve, 100 # de Geneve, 112 # de Paris, & que 100 # de Paris valent 50 livres tournois, combien vaudront 48 # de Lyon ?

Pour résoudre cette question, il faut se servir de la Regle conjointe, & on trouvera que les 48 # de Lyon vaudront 20 livres $\frac{18}{21}$.

Disposition de la Regle.

Si 96 # de Lyon font	74 # à Geneve	combien 48 # de Lyon ?
100 # de Geneve	112 # de Paris,	
100 # de Paris	50 # tournois,	R. 20 $\frac{18}{21}$

Comme j'ai expliqué la Regle conjointe, je me contente de mettre la Regle en disposition, sans en faire l'opération, & d'en donner la réponse.

On peut à l'infini former des exemples à l'imitation de ceux ci-dessus ; c'est pourquoi je me contenterai de ce que je viens de dire pour passer à l'explication. ✝

✝ *Du rapport des Monnoies.*

Comme il n'y a point de stabilité dans la valeur des monnoies, & qu'elles sont sujettes à changer de prix, quand il plaît au Prince sous l'autorité duquel elles sont fabriquées ; par la même raison il n'y a

point de certitude dans les tables que l'on pourroit dresser pour le rapport d'icelles aux monnoies étrangeres, les pieces d'or ou d'argent, particulierement en France, étant évaluées, tantôt à un prix, & tantôt à un autre ; c'est pourquoi je me contenterai de dire tout simplement que la livre tournois vaut toujours 20 sols tournois.

Le sol d'or,	12 deniers.
La livre parisis,	25 s. tournois.
Le sol parisis,	15 deniers.
L'écu d'or sol en matiere de banque,	60 s. tournois.
Le sol d'or,	3 sols.
Le denier d'or,	3 deniers.

Réduction des livres parisis en livres tournois.

A raison qu'une livre parisis vaut 25 sols tournois, on demande combien 60 livres parisis valent de liv. tournois.

Multipliez les 60 livres parisis par 1 livre 5 sols, il viendra 7 liv. tournois pour la réponse.

Réduction des livres tournois en livres parisis.

On demande combien 75 livres tournois valent de livres parisis.

Tirez le cinquieme de 75 livres tournois, il viendra 15, que vous multiplierez par 4 pour avoir 60, c'est-à-dire, 60 livres parisis, comme ci-dessus, & c'est la preuve de la réduction.

Des Trocs.

QUAND il se fait des trocs ou échanges d'une marchandise à une autre, c'est toujours par le prix des monnoies que l'on connoît la valeur des marchandises, & le gain ou la perte qui peut se faire tant à la vente qu'au troc.

Par exemple, deux Marchands veulent troquer

leur marchandise; l'un a des épiceries qui ne valent que 9 sols la ℔ argent comptant, & en troc il les veut faire valoir 10 sols; l'autre a de la cire qui vaut 12 sols argent comptant, savoir combien il la doit survendre en troc, afin de n'être point trompé.

Pour résoudre cette question & les autres semblables, il faut dire par la Regle de Trois: Si 9 sols argent comptant, valent 10 sols en troc, combien 12 sols en argent comptant vaudront-ils en troc?

℞. 13 sols 4 deniers.

Autre Exemple.

Deux Marchands veulent faire un troc de marchandises; l'un a de la serge qui vaut 56 sols l'aune argent comptant, & en troc il en veut avoir 60 sols, & si il veut avoir le tiers argent comptant; l'autre a de la laine qui vaut 20 sols la ℔ argent comptant, combien la doit-il vendre en troc, afin de n'être pas trompé.

Il faudra prendre le tiers de 60, qui est 20, & ôter ce nombre de 56 & de 60; du premier, il restera 36, & du deuxieme il restera 40; puis on dira par la Regle de Trois.

Si 36 sols comptant valent 40 sols en troc, combien 20 sols comptant. ℞. 22 sols 2 deniers $\frac{2}{3}$.

Autre Exemple.

Deux Marchands troquent leurs marchandises: l'un a de l'étain qui vaut 8 sols la ℔, argent comptant, & en troc il le fait valoir 10 sols; l'autre a du cuivre qui vaut 26 sols argent comptant, & en troc il le fait valoir 30 sols; savoir lequel des deux gagne le plus.

Feignons d'ignorer combien le Marchand doit survendre son cuivre à proportion que l'autre survend son étain, & disons:

Si 8 sols argent comptant valent 10 sols en troc, combien 26 sols argent comptant vaudront-ils en troc? ℞. 32 sols 6 deniers; & par ce moyen l'on

connoît que le Marchand de cuivre perd 2 sols 6 den. pour ℔, & que l'autre Marchand les gagne.

Mais si le Marchand de cuivre vouloit avoir le tiers en argent comptant, savoir lequel des deux auroit le meilleur compte.

Pour le savoir, il faut prendre le tiers de la juste valeur du cuivre, c'est 10 sols, & ôter cette somme de 26 & 30, reste 16 & 20; puis dire: Si 16 donnent 20, combien 26? R. 32 sols 6 deniers: & ainsi l'on connoît que le Marchand de cuivre, ayant le tiers de son argent comptant, fait troc égal avec l'autre Marchand.

Regle d'Alligation ou Alliage.

QUOIQUE l'alligation ou alliage ne s'entende que des métaux, néanmoins on appelle alliage tout le mélange que l'on peut faire, soit de métaux ensemble, de grains différents, comme bled, seigle, orge, &c. vins, &c. Par exemple, si on proposoit de trois sortes de grains; du froment, du seigle & de l'orge, le froment coûtant 30 sols le boisseau, le seigle 24 sols, & l'orge 20 sols, & que l'on voulût faire un mélange de tous ces trois grains ensemble, afin d'accommoder un prix médiocre à ce mélange de froment, de seigle & d'orge, & que le prix commun fût de 22 sols, savoir si on vouloit avoir 100 boisseaux de ce mélange, combien on en prendra de chacun.

Regle.

Pour faire cette Regle, il faut ranger le prix d'un chacun de ces grains comme ci-après.

Froment,	30 sols	{	22	} 2	
Seigle,	24			2	
Orge,	20			8	2

14 boiss. de ce mél.

Mettez le prix commun au-devant entre 24 & 20; on dira, qui de 30 ôte 22, reste 8, que l'on écrira au-devant de 20, parce qu'il est moindre que 22; puis on dira: Qui de 24 ôte le même 22, reste 2, que l'on écrira encore vis-à-vis de 20, parce que 20 est le seul moindre que 22; car s'il y en avoit un moindre, on le mettroit vis-à-vis d'icelui; cela fait, il faut que le 20 rende à 30 & 24 ce qu'ils lui ont prêté; savoir, ôtant de 22 le même 20, reste 2, lesquels faudra écrire tant devant 30 que devant 24, à cause que le 30 & le 24 ont donné 8 & 2 à 20; cela étant fait, il faut ajouter tous les restes ensemble, lesquels feront 14; tellement que pour faire 14 boisseaux de ce mélange, il faut deux boisseaux de froment, 2 de seigle, & 10 d'orge; & d'autant que nous avons affaire de 100 boisseaux, il nous faut faire, comme à la Regle de société, trois Regles de Trois, disant:

Si 14 donnent 2 boisseaux de froment, combien 100
Si 14 2 boisseaux de seigle.. 100
Si 14 10 boisseaux d'orge.... 100

En faisant les trois Regles de Trois, on aura ce qu'il faudra de froment, de seigle & d'orge pour faire les 100 boisseaux demandés; savoir,

$14\frac{2}{7}$ boisseaux froment à 30 sols le boisseau.
$14\frac{2}{7}$ seigle à 24 sols.
$71\frac{3}{7}$ orge à 20 sols.

100 boisseaux.

Pour preuve, vous voyez que les 100 boisseaux du mélange se trouvent par l'addition des grains différents.

Et pour seconde preuve, évaluez 100 boisseaux de mélange à 22 sols, vous trouverez 110 liv.

Evaluez aussi la quantité des grains différents, chacun par son prix ; faites addition des produits, vous trouverez les mêmes 110 livres.

Autre Exemple d'Alligation.

Un Orfevre veut faire un ouvrage qui doit peser 35 marcs d'argent au prix de 25 livres le marc ; & parce qu'il n'a point d'argent à ce titre-là justement, & qu'il en a de plus haut & de plus bas prix, il est nécessaire qu'il les allie ensemble : il a de l'argent de quatre titres différents ; le premier à 21 liv. le second à 23 liv. le troisieme à 29 liv. & le quatrieme à 30 liv. on demande combien il en doit prendre de chaque sorte pour faire les 35 marcs proposés.

livres		marcs.
30		2
29	liv.	4
23	25	5
21		4
		15

Ayant disposé les prix l'un sous l'autre, comme il se voit.

Construction.

Il faut prendre la différence de 30 à 25, c'est 5, qu'il faut écrire vis-à-vis de 23 ; la différence de 29 à 25 est 4, qu'il faut écrire vis-à-vis de 21.

Ensuite, en remontant, la différence de 21 à 25 est 4, qu'il faut poser vis-à-vis de 29.

Enfin, la différence de 23 à 25 est 2, qu'il faut poser vis-à-vis de 30.

Ayant posé les différences, la somme est 15.

Maintenant, si on veut savoir combien il faudra prendre de chaque sorte d'argent pour composer les 35 marcs, comme si on veut savoir combien il en faut prendre de celui à 30 livres le marc, il faut raisonner ainsi :

Si pour faire une masse de 15 marcs d'argent, il en faut prendre 2 mares de celui à trente livres, combien en faut-il prendre pour faire une masse de 35 marcs ?

Opération.

Si . 15 2 35 R. 4 marcs $\frac{2}{3}$

De même pour savoir combien il en faut prendre de celui à 29 livres

Si 15 4 35 R. 9 $\frac{2}{3}$

Et continuant de même pour les autres, on trouvera qu'il en faut de celui à 23 liv. 11 $\frac{2}{3}$

& de celui à 21 9 $\frac{1}{3}$

Somme 35

Ayant fait addition des marcs de différents prix, il est venu 35 marcs, & c'est la preuve.

Pour seconde & meilleure preuve, multipliez les 35 marcs par 25 livres, il viendra 875 livres.

Multipliez aussi la quantité des marcs de différents prix, chacun par sa valeur, la somme des produits sera aussi de 875 livres.

Autre exemple d'Alligation.

Un orfevre a de l'argent de quatre sortes d'aloi; savoir, à 17 livres, à 19, à 24 & à 37 liv. le marc: un Seigneur le vient trouver, qui veut faire faire 240 marcs de vaisselle d'argent; & entend que le marc de la vaisselle ne lui revienne qu'à 21 livres d'aloi; on demande combien ledit Orfevre doit prendre de chaque sorte de son argent, afin de composer les 240 marcs, & que le marc ne revienne qu'à 21 livres.

Je ne donnerai pas ici l'explication de cette question, me contentant de faire l'opération comme il se voit ci-dessous, à laquelle on prendra garde.

livres. marcs.

17				3
19		liv.		16
24		22		4
37				2
				25

Tellement que pour faire 25 marcs à 21 livres le marc, il faut 3 marcs à 17 livres.

16	à	19
4	à	24
2	à	37
25		

Mais comme il est question de composer une masse de 240 marcs, on demande dans cette même proposition combien on doit prendre de chaque sorte d'argent : il faut faire quatre Regles de Trois, comme à la Regle de Compagnie, disant : Pour trouver combien il en faut de celui à 17 livres.

Si 25 ...3 ...240 R. 28 $\frac{4}{5}$ à 17,

pour le second,

Si 25	16	240 R.	153 $\frac{3}{5}$	à 19
Si 25	4	240 R.	38 $\frac{2}{5}$	à 24
Si 25	2	240 R.	19 $\frac{1}{5}$	à 37

Preuve 240 marcs.

Pour seconde preuve, multipliez les 240 marcs par 21, il viendra 5040 livres.

Multipliez aussi la quantité des marcs ci-dessus par leur valeur, il viendra aussi 5040.

Autre exemple d'Alligation.

Il y a du vin à quatre prix, à 10 sols, à 8 sols, à 5 sols & à 4 sols la pinte; on en veut avoir 100 pintes à 6 sols, qui soit composé de ces prix-là : on disposera les nombres pour en faire l'opération comme en l'exemple ci-dessus.

ſols.

10			1
8	6 ſ.		2
5			4
4			2
			9

Ayant rangé les prix comme ci-deſſus, trouvé les différences, il eſt venu 9, c'eſt-à-dire, que pour faire 9 pintes de vin, qui revienent à 6 ſols la pinte, il faut une pinte à 10 ſols, 2 pintes à 8 ſols, 4 pintes à 5 ſols, & 2 pintes à 4 ſols; & d'autant que l'on en veut avoir 100 pintes, il faut dire par la Regle de Trois:

Si	9 requierent	1 pinte à 10 ſ. comb.	100 R.	$11\frac{1}{9}$
Si	9	2	100 R.	$22\frac{2}{9}$
Si	9	4	100 R.	$44\frac{4}{9}$
Si	9	2	100 R.	$22\frac{2}{9}$
			Sommes	100 pintes.

La preuve ſe fait comme celle des Regles précédentes.

Autre ſorte de Regle d'Alligation.

Si l'on propoſoit de mélanger pluſieurs grains ou étoffes de divers prix, & que l'on ſût la quantité de chacune, pour ſavoir le prix de ce qui ſeroit mélangé.

Par Exemple, s'il étoit propoſé de mêler 15 boiſſeaux de froment à 22 ſols le boiſſeau, avec 25 boiſſeau de ſeigle à 16 ſols le boiſſeau, & 12 boiſſeaux d'orge à 13 ſols, le mélange étant fait, on demande à combien revient le boiſſeau dudit mélange.

Pour le ſavoir, il faut diſpoſer la quantité des grains différents comme ci-deſſous, & le prix de chacun au-devant. Enſuite, il faut multiplier à part la quantité de chaque grain par ſon prix, & ajoutant les trois produits, ou plus, s'il y en avoit, la

ſomme de l'addition doit être diviſée par le nombre des boiſſeaux, pour trouver au quotient la valeur du boiſſeau de ce mélange, comme il ſe voit par la diſpoſition de la queſtion, à laquelle je me ſuis contenté de donner la réponſe, ſans faire l'opération des Multiplications.

15 boiſſeaux	de froment à 12 ſ.	valent	330 ſols
25 boiſſeaux	de ſeigle à 16		400
12 boiſſeaux	d'orge à 13		156
52 diviſeur.		Sommes des produits	886 ſ. à diviſer.

362
886
——— (17 ſols, & reſte 2 ſols par deſſus le tout.
522
5

Ayant trouvé la ſomme des produits, qui eſt 886 ſols, je l'ai diviſée par le nombre des boiſſeaux, qui eſt 52, & il s'eſt trouvé au quotient 17 ſols pour la valeur du boiſſeau du mélange propoſé, & reſte 2 ſols par-deſſus le tout.

Pour preuve, multipliez les 52 boiſſeaux par 17 ſ. & ajoutez les 2 ſols reſtés, le produit ſera juſte les 886 ſols qui ont été diviſés.

Voyez ſur ce même ſujet la queſtion du Maître Chapelier, page 149.



Nouvelle Méthode du Sieur FAURE, pour résoudre la Regle d'Alliage, sans se servir de la Regle de Trois, beaucoup plus facile que celle que tous les Auteurs nous ont donnée, & par laquelle on évite toutes les fractions ; ce qui ne se peut faire par l'ancienne Méthode, comme on le verra dans les deux Exemples ci-dessous.

Opération sur le premier exemple de la page 227.

ON veut faire mélange de 100 boisseaux, de trois sortes de grains à 22 sols le boisseaux. On a du froment à 30 sols le boisseau, du seigle à 24 sols, & de l'orge à 20 sols, & on demande combien il faut en prendre de chacun.

Pour faire cette Regle, il faut ranger le prix de chacun de ces grains, comme il se voit ci-après en A.

Ayant disposé le prix de chaque boisseau l'un sous l'autre, il faut toujours prendre le différence du plus haut prix au moindre, de même que des autres au moindres, disant : la différence de 30 à 20 est 10, qu'il faut poser vis-à-vis de 30 ; la différence de 24 à 20 est 4, qu'il faut poser vis-à-vis de 24, comme il se voit en B.

Ces deux différences 10 & 4, sont deux diviseurs qu'il ne faut pas perdre de vue, qui servent à diviser le nombre que l'on va trouver, comme il suit.

Il faut multiplier 100 boisseaux par le prix du mélange qui est 22, il viendra 2200 sols, ou 110 liv. comme il se voit en C.

Il faut encore multiplier 100 boisseaux par le moindre prix, qui est 20 sols, on aura 2000 sols, com-

me il se voit en D. Il faut ôter 2000 de 2200, il restera 200, qui est le nombre à diviser, comme il se voit en E.

	A	B	C	D
Froment,	30 sols.	10	22	20
Seigle,	24	4	100	100
Orge,	20			
			2200 *	2000
			* 2000	
			200 E	

La Regle étant ainsi disposée, il faut partager 200 en deux parties, pour être divisées, l'une par 10, pour avoir des boisseaux à 30 sols, l'autre par 4, pour avoir des boisseaux à 24 sols; de maniere que la partie qui sera divisée par 10, soit la plus grande qu'il se pourra, & qu'il ne reste rien. La partie qui sera divisée par 4, sera la plus petite qu'il se pourra, & qu'il ne reste rien non plus. Or, 180 & 20 sont les deux nombres qu'il faut prendre.

On divisera donc 180 par 10, il viendra 18 boisseaux de froment, & 20 par 4, il viendra 4 boisseaux de seigle. Pour trouver combien il faut de boisseaux d'orge, il faut ajouter les boisseaux déjà trouvés 18 & 5 qui font 23, pour aller à 100, reste 77, c'est-à-dire, qu'il faut 77 boisseaux d'orge, & l'opération est faite.

Preuve.

18 boisseaux de froment	à 30 s.	font 27 l.
5 boisseaux de seigle	à 24 s.	font 6 l.
77 boisseaux d'orge	à 20 s.	font 77 l.
100 boisseaux de différents grains		font 110 l.
100 boisseaux de mélange	à 22 s.	font 100 l.

On voit par l'opération ci-dessus, qu'il est plus

facile d'opérer par la nouvelle que par l'ancienne méthode.

Avantage de la nouvelle Méthode.

Si le Marchand de grains n'avoit que 16 boisseaux de froment, il faut prendre le même nombre à diviser ci-dessus, 200, & les mêmes diviseurs 10 & 4, & opérer ainsi qu'il suit.

Il faut soustraire 10 fois 16, qui font 160, de 200, pour avoir 16 boisseaux de froment, le reste, 40, il faut le diviser par 4, on aura 10 boisseaux de seigle. Pour avoir les boisseaux d'orge, il faut ajouter les boisseaux déjà trouvés, qui font 26; pour aller à 100, reste 74, qui font 74 boisseaux d'orge.

Preuve.

16 boisseaux de froment	à 30 s.	font 24 liv.
10 boissaux de seigle	à 24 s.	font 12
74 boisseaux d'orge	à 20 s.	font 74
100 boiss. de différents prix		font 110 liv.
100 boisseaux de mélange	à 22 s.	font 110 liv.

On peut toujours diminuer les boisseaux de froment de deux en deux, on trouvera encore sept combinaisons, sans rencontrer aucunes fractions. Voici la derniere de ces sept.

Si le Marchand n'a que deux boisseaux de froment, il faut ôter 2 fois 10 qui font 20, de 200, il restera 180 à diviser par 4; il viendra 45 boisseaux de seigle. Pour avoir le nombre des boisseaux d'orge, il faut ajouter les boisseaux déjà trouvés, qui font 2 & 45, qui font 47, pour aller à 100 reste 53, c'est-à-dire, qu'il faut 53 boisseaux d'orge.

Preuve.

2 boisseaux froment	à 30 s.	font	3 liv.
45 boisseaux seigle	à 24 s.	font	54
53 boisseaux orge	à 20 s.	font	53
100 boiss. à différents prix		font	110 liv
100 boisseaux de mélange	à 22 s.	font	110 liv.

Avec le nombre à diviser 200, on peut mettre telles fractions que l'on voudra, en se servant toujours des mêmes diviseurs 10 & 4; ce que l'on ne peut faire avec l'ancienne méthode.

Exemple.

Le Marchand de grains n'ayant que 5 boisseaux & demi de seigle, il veut tout mettre dans le mélange. Il faut ôter 4 fois 5 $\frac{1}{2}$, qui font 22, de 200, il restera 178, qui étant divisés par 10, on aura au quotient 17 $\frac{8}{10}$, qui font 17 $\frac{8}{10}$ boisseaux de froment. Pour avoir le nombre des boisseaux d'orge, il faut ajouter les boisseaux déjà trouvés, qui font 5 $\frac{1}{2}$ & 17 $\frac{8}{10}$, qui font 23 $\frac{3}{10}$ pour aller à 100, reste 76 $\frac{7}{10}$, c'est-à-dire, 76 $\frac{7}{10}$ boisseaux d'orge.

Preuve.

17 $\frac{8}{10}$ boisseaux froment	à 30 s.	font	26 l. 14 s.
5 $\frac{1}{2}$ boisseaux seigle	à 24 s.	font	6 l. 12 s.
76 $\frac{7}{10}$ boisseaux orge	à 20 s.	font	76 l. 14 s.
100 boisseaux à différents prix		font	110 l. 0 s.

Seconde Opération sur l'Exemple de la page 229.

Un Orfevre veut faire un ouvrage qui doit peser 35 marcs d'argent au prix de 25 livres le marc; & parce qu'il n'a point d'argent à ce titre-là justement, & qu'il en a à quatre titres différents; savoir, à 30 livres le marc, à 29, à 23 & 21 livres; on demande combien il en faut prendre de chaque sorte pour faire les 35 marcs proposés.

Il faut ranger le prix de chaque marc l'un sous l'autre, comme il se voit ci-dessous en A.

Il faut prendre la différence toujours du plus bas prix au plus haut, disant : la différence de 30 à 21 est 9, qu'il faut poser vis-à-vis de 30 ; la différence de 29 à 21 est 8, qu'il faut poser vis-à-vis de 29, & la différence de 23 à 21 est 2, qu'il faut poser vis-à-vis de 23, comme il se voit en B. Ces trois différences, 9, 8 & 2, sont trois diviseurs, qui doivent diviser le nombre que l'on va trouver.

Pour trouver le nombre à diviser, il faut multiplier les 35 marcs par 25 livres, prix du marc de l'ouvrage que l'Orfevre veut faire ; il viendra 875, comme il se voit en C. Il faut multiplier lesdits 35 marcs par 21 livres, prix de l'argent le plus bas, on aura 735, comme il se voit en D. Il faut soustraire 735 de 875, il restera 140, comme il se voit en E.

A	B	C	D	E
30	9	35	35	* 875
29	8	25	21	† 735
23	2	———	———	———
21		175	35	140
		70	70	
		———	———	
		* 875	† 735	

Ayant trouvé les trois diviseurs 9, 8 & 2, & le nombre à diviser 140, il faut partager 140 en trois parties qui puissent chacune se diviser sans reste, par chacun de trois diviseurs 9, 8 & 2, que la partie qu'on divisera par 9 soit la plus grande qu'il se pourra : comme 126, 8 & 6. Si on divise 126 par 9, il viendra 14 marcs à 30 livres ; si on divise 8 par 8, il viendra un marc à 29 livres ; & enfin divisant 6 par 2, il viendra 3 marcs à 23 livres. Pour avoir le nombre des marcs à 21 livres, il faut ajouter les marcs déjà trouvés, qui sont 14, 1 & 3, qui

font 18, pour aller à 35 reste 17, c'est-à-dire, qu'il faut 17 marcs à 21 liv.

Preuve.

14	marcs	à 30	liv.	font	420	liv.
1	marc	à 29	liv.	fait	29	liv.
3	marcs	à 23	liv.	font	69	liv.
17	marcs	à 21	liv.	font	357	liv.
35	marcs	à diff.	prix.	font	875	liv.
35	marcs	à 25	liv.	font	875	liv.

Si l'Orfevre n'avoit que 12 marcs à 30 livres, il faut ôter 9 fois 12, qui font 108, du nombre à diviser 140, pour avoir 12 marcs à 30 livres, il restera 32; de 32 il en faut ôter 3 fois 8, qui font 24, pour avoir 3 marcs à 29 livres; le reste, 8, étant divisé par 2, donnera 4 marcs à 23 livres. Pour avoir le nombre de marcs à 21 livres, il faut ajouter les marcs déjà trouvés, 12, 3 & 4, qui font 19, pour aller à 35, reste 16, qui font autant de marcs à 21 livres.

Preuve.

12	marcs	à 30	liv.	font	360	liv.
3	marcs	à 29	liv.	font	87	liv.
4	marcs	à 23	liv.	font	92	liv.
16	marcs	à 21	liv.	font	336	liv.
35	marcs	à diff.	prix.	font	875	liv.
35	marcs	à 25	liv.	font	875	liv.

Opérant comme il vient d'être enseigné en dernier lieu, on trouvera les combinaisons suivantes.

10	marcs	à 30	liv.	font	300	liv.
6	marcs	à 29	liv.	font	174	liv.
1	marc	à 23	liv.	fait	23	liv.
18	marcs.	à 21	liv.	font	378	liv.
35	marcs	à diff.	prix.	font	875	liv.
8	marcs	à 30	liv.	font	240	liv.

6	marcs	à	29 liv.	font	174	liv.
10	marcs	à	23 liv.	font	230	liv.
11	marcs	à	21 liv.	font	231	liv.
35	marcs	à	diff. prix.	font	875	liv.
6	marcs	à	30 liv.	font	180	liv.
9	marcs	à	29 liv.	font	261	liv.
7	marcs	à	23 liv.	font	161	liv.
13	marcs	à	21 liv.	font	273	liv.
35	marcs	à	diff. prix.	font	875	liv.
4	marcs	à	30 liv.	font	120	liv.
12	marcs	à	29 liv.	font	348	liv.
4	marcs	à	23 liv.	font	92	liv.
15	marcs	à	21 liv.	font	315	liv.
35	marcs	à	diff. prix.	font	875	liv.
2	marcs	à	30 liv.	font	60	liv.
15	marcs	à	29 liv.	font	435	liv.
1	marc	à	23 liv.	fait	23	liv.
17	marcs	à	21 liv.	font	357	liv.
35	marcs	à	diff. prix.	font	875	liv.
10	marcs	à	30 liv.	font	300	liv.
5	marcs	à	29 liv.	font	145	liv.
5	marcs	à	23 liv.	font	115	liv.
15	marcs	à	21 liv.	font	315	liv.
35	marcs	à	diff. prix.	font	875	liv.

6 marcs

6	marcs	à 30 liv.		font	180	liv.
8	marcs	à 29 liv.		font	232	liv.
11	marcs	à 23 liv.		font	253	liv.
10	marcs	à 21 liv.		font	210	liv.
35	marcs	à différ.	prix	font	875	liv.

4	marcs	à 30 liv.		font	120	liv.
10	marcs	à 29 liv.		font	290	liv.
12	marcs	à 23 liv.		font	276	liv.
9	marcs	à 21 liv.		font	189	liv.
35	marcs	à différ.	prix	font	875	liv.

On pourroit encore trouver grand nombre de combinaisons ; mais ceci suffit pour faire voir l'avantage de cette nouvelle méthode sur l'ancienne.

Autre Question.

Un Orfevre a fait un vaisseau qui pese 10 marcs d'argent, à 48 livres le marc ; il y a mis de l'argent de France, à 52 liv. le marc, & de l'argent d'Allemagne, à 36 livres : on demande combien il y a de marcs à 52 & à 36 liv.

Il faut poser 52 liv. & 36 liv. l'un sous l'autre, & prendre la différence de 52 à 36, qui est 16, qu'il faut poser vis-à-vis de 52. Cette différence 16 est le diviseur cherché.

Pour trouver le nombre à diviser, il faut multiplier les 10 marcs par 48 livres ; on aura 480, pour la valeur du vaisseau : il faut aussi multiplier les mêmes 10 marcs par 36, qui est le plus bas prix, on aura 360.

Il faut soustraire 360 de 480, il restera 120 pour le nombre à diviser ; ainsi divisant 120 par 16, il viendra au quotient $7\frac{1}{2}$, c'est-à-dire, $7\frac{1}{2}$ marcs à 52

livres; ôtant $7\frac{1}{2}$ de 10 marcs, il restera $2\frac{1}{2}$ marcs à 36 livres.

Preuve.

$7\frac{1}{2}$ marcs à 52 liv.	font 390 liv.
$2\frac{1}{2}$ marcs à 36 liv.	font 90 liv.
10 marcs à différ. prix	font 480 liv.
10 marcs à 48 liv.	font 480 liv.

S'il y avoit cinq sortes de métaux, grains, &c. à mélanger, il faut toujours suivre les explications ci-dessus; alors on aura quatre diviseurs à chercher: pour le nombre à diviser, il se cherche toujours de même.

REGLES DE CHANGE.

Regle d'intérêt.

CES Regles, quoique différentes de titre, sont néanmoins semblables pour l'opération & pour le raisonnement aussi, où il y a fort peu de différence.

Entre les Financiers, Banquiers & Marchands, le change ou l'intérêt se compte à tant pour 100 de perte ou de profit, comme,

à 10 pour 100
$7\frac{1}{2}$ pour 100
5 pour 100
$2\frac{1}{2}$ pour 100, &c.

Et le change n'est autre chose qu'un profit que le Banquier fait de son argent, c'est-à-dire, qu'il gagne autant comme son argent lui profiteroit s'il le donnoit à intérêt.

Pour l'opération de ces Regles, il n'y a autre

chose à observer, sinon de former une Regle de Trois; puis opérant selon le précepte d'icelle, on trouve la réponse à la question, comme il se voit par les exemples suivants.

Avertissement sur la Division par 100.

Il faut remarquer que quand on divise par 100, comme ci-après, il faut retrancher les deux dernieres figures du nombre à diviser, & les figures à gauche seront le quotient de la Division, soit que l'on divise des livres, des sols ou des deniers, il n'importe, parce que l'ordre de la Division ne change point.

De plus, que divisant des livres, s'il en reste, il les faut réduire en sols, en les multipliant par 20, pour les diviser de même que les livres.

Enfin, qu'ayant divisé des sols, s'il en reste, il les faut réduire en deniers, en les multipliant par 12, pour les diviser de même que les livres & les sols.

De l'utilité du Change.

La difficulté de transporter de l'argent d'un lieu à un autre, tant pour la pesanteur que pour le risque que l'on court sur les chemins, a donné lieu d'établissement à plusieurs Places, que l'on nomme Places de Change, comme à Paris, à Lyon, à Rouen, & autres endroits du Royaume, par le moyen de quoi chacun reçoit du soulagement, pouvant faire tenir telles sommes d'argent que l'on veut, moyennant une Lettre-de-Change du Banquier, ou autre Négociant, pour laquelle on lui paie la valeur en deniers comptant, avec le change de la somme portée par ladite Lettre.

Questions sur la Regle de Change.

Un Particulier voulant aller de Paris à Toulouse, va trouver un Banquier pour lui faire recevoir 3000 livres net au même lieu; on demande combien il faut donner au Banquier pour le change desdites

3000 livres, le change étant accordé à 3 liv. pour 100.

Il faut dire par Regle de Trois:

Si pour 100 liv. on paie 3 liv. combien pour 3000 livres.

Opération.

Si 100 liv. coûtent 3 liv. combien 3000

3

R. 90 9000

Ayant fait la Regle, il est venu 90 livres qu'il faut payer pour le change, & partant, il faut payer au Banquier 3090 liv. lequel fournira Lettre-de-Change de 3000 liv. net sur son Correspondant de Toulouse.

Autre Exemple.

Mais si on veut savoir combien on recevra d'argent net à Toulouse, baillant 3000 liv. à un Banquier de Paris, selon la même condition de 3 pour 100, il faut faire la Regle d'escompte, disant:

Si 103 liv. sont réduites à 100 livres, combien 3000 liv. Faisant l'opération, il viendra 2912 livres 12 sols 5 deniers $\frac{13}{103}$, que l'on recevra de net à Toulouse.

La construction de la Regle d'escompte se verra ci-après.

Autre Exemple.

Quelqu'un ayant affaire de 300 liv. pour faire son voyage de Paris à Bordeaux, va trouver un Banquier pour les recevoir: on demande de combien la Lettre-de-Change doit être faite, prenant le change ou la remise à 3 pour 100.

Il faut dire par Regle de Trois:

Si 100 liv. valent 103, combien 300 livres?

309 00

La réponse de la question sont les nombres séparés

à gauche ; savoir, 309 ; & partant ce Particulier doit fournir au Banquier une Lettre-de-Change de 309 livres.

Autre Exemple.

Mais si ce particulier avoit une Lettre d'un autre toute faite de 300 livres seulement à fournir au Banquier, savoir combien le Banquier lui devroit compter d'argent, rabattant le change à 3 pour 100.

Il y en a plusieurs qui, ne prenant pas garde que c'est un escompte à faire, rabattroient 3 pour 100 seulement, & partant rabattroient 9 liv. sur 300, & paieroient le reste ; ce qui n'est pas juste à l'égard de celui qui fournit sa Lettre, comme je le ferai voir, lorsque je traiterai de la Regle d'Escompte ci-après ; c'est pourquoi je n'en parlerai pas davantage ici.

Autre Question.

Quelqu'un veut prendre 3000 liv. pour les prochains paiements de Lyon, le change étant à 2 $\frac{1}{2}$ pour $\frac{0}{0}$, on demande combien il doit payer pour le change desdites 3000 liv.

Dites par la Regle de Trois :

Si 100 2 $\frac{1}{2}$ 3000 ? & faisant la Regle, on trouvera qu'il faut payer 75 liv. pour le change, avec 3000 font 3075 liv. dont le débiteur fera promesse en blanc de fournir une Lettre-de-Change pour les prochains paiements de Lyon.

Autre Question.

Un Banquier de Bordeaux remet 1000 liv. à un Particulier sur un Banquier de Paris ; mais la Lettre d'avis envoyée au Banquier, porte qu'il retienne le change à raison de 3 pour 100 ; on demande combien le Banquier doit retenir.

Il faut raisonner ainsi : Puisque les 1000 liv. sont composées du principal & de la remise, il faut déta-

cher la remise d'avec le principal, & se servir en cette rencontre de la Regle d'escompte, non pas de la Regle de change simplement: car si le Banquier tiroit la remise de 1000 liv. à 3 pour 100, elle se monteroit à 30 liv. & resteroit à payer 970 liv. pour la Lettre de 1000 liv. ce qui tourneroit au préjudice du créancier; c'est de quoi je parlerai encore dans la Regle d'escompte ci-après.

Autre Question, pour faire voir ce que c'est que le change du change, ou l'intérêt de l'intérêt.

Quelqu'un prend 500 liv. à change ou à intérêt sur la Place pour 3 mois, à $\frac{1}{2}$ pour 100 de sa perte pour les 3 mois; on demande combien il doit payer, tant pour le principal que pour le change, au bout desdits trois mois.

Dites par Regle de Trois:

Si pour 100 liv. on paie 102 $\frac{1}{2}$ pour principal & intérêt, combien paiera-t-on pour 5000 liv.

Faites la Regle de Trois, & vous trouverez pour R. 5125 liv. que le débiteur doit payer au bout des trois mois, tant pour le principal que pour le change; ainsi des autres.

Mais comme le débiteur susdit, son terme étant venu, n'a pas d'argent pour payer la partie de 5125 liv. il demande à son créancier qu'il lui prolonge encore la partie de 5125 liv. pour trois autres mois, à condition de lui en payer le change à la même raison de 2 $\frac{1}{2}$ pour $\frac{0}{0}$.

Il s'agit donc de voir combien les 5125 liv. monteront, tant en principal qu'intérêt. Pour faire cette Regle, il faut dire comme ci-devant:

Si pour 100 liv. on paie 102 $\frac{1}{2}$ livres, combien pour 5125 liv. faisant la Regle de Trois, vous trouverez pour R. 5253 liv. 2 sols 6 den. à payer au bout de ces trois derniers mois.

Et si au bout du terme le débiteur ne veut ou ne peut encore payer, il renouvellera derechef sa promesse payable à trois mois suivants, & y comprendra le change comme ci-dessus; ainsi des autres.

Avis sur les intérêts.

Il faut remarquer que dans les Regles d'intérêts, il est nécessaire de trouver l'intérêt d'une somme à raison de l'intérêt & du temps seulement; mais on peut prouver cette Regle en autant de façons qu'il y a de conditions dans icelle, qui sont quatre; savoir, que quelquefois on cherche l'intérêt du capital, quelquefois on cherche le capital même, quelquefois on cherche le temps, quelquefois on cherche la raison de l'intérêt, soit à raison de tant pour 100, ou du denier, comme au denier 16, 18, 20, &c. comme il se verra dans les quatre exemples suivants.

Premier Exemple.

Si on demande l'intérêt simple de 450 liv. pour trois ans, à raison de 6 pour 100 pour un an, on dira:

Si pour 100 liv. on paie 6 liv. combien pour 450 livres, R. 27 livres pour intérêt d'un an, dont le triple sera 81 liv. pour l'intérêt de trois ans, lesquelles 81 liv. jointes au principal, font 531 liv. pour la somme totale, tant du principal que de l'intérêt.

Second Exemple.

Si on demande quel étoit le capital, pour avoir reçu 531 liv. en trois ans, tant en principal qu'intérêt, comptant l'intérêt à 6 pour 100 par an.

Posez que le principal fût 100 liv. qui, à 6 pour 100, en trois ans, font 118 liv. puis dites par une Regle d'escompte;

Si 118 liv. sont venues de 100 liv. de combien viendront 531 liv. R. de 450 liv. & autant étoit le principal.

Troisième Exemple.

On a donné 450 liv. à intérêt, à raison de 6 pour 100 par an, on demande en combien de temps 450 liv. donneront 531 liv. tant en principal qu'intérêt.

Pour faire cette Regle, ôtez le principal 450 liv. de dedans 531 liv. qui sont composées du principal & de l'intérêt, il restera 81 pour l'intérêt; puis regardez combien les 450 liv. profiteront en un an, à raison de 6 pour 100, disant:

Si 100 liv. donnent 6 liv. de profit par an, combien 450 liv. ℞. 27 liv. pour l'intérêt d'un an.

Et si 27 liv. se gagnent en un an, en combien de temps se gagneront 81 livres. ℞. En 3 ans; partant je dis, que les 450 liv. en 3 ans se monteront à 531 liv. tant en principal qu'intérêt.

Quatrième Exemple.

On a donné à intérêt la somme de 450 liv. qui en trois ans ont rendu, tant en principal qu'intérêt, 531 liv. on demande combien c'est pour 100 par an.

Otez 450 liv. de dedans 531 composées du principal & intérêt, il restera 81 liv. pour l'intérêt des trois ans; ensuite divisez 81 par 3, il viendra 27 livres, pour l'intérêt de chaque année; puis dites par Regle de Trois:

Si 450 liv. donnent 27 liv. d'intérêt pour un an, combien 100 liv. donneront-elles par an? ℞. 6 liv. par-là on voit que 450 liv. avoient été données à raison de 6 pour 100 par an.

Et si on veut savoir à quel denier c'est, il faut diviser 100 par 6, il viendra 16 $\frac{2}{3}$ livres.

Autrement divisez 450 par 27, il viendra aussi 16 $\frac{2}{3}$ livres.

Avertissement.

Il faut remarquer, outre ce que je viens de dire,

ci-dessus, que l'on tire l'intérêt d'une somme de plusieurs manieres : les Financiers, Banquiers & Marchands sont en état de tirer l'intérêt à tant pour 100, comme je viens de l'exprimer ; il y a aussi plusieurs endroits, comme en Provence, Languedoc, &c. où l'on dit donner de l'argent à rente ou à intérêt à tant pour 100; comme à $6\frac{1}{4}$ pour 100, à 5 pour 100, &c. les autres le comptent au den. 16, 18, 20, &c. qui est ce qu'on appelle constitution de rente à tel ou tel denier, comme je l'ai expliqué page 147; enfin en l'une & l'autre maniere, il n'y a point de différence qu'en la forme de l'opération.

Et afin que l'on voie le rapport qu'il y a entre donner de l'argent à intérêt à tant pour 100, comme $6\frac{1}{4}$ pour 100, ou au denier 16; comme aussi à 5 pour 100, ou au denier 20, &c. je donnerai un exemple ci-après, par lequel on verra la conformité qu'il y a entre ces deux manieres de donner de l'argent à intérêt.

Donner de l'argent à intérêt au denier 16, c'est retirer une livre de profit de 16 liv. au bout d'un an, comme je l'ai expliqué, page 147; & par conséquent, si on veut tirer l'intérêt d'une plus grande somme, comme de 288 liv. il faut dire par Regle de Trois :

Si 16 liv. donnent 1 liv. de profit au bout d'un an, combien donneront 288 liv. faisant la division, il viendra 18 liv. par an.

Opération.

```
  12
 288
―――――― (18 liv.
 166
  1
```

Et si vous voulez savoir combien l'intérêt au

L v

denier 16 se monte pour 100, divisez 100 par 16, il viendra 6 ¼ d'intérêt pour 100 ; & ainsi des autres.

Et pour faire voir que donner l'argent à intérêt au denier 16, ou à 6 ¼ pour 100, c'est la même chose, dites par la Regle de Trois :

Si 100 livres méritent 6 ¼, combien 288 livres ? R. 18 liv. comme ci-devant.

TABLE des nombres les plus usités pour les constitutions de rente.

	10	10 l.				
	12	8	6 s.	8 d.		
	14	7	2	10	2/7	
	15	6	13	4		
Les rentes	16	6	5			pour
au denier	18	5	11	1	1/3	100
	20	5				
	21	4	15	2	6/7	
	22	4	10	10	10/11	
	24	4	3	4		

Enfin la Regle est générale pour savoir combien d'intérêt pour 100, à quelque denier que ce soit, de diviser toujours 100 par le denier proposé auquel on veut faire la constitution de rente.

Question sur la Regle d'intérêt.

Un Particulier veut vendre une maison 8190 liv. parce qu'il en retire 455 liv. par an, on demande à quel denier elle sera vendue.

Divisez le principal 8190 liv. par 455 liv. qui est le revenu d'une année, & le quotient donnera 18 liv. c'est-à-dire, qu'elle sera vendue sur le pied du denier 18, & partant, en vendant sa maison, il en retirera une somme, qui étant mise en rente au de-

sier 18, lui donnera les mêmes 455 livres que sa maison lui rapportoit par an.

Autre question sur la Regle d'intérêt.

Un Particulier veut emprunter 40000 livres, & offre d'en payer l'intérêt au denier 16, à condition qu'il remboursera à son créancier 8000 liv. par an, on demande en combien de temps il sera quitte.

Pour faire cette regle, il faut voir quel est l'intérêt de 40000 livres au denier 16 pour un an, afin de joindre l'intérêt de la premiere année avec le principal; & de la somme totale composée du principal & de l'intérêt, on en ôtera 8000 livres, qu'il doit acquitter chaque année jusqu'à la fin du paiement. On divisera donc 40000 liv. par 16, en tirant le quart du quart desdites 40000 liv.

40000
¼ ~~10000~~
¼ de ¼ vient 2500 livres d'intérêt.

Ajoutant donc 2500 liv. qui viennent pour l'intérêt avec les 40000 liv. de principal, le tout fait 42500 liv. à payer à la fin de la premiere année, sur quoi il en paie présentement, selon l'accord, 8000 liv.

Dette 42500 liv.
Paie 8000 liv.

Reste 34500 liv. à payer à la fin de la seconde année, avec l'intérêt.

Pour savoir l'intérêt des susdites 34500 livres, on les divisera par 16

34500
~~8625~~
intérêt 2156 liv. 5 sols.

Ajoutant encore de même ces 2156 liv. 5 sols qui

viennent pour l'intérêt avec les mêmes 34500 livr.

Principal	34500 liv.
Intérêt	2156 liv. 5 sols.
Somme dûe	36656 liv. 5 sols.
Paiement	8000 liv.

Reste 28656 liv. 5 sols à payer à la fin de la troisieme année avec l'intérêt.

Pour savoir l'intérêt desdites 28656 liv. 5 sols, on les divisera encore de même par 16

	28656 liv.	5 sols.		
	7164	I	I	d.
Intérêt	1791	0	3	$\frac{3}{4}$ d.

Il vient pour l'intérêt de 28656 liv. 5 sols, 1791 liv. 0 sols 3 deniers $\frac{3}{4}$ deniers.

Principal	28656 liv.	5 sols.		
Intérêt	1791	0	3	$\frac{3}{4}$
Somme due	30447 liv.	5 sols	3 den.	$\frac{3}{4}$
Paiement.	8000			

Reste 22447 liv. 5 sols 3 den. $\frac{3}{4}$ à payer à la fin de la quatrieme année, avec l'intérêt.

On opérera de suite jusqu'à la fin du paiement, comptant une année pour chaque opération.

A la derniere année, s'il paie le reste plutôt que la fin de l'année, on escomptera l'intérêt au prorata de la portion d'année.

Question sur la Regle d'intérêt.

Quelqu'un a donné 678 liv. à intérêt à 10 pour 100 par an, on demande à combien monteront les intérêts au bout de 9 ans 9 mois & 6 jours : dites par la Regle de Trois ;

Si 100 liv. 10 liv. 678 liv. R. 67 $\frac{4}{5}$ liv. par an.

Et pour trouver l'intérêt de 9 ans 9 mois 6 jours.

Si 12 mois 67 $\frac{4}{5}$ liv. 117 $\frac{1}{5}$ mois. R. 662 liv. 3 s. 7 den. $\frac{1}{5}$.

Autre Question.

Un Banquier a donné 100 liv. à intérêt, & au bout de deux ans on lui a rendu pour principal & intérêt 135 livres 2 sols 8 deniers $\frac{1}{4}$; on demande combien les 100 liv. susdites ont profité la premiere année, ayant été données à mériter à chef de gain sur gain.

Pour résoudre cette question, il faut réduire les 135 liv. 2 sols 9 deniers $\frac{1}{4}$ en quarts de deniers, il viendra 129735.

Réduisez aussi 100 liv. en quarts de den. il viendra 96000; ensuite multipliez 129735 par 96000, il viendra 12454560000, dont la racine quarrée sera 111600, qu'il faut diviser par 4, & il viendra 27900 deniers.

Cela fait, réduisez 27900 den. en liv. il viendra 116 liv. 5 sols pour principal & intérêt de la premiere année: il reste à ôter 100, qui est le principal de 116 liv. 5 sols, & restera 16 liv. 5 sols pour le gain de la premiere année.

Preuve.

Pour preuve, il faut dire:

Si 100 livres ont gagné 16 livres 5 sols la premiere année, combien gagneront les mêmes 16 livres 5 sols pour la seconde année. Faites la Régle de Trois selon sa disposition, & vous trouverez 2 livres 12 sols 9 den. $\frac{3}{4}$ pour le gain de 16 liv. 5 sols; puis ajoutant le principal 100 avec l'intérêt des deux années, il viendra 135 liv. 2 sols 9 den. $\frac{3}{4}$, comme veut la question.

Autre Question.

Un Banquier a donné 100 liv. à intérêt, & au bout de 3 ans on lui rend 337 liv. 10 sols pour principal & pour gain ; on demande à quelle raison les 100 livres lui ont profité la premiere année, à raison de gain sur gain.

Pour la résolution de cette question, multipliez 100 par 100, il vient 10000 ; ensuite multipliez 337 liv. 10 sols par 10000, il viendra 3375000, dont il faut tirer la racine cubique, & viendra 150 livres pour principal & intérêt de la premiere année.

Pour trouver l'intérêt de la seconde année, dites par Regle de Trois :

Si 100 liv. ont profité de 50 liv. combien 150 liv. Rt. 75 liv. lesquelles deux sommes 150 liv. & 75 jointes ensemble, font 225 liv. pour principal & intérêt de la seconde année.

Enfin pour trouver l'intérêt de la troisieme année, dites encore par Regle de Trois :

Si 100 liv. ont profité de 50 liv. la premiere année, combien profiteront 225 liv. Rt. 112 livres 10 sols ; puis ajoutant les 225 livres avec 112 liv. 10 sols, la somme sera 337 liv. 10 sols pour principal & intérêt de la troisieme année, comme veut la question.

REGLE D'ESCOMPTE.

Définition.

ESCOMPTER est rabâttre quelque chose d'une somme qui ne devoit être payée que dans un certain temps limité, lorsqu'on la paie plutôt que le terme échu ; lequel rabais se compte ordinairement entre Financiers, Banquiers & Marchands, à tant pour 100, comme

à { 10 pour 100 par an.
7 ½ pour 100 pour 9 mois.
5 pour 100 pour 6 mois.
2 ½ pour 100 pour 3 mois, &c. comme il a été expliqué dans la Regle de change ci-devant.

Exemple.

Un Marchand a acheté pour 500 livres de marchandises à un an de terme ou de crédit, à condition qu'il en pourra faire l'escompte à raison de 10 pour 100 par an. Il arrive que, 3 ou 4 jours après, ce Marchand veut payer ; on demande combien il doit payer, au lieu de 500 livres qu'il paieroit, s'il ne payoit qu'au bout de son terme, qui est d'un an.

Pour résoudre cette proposition, il faut considérer que les 500 liv. qu'il doit payer au bout d'un an sont composées du principal & de l'intérêt pour un an, à la raison de 10 pour 100 ; c'est pourquoi, pour faire cette Regle, il faut ajouter le terme qui représente le principal, qui est 100, avec celui de l'intérêt, qui est 10, la somme est 110, qu'il faudra mettre au premier terme d'une Regle de Trois ; au second terme il faut poser 100, & au troisieme terme la somme qui est 500 liv. dont on veut faire l'escompte ; & opérant selon le précepte, il viendra

au quatrieme terme 454 livres 10 sols 10 den. $\frac{10}{11}$ déniers, qu'il faudra payer présentement au lieu de 500 livres.

Exemple.

Pour l'intelligence de la Regle, il faut raisonner ainsi :

Si de 110 livres, dont mon argent comptant me tient lieu au bout d'un an, si je le donnois à intérêt, je n'en dois payer que 100 liv. en payant présentement, combien faut-il que je paie pour 500 livres que je ne dois que dans un an ?

Opération.

Si 110 liv. 100 500

100

50000

656

50000 (454 l. 1100 (10 s. 1100 (10 d. $\frac{10}{11}$

51000 1100 1100

111 11 11

1

Ayant fait la Regle de Trois ci-dessus, il est venu 454 livres 10 sols 10 den. $\frac{10}{11}$ qu'il faut payer présentement, au lieu de 500 livres.

Preuve.

Et pour preuve, si on donne à change pour un an la partie de 454 liv. 10 sols 10 den. $\frac{10}{11}$ ci-dessus à la même raison de 10 pour 100, on trouvera 45 livres 9 sols 1 den. $\frac{1}{11}$ pour l'intérêt, & ces deux sommes jointes ensemble, feront les susdites 500 liv. comme veut la question.

Autre preuve.

On peut faire la preuve d'une autre façon ; savoir, en proposant une question pour trouver l'es-

compte au profit que l'on fait en payant présentement, qui est telle :

Si sur 110 liv. on gagne 10 liv. en payant présentement, combien gagnera-t-on sur 500 livres ? faisant la Regle de Trois comme ci-dessus, on trouvera 45 livres 9 sols 1 den. $\frac{1}{11}$ pour l'escompte au rabais, comme par la Regle de change ; puis ajoutant la somme à payer présentement, ci-devant trouvée, qui est 454 livres 10 sols 10 den. $\frac{10}{11}$, avec l'escompte ci-dessous, la somme sera 500 livres, comme il se voit par l'opération.

Opération de la preuve.

Si 110 liv. 10 †. 500.

```
  65          1           1
† 50000      1000        110
 ------ (45 liv. ---- (9 sols ---- (1 1/11
  1100        110        110
   11
```

Argent à payer présentement	454 liv.	10 s.	10 $\frac{10}{11}$
Escompte ou profit	45	9	9 $\frac{1}{11}$
Somme escomptée	500		

Ces deux preuves sont générales ; c'est pourquoi on peut se servir de celle qu'on voudra : je conseille néanmoins de se servir de cette derniere, dont l'opération est ci-dessus, parce qu'elle est la plus facile.

Avertissement sur la Regle d'escompte.

IL y en a plusieurs qui, par ignorance ou par malice, font l'escompte de telle façon, qu'il y a perte ou profit pour l'une ou pour l'autre des parties, se contentant de tirer le change de la somme de laquelle on demande l'escompte, & ayant rabattu le change

de cette même somme, le reste, disent-ils, est ce qu'il faut payer de net ; cequi n'est pas juste ni raisonnable, parce que si le créditeur rabat à son débiteur le change de la somme entiere, le débiteur rabat le change du change qu'il ne reçoit pas, & ainsi il perd.

Par exemple, si quelqu'un doit 100 liv. à un autre, à payer dans un an, à condition d'escompte à 10 pour 100 par an, l'on voit que si l'on rabat le change de 100 liv. il restera seulement 90 livres à payer ; ce qui tourneroit à la perte du créditeur, parce que rabattant 10 liv. il perdroit le change des mêmes 10 livres, d'autant que le débiteur lui rabattroit le change de 10 livres qu'il ne reçoit pas ; ce qu'il est nécessaire de remarquer.

Autre Question.

Quelqu'un ayant affaire d'argent pour faire son voyage de Paris à Bordeaux, va trouver un Banquier, auquel il donne une Lettre-de-Change de 300 livres ; savoir combien le Banquier lui doit compter d'argent pour sa Lettre de 300 livres, rabattant le change à 3 pour 100.

Pour résoudre cette regle, il y en a beaucoup qui ne sachant pas que c'est une Regle d'escompte, se servent de la Regle de change naturelle, & raisonnent ainsi :

Si sur 100 liv. il y a 3 liv. de perte, combien doit-on perdre sur 300 liv. faisant la Regle de Trois, il viendra 9 livres, que le Banquier retiendra par ses mains, & partant donnera 291 liv. ce qui n'est pas juste, parce qu'en ce cas-là le Banquier tire le change des 9 livres qu'il ne débourse pas ; mais s'il fait l'escompte comme ci-dessous, il donnera 291 livres 5 sols 2 d. $\frac{24}{103}$; il y a donc 5 sols 2 den. $\frac{24}{103}$ de perte pour celui qui fournit la Lettre ; ce qui n'est pas considérable à l'égard d'une petite somme, mais bien à l'égard d'une grande.

Faites l'opération de la Regle, & vous trouverez la réponse, avec la preuve au-dessous.

Si 103 liv. 100 l. 300 l. R. 291 l. 5 f. 2 d. $\frac{94}{103}$

Preuve.

Si 103 liv. 3 l. 300 l. R. 8 l. 14 f. 9 d. $\frac{9}{103}$

Ajoutant les réponses, il viendra 300 liv. comme veut la question.

Autre Question.

Quelqu'un doit 856 liv. à payer à 9 mois, & son créditeur lui dit que s'il le veut payer présentement il lui escomptera sa dette à 7 $\frac{1}{2}$ pour 100 pour les mêmes 9 mois; on demande combien le débiteur doit payer, en payant présentement: il faut former la question comme ci-dessus; puis opérant selon le précepte de la Regle de Trois, il viendra 796 liv. 5 sols 6 $\frac{42}{43}$ den. à payer présentement; il faut raisonner ainsi:

Si de 107 $\frac{1}{2}$ liv. on n'en paie que 100, en payant présentement, combien faut-il payer pour 856 liv.?

Opération.

Si 107 $\frac{1}{2}$ livres sont réduites à 100 liv. combien 856 livres?

Autrement, parce qu'il y a entier & fraction au premier terme, c'est-à-dire, 7 $\frac{1}{2}$, il faut réduire les 107 $\frac{1}{2}$ en 215 demi, & le deuxieme terme, qui est 100, en 200 demi, puis dire:

Si 215 liv. 200 l. 858 l. R. 796 l. 5 f. 6 d. $\frac{42}{43}$

Pour preuve, il faut dire:

Si 215 liv. 15 l. 856 l. R. 59 l. 4 f. 5 d. $\frac{1}{43}$

Ajoutant les deux R. il vient 856 l. comme il a été proposé.

Autre Question.

Mais s'il étoit question d'escompter pour quelque portion de temps, comme si on disoit:

Quelqu'un doit 600 liv. à payer au bout de 6

mois, & son créditeur lui offre de lui escompter à 6 pour 100 pour 6 mois, du jour qu'il le voudra payer : il arrive que le débiteur, 4 mois après, trouve de l'argent pour payer sa dette ; savoir combien il doit payer au bout de 4 mois, au lieu de 600 liv. qu'il devoit payer au bout de 6 mois : Il faut considérer que puisque le débiteur n'est obligé de payer qu'au bout de 6 mois, s'il paie au bout de 4 mois, il avance le paiement de deux mois, par conséquent il y aura escompte à faire pour 2 mois.

Maintenant pour trouver combien il faut escompter pour 2 mois, à raison de 6 pour 100 pour 6 mois, il faut dire par la Regle de Trois :

Si pour 6 mois on escompte 6 livres, combien pour 2 mois ? Faisant la Regle, il viendra 2 livres pour 100 liv. à escompter.

Disposition de la Regle.

Si 6 mois 6 livres, 2 mois. R. 2 livres.

Ayant trouvé que l'escompte se doit faire à 2 pour 100 pour 2 mois, on fera la Regle d'escompte à l'ordinaire, disant :

Si de 102 liv. on ne paie que 100 liv. en payant présentement, combien faut-il payer pour 600 liv. R. 588 liv. 4 f. 8 den. $\frac{8}{17}$.

La preuve se fera comme les précédentes, disant : Si de 102 l. 2 l. 600 l. R. 11 l. 15 f. 3 d. $\frac{9}{17}$.

La maniere de résoudre cette derniere question ayant été attaquée injustement par M. R. ** par la voie du Journal de Verdun, mois d'Octobre 1736, page 157, il est très-important d'avertir ceux qui s'attachent à ce Livre d'Arithmétique, qu'on peut dire être le meilleur en ce genre, que M. le Gendre a bien résolu la question dont il s'agit, & que M. R ** ne l'a pas entendue, puisqu'il dit que l'escompte à 2 pour 100 est 24 livres sur 600 livres, au lieu

des 11. livres 15 sols 3 deniers $\frac{9}{17}$ de M le Gendre.

Il ne faut pas être Arithméticien pour connoître l'injustice de sa critique; car, sans faire de Regle, ni sans connoître aucuns nombres, tout le monde dira en comptant par les doigts, puisqu'on n'escompte que 2 livres sur 100 livres, on n'escomptera que 12 livres sur 600 livres & non pas 24 livres, comme il le prétend.

M. B.** qui s'apperçut de l'erreur du sieur R.** fit insérer des observations dans le Mercure de France, mois de Juin 1738, par lesquelles il réfute M. R. ** après quoi il tombe lui-même dans une erreur d'une autre espece, en disant : » Ce n'est » pas que cette question soit résolue bien exacte- » ment dans le Gendre; & en formant ma Regle » d'une maniere qui me semble plus conforme.... » .... en disant par la Regle de Trois : Si 106 liv. » donnent 100 liv. combien 600 livres ? la réponse » est 566 liv. 9 den. $\frac{3}{53}$, laquelle somme étant ôtée » de celle de 600 livres, la différence est 33 liv. » 19 sols 2 den. $\frac{50}{53}$ pour l'escompte de 6 mois, dont » le tiers est 11 livres 6 sols 4 den. $\frac{52}{53}$ pour l'es- » compte de deux mois ; ôtez cette somme de 600 » liv. il reste 558 liv. 13 s. 7 den. $\frac{1}{53}$ pour la vraie » réponse « ; & plus bas, il critique encore un Mé- moire que le sieur Faure avoit fait insérer dans le même Mercure de France, le mois d'Avril précédent, pour la défense du sieur le Gendre.

» Si j'eusse trouvé, dit-il, sa critique aussi judi- » cieuse qu'elle auroit pu l'être, je me serois abste- » nu de mettre mes observations au jour «.

La maniere de M. B ** pour trouver l'escompte à 6 pour 100, est parfaitement conforme avec M. le Gendre : mais de prendre le tiers de l'escompte à 6 pour 100, pour avoir celui à 2 pour 100, c'est une erreur manifeste & grossiere, comme on le fait voir ci-dessous.

On poſe 566 liv. 9 den. $\frac{3}{53}$, à gauche, & 33 liv. 19 ſ. 9 den. $\frac{10}{53}$ à droite vis-à-vis.

566 liv. 9 den. $\frac{3}{53}$. 33 liv. 19 ſols 2 den. $\frac{10}{53}$

L'eſcompte étant fait à 6 pour 100 ſur 600 liv. on a 566 liv. 9 den. $\frac{3}{53}$ d'un côté, & 33 liv. 19 ſols 2 den. $\frac{10}{53}$, de l'autre, M. B. *** prend le tiers de 33 liv. 19 ſols 2 den. $\frac{10}{53}$; il reſte 22 livres 12 ſols 6 den. $\frac{51}{53}$, ſur leſquels il n'eſcompte pas, & ſur le champ il les fait paſſer de la droite à la gauche, pour les ajouter avec 566 liv. 9 den. $\frac{3}{53}$, afin d'en former la ſomme de 588 liv. 13 ſols 7 d. $\frac{1}{53}$ que le débiteur, dit-il, doit payer, en avançant le paiement de deux mois.

Si M. B. *** y avoit pris garde, il auroit dit, puiſque j'augmente le principal de 22 liv. 12 ſols 9 den. $\frac{51}{53}$, l'eſcompte doit auſſi augmenter; il auroi vu alors que ſa Regle étoit mal faite; mais puiſqu'il n'a pas eſcompté ſur les 22 liv. 12 ſols 9 den. $\frac{51}{53}$, il n'a qu'à dire: Si 102 donnent 2, combien 22 liv. 12 ſols 9 den. $\frac{51}{53}$ donneront-ils ? il trouvera 8 ſols 10 den. $\frac{494}{901}$, qu'il ajoutera avec 11 liv. 6 ſ. 4 den. $\frac{52}{53}$, alors ſon eſcompte ſera égal à celui de M. le Gendre.

Si M. le Gendre avoit prévu qu'on eût critiqué ſa queſtion, il en auroit formé une autre, & auroit dit: Quelqu'un doit 600 liv. à payer au bout d'un certain temps; on lui offre de lui eſcompter 2 pour 100, s'il veut payer ſur le champ. On demande combien il doit payer préſentement, au lieu de 600 liv. qu'il devoit payer dans un certain temps: il auroit fait la Regle ſuivante:

Si 102 livres donnent 100 livres, combien donneront 600 liv. R. 588 liv. 4 ſols 8 den. $\frac{8}{17}$, leſquels étant ôtés de 600 livres, il reſte pour l'eſcompte de 2 pour 100, 11 livres 15 ſols 3 deniers $\frac{9}{17}$.

Pour derniere preuve, comme M. B. *** n'a

pas résolu la question comme il faut, il n'a qu'à faire la Regle suivante, il verra que 11 liv. 6 sols 4 d. $\frac{12}{53}$, est l'escompte de 200 liv. à 6 pour 100 pour 6 mois, & non l'escompte de 600 livres pour 2 mois. Si 106 donnent 6, combien 200 liv. ℞. 11 livres 6 sols 4 deniers. $\frac{52}{53}$.

Autre question sur l'Ecompte.

Et si l'Escompte est à 10 pou- 100 par an, & que le débiteur veuille ou puisse payer au bout de 8 $\frac{1}{2}$ mois, on demande combien on doit escompter pour 100 pour les 3 $\frac{1}{2}$ mois que l'on avance le paiement, il faut dire :

Si pour 12 mois on escompte 10 liv. combien faut-il escompter pour 3 $\frac{1}{2}$ mois ? Faisant la Regle, on trouvera 2 $\frac{11}{12}$ pour l'escompte des 3 $\frac{1}{2}$ mois; ainsi des autres.

Comme si on disoit : quelqu'un doit 600 liv. à payer au bout d'un an, & son créditeur le prie de le payer le plutôt qu'il pourra, & qu'il lui escomptera du même jour 10 pour 100 par an; il arrive que le débiteur, au bout de 8 $\frac{1}{2}$ mois, trouve de l'argent sur la place à meilleure condition qu'à 10 pour $\frac{0}{0}$ par an pour s'acquitter de 600 liv. on demande combien il doit payer en payant au bout de 8 $\frac{1}{2}$ mois.

Pour résoudre la question, il faut dire par Regle de Trois :

Si de 102 $\frac{11}{12}$ livres, je n'en paie que 100 livres, en payant comptant, combien pour 600 liv. faisant la Regle selon le précepte, vous trouverez 582 liv. $\frac{246}{247}$ pour la somme qoe le débiteur doit payer au lieu de 600 livres.

Autre Question sur l'Escompte.

500 liv. sont composées du principal & de l'in-

térêt au denier 18, on demande quel est le principal, & aussi quel est l'intérêt séparément. Il faut dire par la Regle de Trois:

Si 19 liv. viennent de 18 livres, d'où viendront 500 liv. ℞. 473 liv. 13 sols $\frac{4}{19}$ deniers pour le principal.

Pour preuve, il faut dire par Regle de Trois:

Si 19 livres donnent une livre de profit, que donneront 500 li. ℞. 26 liv. 6 sols 3 den. $\frac{15}{19}$ pour l'intérêt.

Et faisant addition du principal & de l'intérêt, il viendra 500 livres.

Principal 473 liv. 13 f. 8 den. $\frac{4}{19}$.
Intérêt. 26 liv. 6 3 den. $\frac{15}{19}$.

Somme 500 liv. comme il a été proposé.

Autre Question sur le même sujet, ou *de la même remise en dehors.*

300 livres sont composées du principal & du droit de l'Officier, à qui il appartient 6 deniers pour livre pour la remise, on demande le principal, & quel est le droit de l'Officier. Il faut dire par Regle de Trois:

Si 246 deniers viennent de 240 den. d'où viendront 300 liv. ou par réduction, en tirant le sixieme de 246 & de 240.

Si 41 liv. viennent de 40 liv. d'où viendront 300 liv. faisant la Regle, il viendra 292 livres 13 sols 7 den. $\frac{37}{41}$ pour le principal.

Et pour preuve, dites:

Si 41 livres donnent 1 livre, combien 300? faisant la Regle, il viendra 7 livres 6 sols 4 den. & $\frac{4}{41}$ pour la remise; puis ajoutant le principal avec la remise, la somme sera 300 liv. comme veut la question.

J'ai

J'ai réduit le premier & le second termes en deniers, à cause que la remise est à 6 deniers pour livre ; mais si la remise étoit à un sol, j'aurois dit : Si 21 sols viennent de 20 sols d'où viendront 300 liv. &c.

Pour preuve : Si 21 sols donnent 1 sol, combien 300, &c.

Autre Question.

On veut trouver une somme, de laquelle ôtant 18 deniers pour livre, le reste soit 952 livres 10 sols.

Il faut raisonner ainsi : Puisque de 20 sols on en ôte 1 sol 6 den. le reste est 18 sols 6 den. & partant il n'y a qu'à dire :

Si 18 $\frac{1}{2}$ sols viennent de 20 sols, d'où viendront 952 liv. 10 sols; mais à cause de la fraction $\frac{1}{2}$, qui est au premier terme, au lieu de 18 $\frac{1}{2}$, il faut écrire 37 & 40 au deuxieme terme, puis dire :

Si 37 viennent de 40, d'où viendront 952 livres 10 sols ? Faisant la Regle, il viendra 1029 livres 14 sols 7 deniers $\frac{1}{37}$, pour la somme que l'on demande.

Pour preuve, il faut faire une autre question, & par Regle de Trois.

Si 40 livres sont réduites à 37 livres, à combien seront réduites 1029 liv. 14 sols 7 den. $\frac{1}{37}$?

Faisant la Regle, il viendra 952 liv. 10 sols, comme ci-devant.



Regle pour tirer la Tare des Marchandises qui se vendent au poids ou à la mesure, comme huile, sucre, savon, poivre, térébenthine, &c.

Définition.

TARE n'est autre chose que le déchet d'un poids total composé de quelque marchandise, & de ce qui l'enclôt ou contient, que l'on appelle emballage, soit de toile, cordage, paille, caisse, tonneau, &c. tellement que ce qui est de surplus du poids de la marchandise est appellé tare, laquelle diminue le poids du total, pour donner la quantité de la véritable marchandise, & cette tare est estimée arbitrairement entre les marchands à certaine diminution, selon la diversité des marchandises.

Les uns rabattent tant pour 100, ou dans le 100, & les autres rabattent tant sur 100.

Rabattre tant pour 100, ou dans le 100, c'est quand on soustrait une quantité du 100, & que l'on livre le reste net, comme si la tare est à 6 pour 100, on doit livrer 94 net.

Exemple.

Un Marchand a acheté 4 tonneaux d'huile, pesant ordinairement 4800 ℔, on demande combien il doit payer net, en lui rabattant 16 pour 100 pour la tare.

Pour trouver la quantité de ℔ net, il faut dire par Regle de Trois :

Si 100 liv. ordinaires sont réduites à 84 liv. net, à combien sont réduites ℔ 4800 ordinaires? Faisant la Regle, il viendra 4032 ℔ net.

Rabattre tant sur 100, cela s'entend qu'il faut

livrer 100, & quelque quantité par-dessus, comme si la tare est de 10 sur 100, l'acheteur de 110 # ordinaires, n'en paiera que 100 # net.

Exemple.

Un Marchand a acheté 6 tonneaux de sucre, pesant ordinairement 3600 #; on demande combien il y aura de # net à payer, augmentant 16 sur 100 pour la tare.

Cette question se résout par Regle de Trois comme la précédente, disant :

Si de 116 # ordinaires on n'en paie que 100 # net, combien en faut-il payer pour 3600 # ordinaires? Faites la Regle, & vous trouverez 3103 $\frac{13}{29}$ # net; ainsi des autres.

Pour preuve, il faut trouver la tare, disant :

Si 116 # ordinaires donnent 16 # net, combien 3600 # ordinaires? R. 496 # $\frac{15}{29}$.

REGLE DE COMPAGNIE.

Usage de la Regle de Compagnie.

LA Regle de Compagnie se pratique ordinairement entre Financiers, Banquiers & Marchands; elle sert pour donner à chacun des Associés proportionnellement ce qui lui appartient du gain qui s'est fait durant une société, comme pour lui faire porter sa part de la perte, s'il y en a, à raison de sa mise simplement, ou de sa mise & de son temps ensemble.

C'est pourquoi il y a deux sortes de Regles de Compagnies, l'une en même temps, & l'autre à divers temps.

La Regle de Compagnie en même temps est celle en laquelle les Associés ont commencé de négocier

au même temps, & ont aussi fourni leurs effets ou argent en même temps.

La Regle de Compagnie à divers temps sera expliquée ci-après.

La Regle de Compagnie du même temps s'appelle ainsi, d'autant que le temps n'est nullement considéré en l'opération ; c'est pourquoi, n'ayant égard qu'à la portion que chacun a mis dans la Société, on y procede en cette sorte, comme il se verra par l'exemple suivant.

Trois ont fait compagnie pour un certain temps, & à la fin de leur Société ils ont trouvé 834 livres de profit ; on demande le gain de chacun, à raison de sa mise.

Mises particulieres.	
Le premier a mis	432 liv.
Le second	534
Le troisieme	683
Somme totale des mises	1649 liv.

Pour résoudre cette Regle, & toutes les autres semblables, ayant disposé les mises de chaque Associé l'une sous l'autre, comme ci-dessus, après avoir fait addition, la somme totale, qui est 1649, doit être mise au premier terme d'autant de Regles de Trois qu'il y a d'Associés ; au second terme, il faut poser le profit qui a été fait durant la Société, & au troisieme terme la mise de chaque Associé.

Tellement que si on veut trouver le gain du premier Associé, qui a mis 432 liv. on dira :

Si 1649 liv. qui est la mise totale, ont gagné 834 liv. que gagneront 432 liv. qui est la mise du premier ?

Faisant la Regle de Trois selon le précepte enseigné ci-devant, il viendra 218 liv. 9 sols 9 den. pour le profit du premier, & restera 507 deniers, qui ne se peuvent diviser, que l'on rapportera à la preuve.

On fera de même pour trouver le gain des deux autres, comme il se voit par les trois Regles de Trois ci-dessous mises en forme, que je répete.

	liv.	liv.	liv.		liv.	sols.	den.		den.
Si	1649	834	432.	R.	218	9	9	reste	507
Si	1649	834	534	R.	270	1	6	reste	558
Si	1649	834	683	R.	345	8	8	reste	584

Somme des gains 833 l. 19 f. 11 d. + 1649
reste 1

R. 834 l. 0 f. 0 d. + 1649 (1
1649

Pour faire la preuve, il faut assembler les gains particuliers comme ci-devant, & la somme totale est venue égale au gain total, moins 1 denier, qui s'est trouvé en ajoutant les deniers restés des divisions des deniers, dont la somme totale est 1649, que j'ai divisée par le diviseur des trois Regles de Trois, qui est aussi 1649, & il est venu 1, c'est-à-dire, 1 denier, qui, ajouté à 833 liv. 19 sols 11 den. somme totale des gains particuliers, il est venu juste 834 l. gain total; & c'est la preuve.

Et s'il manquoit deux deniers, ou plus, comme dans les Regles de Compagnie de quatre Associés, il peut manquer jusqu'à 3 deniers, & ainsi plus ou moins, selon la quantité des Associés, il faut toujours ajouter les deniers restants de la division des deniers, & partager la somme d'iceux par la somme totale des mises, qui est le diviseur commun, & il viendra juste les deux deniers ou plus, s'ils manquoient, & sans reste; autrement la Regle seroit fausse.

On observera le même ordre pour la preuve des Regles de Compagnie à divers temps.

Il faudroit opérer de la même façon, s'il y avoit perte au lieu de gain, mais soustraire de chaque mise ce qui viendroit de perte pour chacun, au lieu de l'ajouter.

Autre Question.

Deux ont fait Compagnie, & ont gagné 4. liv. 3 sols 4 deniers, on demande le gain de chacun à raison de sa mise.

Le premier a mis	2 liv.	1 s.	8 den.
Le deuxieme	4	6	8

Construction de la Regle.

Dans cette Regle, il faut considérer que les mises particulieres sont composées de livres, sols & deniers, & le gain total aussi; c'est pourquoi on réduira les 2 liv. 1 sol 8 deniers du premier Associé en deniers; il viendra 500 deniers.

On réduira aussi les 4 liv. 6 s. 8 den. du second en deniers, il viendra 1040 deniers.

Cela étant fait, on voit que le premier a mis 500 deniers, & le second 1040 deniers, qui sont en tout 1540 deniers, qu'il faudra mettre au premier terme des deux Regles de Trois: au second terme on posera 1040 deniers, provenus des 4 liv. 3 sols 4 deniers, gain total, réduits aussi en deniers; & au troisieme terme la mise de chaque Associé; & faisant les deux Regles de Trois selon le précepte, il viendra pour le gain du premier Associé 324 deniers, & reste 1040: le second Associé aura de profit 675 deniers, & reste 500 deniers.

Puis ajoutant les deux gains particuliers, la somme sera 999 deniers, & le gain total devoit être 1000 deniers; il manquera donc 1 den. mais si l'on ajoute les restes, la somme sera 1540, que l'on divisera par le même nombre, qui est diviseur commun, il viendra 1 denier, qui parfera le nombre de 1000 deniers, comme veut la question, & comme il se voit ci-dessous.

Disposition de la Regle.

	den.	den.	den.	den.	reste.
Si	1540	1000	500 R.	324	1040
Si	1540	1000	1040 R.	675	500

Somme des gains 999 d. 1540
Addition des restes 1 reste.

total 1000 den.

$\frac{1540}{1540}$ (1 den.

Avertissement sur la Regle de Compagnie.

S'il arrive que les mises particulieres des Associés soient composées de livres & de sols, même quand il n'y auroit que la mise d'un seul Associé où il y eût des sols, & qu'il y ait aussi des livres & des sols au gain total, il faut tout réduire en sols, & opérer au surplus selon le précepte de la Regle de Compagnie : par exemple, si on disoit ;

Deux Associés ont fait Compagnie, & ont gagné 90 liv. 10 sols, ou 1810 sols, on demande le gain de chacun, à raison de sa mise.

Le premier a mis 100 liv. 5 sols ou 2005 sols.
Le second 125 liv. 10 sols ou 2510 sols.

Somme des mises 4515 sols.

Ayant ainsi réduit le gain total & les mises particulieres en sols, si on veut trouver le gain du premier, on dira :

Si 4515 sols gagnent 1810 sols, combien 2005 sols.
Et pour trouver le gain du second.
Si 4515 sols gagnent 1810 sols, combien 2510 sols.
Puis faisant les deux Regles de Trois, il viendra,

pour le premier 803 ſ. ou 40 l. 3 ſ. & reſte 3505. pour le ſecond 1006 ſ. ou 50 l. 6 ſ. & reſte 1010.

Et pour la preuve, on obſervera ce que j'ai expliqué ci-devant.

Autre Queſtion ſur la Regle de Compagnie.

Trois ont fait compagnie, & ont gagné 1000 liv. on demande le gain de chaque à raiſon de ſa miſe.

A a mis	600 liv.
B	300
C	200
Somme des miſes	1100

On voit que la ſomme des miſes eſt 1100 livres, & le gain 1000 livres. Enſuite, pour donner à chacun des Aſſociés ce qui lui appartient de profit, on fera les trois Regles de Trois, comme il a été enſeigné.

Il faut obſerver, quand il y a des zéros au premier terme de la Regle de Trois, & au troiſieme, d'en retrancher autant de l'un que de l'autre, ſans opérer par iceux ; puis multipliant & diviſant ſelon le précepte, il viendra la même choſe que ſi on avoit multiplié & diviſé par tout le nombre : la raiſon eſt que ſi on retranche des deux nombres autant de l'un que de l'autre, & que l'on diviſe le reſte par le reſte, le quotient ſera le même que ſi on diviſoit le tout par le tout, comme il ſe voit par la démonſtration & opération ſuivante.

On dira donc, pour trouver le gain du premier, qui a mis 600 livres :

Si 1100 liv. ont gagné 1000 livres, combien 600?
Ou par abréviation,

Si 11 liv. 1000 liv. 6 R. 545 liv. 9 f. 1 d. $\frac{1}{11}$

Pour le second:

Si 11 liv. 1000 liv. 3 R. 272 14 f. 6 $\frac{6}{11}$

Pour le troisieme:

Si 11 liv. 1000 liv. 2 R. 181 16 f. 4 $\frac{4}{11}$

Gain total 1000 liv.

Ayant trouvé que le gain du premier étoit 545 liv. 9 sols 1 den. $\frac{1}{11}$, pour trouver le gain du second, j'en ai tiré la moitié, & pour avoir le gain du troisieme, j'ai tiré le tiers, à cause de la proportion qu'il y a de 6 à 3, comme aussi de 6 à 2; ce que l'on observera, lorsqu'il y aura abréviation & proportion dans les nombres.

Autre Question sur la Regle de Compagnie.

Un Commissaire des vivres n'a que 2150 rations pour distribuer par jour à quatre Régiments, & il leur devroit fournir 3130 rations; on demande combien il doit fournir de rations à chaque Régiment, au prorata de la quantite qu'ils devroient avoir selon l'ordonnance.

Il faut premiérement considérer le nombre de rations que chaque Régiment devroit avoir.

Le premier doit avoir	850 rations.
Le second	750
Le troisieme	700
Le quatrieme	830

Le nombre de rations est 3130; mais, comme il n'en a que 2150, il est question de voir combien chaque Régiment doit avoir de rations, au lieu de la quantité ci-dessus. Pour faire cette Regle, il faut dire comme à la Regle de Compagnie:

Si 3130 rations sont réduites à 2150, à combien seront réduites les 850 rations du premier Régi-

ment, & ainsi des autres; faisant les quatre Regles de Trois, comme à la Regle de Compagnie, il viendra :

Pour le premier Régiment	583 $\frac{271}{313}$	rations.
Pour le second	515 $\frac{55}{313}$	
Pour le troisieme	480 $\frac{260}{313}$	
Pour le quatrieme.	57 $\frac{40}{313}$	
Preuve	2150	rations.

Et d'autant que le nombre des rations qui se trouvent pour chaque Régiment ne suffit pas pour donner à chaque Soldat ce qui lui est ordonné pour sa ration, il faut diminuer le poids de ladite ration.

Pour faire cette Regle, il faut supposer que la ration est de 24 onces; pour la diminuer, on dira, par Regle de Trois :

Si 850 rations donnent 24 onces, combien les 583 $\frac{271}{313}$ rations du premier Régiment? faisant la Regle de Trois, on trouvera au quotient 16 onces $\frac{241}{313}$ parties d'onces : il faut opérer de même pour les autres trois Régiments.

Autre Question.

Trois Marchands Libraires ont entrepris l'impression d'un Livre qui contient 200 feuilles, duquel ils veulent faire imprimer 1000 exemplaires; on demande combien chacun doit payer pour la quantité d'exemplaires qu'il veut avoir pour sa part de ladite impression.

On suppose que le premier veut avoir 500 exemplaires, le second 300, & le troisieme 200 : pour savoir ce que chaque Associé doit payer, il faut voir premiérement à combien se monte sa dépense, dont le bordereau suit :

400 rames de papier à 4 l. la rame, valent 1600 l.
200 feuilles à 8 l. la feuille pour l'impression 1600 l.
Pour le Privilege, assemblage & autres frais 100 l.

Dépense totale 3300

Ayant trouvé que la dépense entiere de l'impression dudit livre se monte à 3300 liv. pour savoir combien chacun doit payer à raison de la quantité d'exemplaires ou volumes qu'il en veut avoir, on fera trois Regles de Trois, disant, pour trouver l'argent que doit payer le premier,

Si 1000 vol. valent 3300 combien 500 vol. qui est la part du premier : R. 1650 l.
Si 1000 vol. valent 3300 liv combien 300 vol. qui est la part du second : R. 990 l.
Si 1000 vol. valent 3300 liv. combien 200 vol. qui est la part du troisieme : R. 660 l.

Preuve 3300 l.

Et si on veut savoir à combien revient chaque volume, il faut diviser les 3300 liv. par 1000 vol. & il viendra 3 liv 6 s. pour la valeur de chaque volume.

Autre Regle de Compagnie pratiquée parmi les Financiers.

PLUSIEURS traitent avec le Roi pour une ferme de 1200000 livres : posons le cas qu'ils soient cinq, & qu'ils aient financé chacun les sommes qui suivent.

Le premier	200000	On demande pour quelle partie de la livre de 20 sols chacun sera intéressé à ladite Ferme.
Le second	400000	
Le troisieme	300000	
Le quatrieme	240000	
Le cinquieme	60000	
Finance totale	1200000	

Pour faire cette Regle, il faut agir comme à la Regle de Compagnie ci-devant, posant 1200000 l. Finance totale, aux premiers termes d'autant de Regles de Trois qu'il y a d'Associés; aux seconds termes 20 sols, & aux troisiemes la finance particuliere de chaque Associé; & faisant l'opération, il viendra aux quatriemes termes ce que l'on cherche, comme il se voit ci-après.

Exemple pour celui qui a financé 200000 l.
Si 1200000 liv. 20 sols, combien 200000?

Ou par abréviation, en retranchant cinq zéros: Si 12 liv. valent 20 sols, combien 2 liv.

Faisant l'opération il viendra 3 sols 4 den. qui est $\frac{1}{6}$ de 20 s. & partant, on dira que le premier est intéressé au parti pour $\frac{1}{6}$.

On sera de même pour le second, disant:

Si 12 livres valent 20 sols, combien 4 liv. & faisant l'opération, il viendra 6 s. 8 den. qui est $\frac{1}{3}$, & ainsi on dira qu'il est d'un tiers au parti; ainsi du troisieme, quatrieme & cinquieme, comme il se voit ci-après par la représentation des nombres que je répete.

Finances particulieres.		Parties des 20 sols.			
Finance du premier	200000 liv.	3 sols	4 d.	ou	$\frac{1}{6}$
du second	400000	6	8		$\frac{1}{3}$
du troisieme	300000	5			$\frac{1}{4}$
du quatrieme	240000	4			$\frac{1}{5}$
du cinquieme	60000	1			$\frac{1}{20}$
Finance totale	1200000	20 sols.			

Ayant observé tout ce que ci-dessus, il se trouve que le premier, qui a financé 200000 liv. est pour $\frac{1}{6}$ au parti; le second, à cause de sa finance, pour $\frac{1}{3}$; le troisieme pour $\frac{1}{4}$; le quatrieme pour $\frac{1}{5}$; le cinquieme pour $\frac{1}{20}$.

Il reste à voir ce qu'il faut observer pour partager le profit, s'il y en a.

Supposé, par exemple, qu'il y ait 600000 liv. de profit pour les Associés, si on veut savoir ce qui en appartient à chacun, à raison de la part qu'il a audit parti, comme si on veut savoir ce qui appartient au premier, qui est pour $\frac{1}{6}$.

Il faut tirer	$\frac{1}{6}$ des 600000 liv.	il viendra	100000
pour le second	$\frac{1}{3}$	il viendra	200000
pour le troisieme	$\frac{1}{4}$	il viendra	150000
Pour le quatrieme	$\frac{1}{5}$	il viendra	120000
pour le cinquieme	$\frac{1}{20}$	il viendra	30000
		Gain total	600000

Et si au lieu de gain, il y avoit de perte 600000 liv. alors il faudroit opérer de même façon que ci-dessus, en tirant le sixieme, le tiers, le quart des 600000 liv. &c.

Autre exemple.

Mais si la finance de chaque Associé étoit inconnue, & qu'il fût question de la trouver; comme si quatre particuliers vouloient prendre une Ferme du Roi de 400000 liv. & que le premier y dût entrer pour $\frac{1}{2}$, le second pour $\frac{1}{4}$, le troisieme pour $\frac{1}{5}$, & le quatreme pour $\frac{1}{20}$, on demande combien chacun doit financer à cette même raison.

Pour découvrir la finance de chaque Associé, comme celle du premier, qui est pour $\frac{1}{2}$ ou 10 f. à l'égard de 20 sols, il faut tirer la moitié de 400000 liv. qui est la finance totale; il viendra 200000 liv. qu'il doit payer pour sa part.

Et pour avoir la finance du second, il faut tirer le quart des mêmes 400000 liv. il viendra 100000 liv. pour ce qu'il doit payer; ainsi des autres, comme il se voit par l'opération ci-dessous.

400000 Finance totale.

10 sols ou $\frac{1}{2}$	200000	Finance du premier Associé.
5 sols ou $\frac{1}{4}$	100000	Finance du second.
4 sols ou $\frac{1}{5}$	80000	Finance du troisieme.
1 sol ou $\frac{1}{20}$	20000	Finance du quatrieme.

Preuve 400000

Ayant ainsi tiré $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ & $\frac{1}{20}$ de la finance totale, si on ajoute les produits qui représentent les finances particulieres, on trouvera les mêmes 400000 liv. & c'est la preuve.

Il faut noter que, si on veut, on se servira de 12 den. pour dénoter le pied de la finance, aussi-bien que de 20 sols, pourvu que les parties de tous les Associés composent justement 20 s. ou 12 den. car si elles étoient excessives ou défectueuses, il s'ensuivroit que la finance seroit aussi excessive ou défectueuse; ce qui seroit chose absurde.

Regle de Trois inverse en nombre entiers.

Dans cette Regle, la mise de chaque Associé est considérée, & le temps aussi; mais pour rendre égalité de la mise & du temps en un seul nombre, il faut multiplier la mise d'un chacun par son temps; puis ayant ajouté tous les produits, qui ont même force que si c'étoient des mises en temps égal, on en posera la somme totale au premier terme d'une Regle de Trois; au second terme on posera le gain, s'il y en a, ou la perte, & au troisieme terme cha-

que produit particulier ; puis on fera autant de Regles de Trois qu'il y aura d'Associés, opérant au surplus comme à la Regle de Compagnie simple, ci-devant expliquée, pour trouver le gain ou la perte de chaque Associé.

Exemple.

Trois ont fait Compagnie pour négocier, & ont gagné 132 livres, on demande le gain de chacun à raison de la mise & de son temps.

	* Mises particulieres *		+ Produit des temps & mises. +
Le premier a mis	240	pour 6 mois	1440
Le second	517	4	2068
Le troisieme	300	2	600
	Somme des produits		4108

Il faut multiplier les mises d'un chacun par son temps comme 240, mise du premier, par 6 mois ; ainsi des autres, dont il vient trois produits, desquels la sommetotale est 4108, qu'il faut poser au premier terme d'autant de Regles de Trois qu'il y a d'Associés ; au second terme il faut poser 132 liv. qui est le gain total, & au troisieme le produit ou la mise de chaque Associé, & faisant les trois Regles de Trois, ou plus, s'il y avoit davantage d'Associés, il viendra le gain de chacun, comme il se voit ci-après.

Remarque. Dans cet endroit je me contenterai de mettre les trois Regles de Trois en disposition, & d'en donner la réponse au bout, sans en faire l'opération, supposant que ceux qui viennent jusqu'aux Regles de Compagnie, ont la connoissance de la Regle de Trois, & qu'ainsi, s'ils ont la curiosité d'examiner le compte, ils se donneront la peine d'opérer la Regle. On dira donc pour trouver le gain du premier :

	liv.	liv.	liv.	liv.	s.	d.	restes
Si 4108 gag.	132 comb.	1440	R. 46.	5.	4.		3968
		Pour le second :					
Si 4108	132	2068	R. 66.	8.	11.		3964
		Pour le troisieme :					
Si 4108	132	600	R. 19.	5.	7.		284
		Somme des gains	131.	19.	10.		8216
		Il manque			2. den.		

Preuve 132 l. 00

8216
——— (2 den.
4108

L'Addition ci-dessus fait connoître que la Regle est bien faite ; c'est pourquoi il n'est pas besoin de donner d'autre explication pour la preuve, attendu que cette preuve n'est point différente de celle que j'ai expliquée pour la Regle de Compagnie simple.

Il faut remarquer qu'en toutes les Regles de Compagnie, soit que le temps finisse à un temps préfix, ou qu'il soit anticipé par un de la société, on soudra alors le compte ; & cela n'est autre chose que si le temps de la soude du compte étoit le temps préfix de l'association.

Autre Exemple.

Trois ont fait compagnie ensemble pour 12 mois, & ont gagné 1000 liv. on demande le gain de chacun, à raison de sa mise & de son temps.

A a mis 700 livres, dont il a retiré 150 liv. au bout de 7 mois.

B a mis 1500 livres, dont il a retiré 450 liv. au bout de 5 mois.

C a mis 400 livres, & 5 mois après, il a encore remis 350 liv.

Pour donner à chacun ce qui lui appartient du profit, à raison de sa mise & de son temps, il faut raisonner pour chaque Associé, comme il suit.

Multipliez les 700 livres que le premier a mis par 7 mois, il viendra 4900, qu'il faut mettre à part, parce que les 700 liv. ont profité durant les sept premiers mois.

Ensuite il faut ôter les 150 liv. qu'il a retirées des mêmes 700 liv. il restera 550 liv. qui ont demeuré le reste du temps, qui est 5 mois : multipliant donc 550 par 5, il viendra 2750, qu'il faut ajouter à 4900, & la somme sera 7650 livres pour la mise du premier.

Pour trouver la mise du second, il faut considérer qu'il a mis 1500 liv. qui ont profité durant 5 mois. Multipliez donc 1500 par 5, il viendra 7500, que l'on mettra à part, & au bout de 5 mois il a retiré 450 liv. reste donc 1050 liv. qui ont demeuré 7 mois dans la Société ; puis multipliant 1050 liv. par 7 il viendra 7350 liv. qu'il faut ajouter à 7500 ci-dessus, & la somme sera 14850 pour la mise du second.

Enfin, le troisieme a mis 400 liv. qui ont demeuré 5 mois. Multipliez donc 400 par 5, il viendra 2000, qu'il faut garder à part. Au bout de 5 mois il a encore remis 350 liv. tellement qu'ajoutant les 400 liv. premieres avec les 350, la somme est 750 liv. qui ont profité durant les 7 derniers mois. Multipliant donc 750 par 7, il viendra 5250 ; puis ajoutant les 2000 trouvées ci-devant, avec les 5250 ci-dessus, le tout sera 7250 livres pour la mise du troisieme.

Ayant observé tout ce qui est dit ci-dessus, & trouvé la mise de chaque Associé ; savoir,

7650 liv. pour le premier.
14850 pour le second.
7250 pour le troisieme.

29750 liv. qui est la somme totale des mises.

Pour trouver le gain de chaque Associé, à proportion du gain total, qui est 10000 liv. il faut faire trois Regles de Trois, comme il a été enseigné dans les Regles de Compagnies ci-devant, à cause qu'il y a trois Associés, posant aux premiers termes la mise totale qui est 29750 liv. aux deuxiemes 1000 liv. gain total, & aux troisiemes les mises particulieres de chaque Associé.

Comme si on demandoit le gain du premier Associé; duquel la mise est 7650 liv. on dira :

Si 29750 liv. ont gagné 1000 l. combien 7650l. Faisant l'opération, il viendra au quatrieme terme, ce que l'on cherche pour le gain du premier. On observera le même ordre pour trouver le gain du second, & de même pour trouver le gain du troisieme.

Ceux qui seront curieux de voir la réponse, se donneront la peine de faire les trois Regles de Trois, par le moyen desquelles ils verront le profit de chaque Associé.

Quiconque aura bien pris garde à mon explication, touchant les Regles de Compagnie usitées ordinairement entre les Négociants, tant simples, ou en même temps, qu'à divers temps, résoudra aisément celles qui lui seront proposées de cette même sorte.

Pour les Regles de Compagnie qui contiennent des circonstances extraordinaires dans leur proposition, & qui sont plutôt de curiosité que de nécessité, & pour donner envie aux curieux de pénétrer dans les nombres, afin d'en découvrir la beauté,

il s'en verra plusieurs dans le Questionnaire que j'espere donner à la fin de mon Livre, c'est pourquoi je n'en parlerai pas plus amplement en ce lieu.

On a vu ci-dessus de quelle maniere les Sieurs R.** & B.*** ont critiqué la Regle d'escompte; on va voir qu'ils n'ont pas mieux réussi en critiquant la Regle de Compagnie par temps.

On ne discutera point ici toutes les raisons des Sieurs Rosslin, Lespart, Experts pour les comptes & calculs, Boulanger & Maget des Islettes; ce dernier dit qu'il n'a jamais vu pratiquer la Regle de Compagnie par temps; on se contentera seulement d'indiquer les Journaux de Verdun, pour que ceux qui voudront se donner la peine de les lire, sachent comment ces Messieurs vouloient bannir à jamais la Regle de Compagnie par temps de tous les Livres d'Arithmétique, comme inutile, impraticable, usuraire; il faut néanmoins en excepter M. Boulanger, qui s'opposa au bannissement, mais qui la trouva toujours impraticable dans le sens de M. le Gendre.

Il ne faut pas oublier M. de la Barre, qui dirigeoit les Mémoires des ennemis de la Regle en question. Le sieur Faure lui en fit des reproches, de même que sur sa partialité; aussi eut-on soin de dire dans le Journal de Février 1738, page 108, qu'il faut écouter M. Rosslin qui se défend lui-même.

Voici les Journaux qui condamnent la Méthode de Messieurs le Gendre, Baresme, le P. Prestet, le P. Renaud, &c. c'est-à-dire, tous les Auteurs qui ont traité de cette Regle.

Journaux de Verdun, Septembre 1736, page 185, Février, page 107, Avril, page 256, & Mai 1738, page 343.

Voici ceux où sont insérés les Mémoires du sieur

sieur Faure, pour la défense de ladite Regle; Décembre 1737, page 427; Mars, page 189; Août, page 157, Septembre 1738, page 236.

Pour prouver que la Regle de Compagnie par temps ne doit point être bannie des Livres d'Arithmétique, on va former ici deux demandes, avec leurs réponses & leurs objections.

Premiere Demande.

On demande, s'il n'y a jamais eu de Compagnie par temps en France: il me semble qu'on entend déjà les Adversaires de cette Regle dire: Non.

On répond que les Rentes sur l'Hôtel-de-Ville de Paris, sur le Bazacle, Moulin sur la Garonne, à Toulouse, la Compagnie des Indes, les emprunts du Clergé de France & ceux des Communautés de Paris, font des Compagnies par temps, où tous les Etats du Royaume reçoivent chacun selon sa mise & son temps.

Objection.

Mais, diront les Adversaires de la Compagnie par temps, on ne retire pas sa mise quand on veut. Cela est vrai, généralement parlant; cependant on fait des remboursements à l'Hôtel-de-Ville de Paris, depuis vingt-quatre à vingt-cinq ans, soit en Loteries, ou par d'autres voies que tout Paris connoît. On peut encore vendre son contrat; les Diocèses de Clermont-en-Auvergne, & de Poitiers, font des remboursements depuis trois à quatre ans. (Nous sommes en 1759.) Il y a des Communautés à Paris qui font des remboursements, quand il y a de l'argent dans leurs coffres. On peut encore être remboursé de ses Actions sur la Compagnie des Indes fort facilement, en vendant ses Actions & dixiemes d'Actions; quelquefois même on y gagne. On a donc des Compagnies par temps en France.

Seconde Demande.

On demande s'il y a usure à mettre son argent en

rente sur la Ville, au Moulin de Bazacle, à la Compagnie des Indes, de prêter de l'argent au Clergé, & aux Communautés de Paris.

Réponse. On a consulté des Docteurs, qui ont dit qu'il n'y avoit point usure, lorsque le Roi l'avoit permis, & fixé le dernier.

Il s'agit à présent de voir si on peut appliquer la méthode de la Regle de Compagnie par temps, sur les rentes de l'Hôtel-de-Ville, pour en démêler les intérêts qui soient confondus entre plusieurs Particuliers. Pour cet effet on forme la Regle suivante.

Un particulier étant chargé de recevoir les rentes de Masion, Saurin & Crommelin, ce particulier étant mort, on a trouvé un billet par lequel il est dit, que 400 livres comprennent l'intérêt de trois mois, au principal de 4000 liv. appartenant à Masion; l'intérêt de six mois, au principal de 5000 liv. appartenant à Saurin; & l'intérêt de neuf mois, au principal de 6000 liv. appartenant à Crommelin. On demande ce que doivent avoir Masion, Saurin & Crommelin, eu égard à leur temps & à leur mise.

Il faut multiplier 4000 liv. de Masion par trois mois, il viendra 12000 livres; 5000 liv. de Saurin par 6 mois, on aura 30000 liv. & 6000 livres de Crommelin par 9 mois, on aura 54000 livres; ces trois principaux multipliés par leurs mises, étant ajoutés ensemble, font 96000 liv. qu'il faut poser pour premier terme de trois Regles de Trois; le gain 400 livres, fera le deuxieme, & les mises multipliées par leur temps feront le troisieme, comme on voit ci-après.

Si 96000 gag. 400 l. comb. 12000. R. 50 l.
Si 96000 gag. 400 l. comb. 30000. R. 125 l.
Si 96000 gag. 400 l. comb. 54000. R. 225 l.

Ayant fait les trois Regles, il est venu pour Ma-

sion 50 livres, pour Saurin 125 livres, & pour Crommelin 225 livres. Voici comme on doit raisonner, pour savoir si Masion, Saurin & Crommelin retirent chacun ce qui leur doit revenir sur les 400 liv.

On dit, si Masion retire 50 livres pour 3 mois, c'est 200 liv. par an, par conséquent il faut diviser 4000 livres par 200, on aura 20 au quotient, c'est-à-dire, que les 4000 liv. lui ont porté intérêt au denier 20.

Si l'argent du premier a profité au denier 20, celui des autres a dû profiter au même denier: 5000 liv. au denier 20 donnent 250 livres par an; mais comme 5000 n'ont été que six mois, il faut prendre la moitié de 250, qui est 125, pour la part de Saurin; on dira encore, 6000 livres de Crommelin doivent rapporter 300 livres par an, & comme son argent n'a resté que neuf mois, qui est les trois quarts de l'année, il doit avoir les trois quarts de 300 livres, qui font 225. On voit par l'opération qu'on vient de faire, que l'argent des trois associés a profité au même denier. La Regle de Compagnie par temps n'est donc pas impraticable, usuraire, ni inutile. Voilà ce que M. Rollin & ses Adversaires n'ont point compris.

De ce qui vient d'être dit, on conclut qu'on peut pratiquer la Regle de Compagnie par temps entre Négocians & autres, & même on doit la préférer, lorsqu'on fait une Société pour acheter une seule fois une certaine quantité de marchandises, & qu'à mesure qu'on les vend, l'argent reste dans la caisse jusqu'à la fin de la Société; alors il est plus avantageux aux Associés de rembourser ceux qui sont pressés d'argent, lorsqu'il y en a dans la caisse, que de ne le pas faire; leur argent profite ailleurs, sans faire tort à ceux qui ne retirent pas le leur, comme on le verra ci-après.

Voici l'énoncé de M. Roslin inséré dans le Journal de Verdun, Septembre 1736, page 185.

» Trois, dit-il, ont fait Compagnie, le premier » Janvier 1729, pour acheter des marchandises : Masion a mis 4000 livres pour trois mois, disant » qu'il auroit droit de retirer au bout de ce temps; » ce qu'il a fait. Saurin a mis 5000 livres pendant » six mois; Crommelin a mis 6000 livres qui ont » été sous le Commis de la Compagnie, pendant neuf » mois. Il y a 9000 livres de gain pour les neuf » mois; il ajoute, suivant son compte, que cela » fait 3000 liv. tous les trois mois : On demande la » part de chaque, à proportion de son temps & de » sa mise.

» Il est évident, dit-il encore, que lorsqu'il y a » trois mois d'expirés, Masion qui n'a mis que pour » ce temps, doit dire, pour se faire rendre justice : » voyons le gain ou la perte, car mon temps est fini; faites-moi mon compte.... Et plus bas il fait » trois Regles de Trois en cette sorte :

» Si 15000 liv. 3000 liv. 4000 liv. R. 800
» Si 15000 liv. 3000 liv. 5000 liv. R. 1636 $\frac{7}{11}$
» Si 15000 liv. 3000 liv. 6000 liv. R. 3000

» Nous voyons, dit-il, que Masion doit avoir » 800 livres pour ses trois mois, & qu'il se retire. «

Voici Masion qui parle à M. Roslin, & qui lui dit : Ce n'est pas-là mon compte; nous avons gagné 3000 livres en trois mois, c'est pour moi 800 liv. cela est vrai; je ne veux point retirer ma mise à ce prix-là; j'entends partager avec la même portion, tant dans l'argent qui est dans la caisse, que dans les marchandises qui ne sont pas vendues : nous sommes à temps égal, ainsi nous partagerons tous à proportion de nos mises. Lorsque je me suis associé, j'ai entendu partager à proportion de ma mise

& de mon temps sur tout le gain ou la perte : mes marchandises seront vendues aussi-bien que les vôtres ; faisons un bilan général tout-à-l'heure. On demande à M. Roslin, si ce n'est pas la justice que Masion demande. Si Masion avoit acheté des marchandises pour ses 4000 livres, il auroit gagné 2400 livres, pendant que M. Roslin ne lui donne que 800 liv.

Or, pour ne commettre point d'injustice, il faut dire par Regle de Trois, après avoir multiplié chacun par son temps.

Si 96000 gag. 9000 comb. 12000. R. 1125.
Si 96000 gag. 9000 comb. 30000. R. 2812 $\frac{1}{2}$
Si 96000 gag. 9000 comb. 54000. R. 5062 $\frac{1}{2}$

Pour prouver que les Associés gagnent dans la même proportion que les rentes de la Ville, on fait la Regle suivante.

Si 400 livres donnent 50 liv. pour Masion, combien 9000 liv. lui donneront-ils. R. 1125.

Si 400 livres donnent 125 livres pour Saurin, combien 9000 livres lui donneront-ils. R. 2812 $\frac{1}{2}$.

Si 400 livres donnent 225 liv. pour Crommelin, combien 9000 liv. lui donneront-ils. R. 5062 $\frac{1}{2}$.

Voilà, sans injustice, ce que chaque Associé doit avoir pour sa part, & non 800 liv. pour Masion, que lui donne M. Roslin.

Pour finir la défense de la Regle de Compagnie par temps, on va faire la même question à temps égal. Alors mettant ensemble les mises 4000 liv. 5000 liv. & 6000 liv. on a 15000 liv. pour premier terme de chaque Regle de Trois, le gain 9000 liv. au second, & la mise de chaque particulier au troisieme.

Si

Si 15000 gag. 9000 comb. 4000. R. 2400.
Si 15000 gag. 9000 comb. 5000. R. 3000.
Si 15000 gag. 9000 comb. 6000. R. 3600.

On a dit plus haut qu'il étoit avantageux au bout de trois ou de six mois de rembourser, lorsqu'il y a de l'argent dans la caisse. Crommelin sert ici d'exemple : au lieu de $5062 \frac{1}{2}$ livres, il n'a que 3600 livres, & Masion, au lieu de 1125 livres, a 2400 liv.

On croit en avoir assez dit pour faire revenir M. Roslin de son erreur ; quand il voudra, on lui fournira encore d'autres preuves.

Il ne reste plus qu'à faire connoître la raison par laquelle on doit multiplier la mise par le temps, pour résoudre les Regles de Compagnie par temps.

Quand on multiplie la mise par temps, le produit qui en résulte gagne autant dans un mois que celui qu'on a multiplié gagne pendant son temps.

Exemple.

Si 4000 livres gagnent une somme au denier 20 pendant trois mois, 12000 livres, qui est le produit de 4000 liv. par trois mois, gagneront autant au même denier pendant un mois : 4000 liv. au denier 20 gagnent 200 liv. par an, pour trois mois c'est 50 liv. 12000 liv. au même denier gagnent 600 liv. par an, pour un mois c'est 50 liv.

Si 5000 livres au denier 20 gagnent en six mois 125 livres, 30000 liv. qui est le produit de 5000 liv. multipliés par 6 mois, gagnent autant en un mois : 30000 au denier 20 gagnent 1500 liv. par an ; donc pour un mois c'est 125 liv.

Si on multiplie encore 6000 liv. par 9 mois, on aura au produit 54000 liv. qui gagneront autant en

un mois, que 6000 liv. en 9 mois, l'un & l'autre au même denier 20.

Ce qui prouve que Mafion ayant mis 4000 liv. pour 3 mois, c'eſt comme s'il avoit mis 12000 liv. pour un mois.

Saurin ayant mis 5000 liv pour ſix mois, c'eſt comme s'il avoit mis 30000 liv pour un mois.

Et enfin Cromelin ayant mis 6000 liv. pour neuf mois, c'eſt comme s'il avoit mis 54000 livres pour un mois.

On voit par ce dernier raiſonnement que le temps étant égal pour les trois Aſſociés, on doit dire:

Si 96000, miſes de trois Aſſociés, gagnent 9000 liv. combien 12000, miſe de Maſion. R. 1125 liv. ainſi des autres.

DU MARC OU SOL LA LIVRE, ET DE SON USAGE.

Pour le département des Tailles, Subſiſtances, Décimes, ou autres deniers à impoſer, ou à diminuer; comme auſſi pour faire une diſcuſſion de banqueroute.

POUR impoſer une ſomme de deniers au marc la livre à pluſieurs proportionnellement, il faut premiérement chercher ce que doit porter une livre à l'égard de la ſomme qui eſt à impoſer ou diminuer; ce qui ſe fait par une Regle de Trois, poſant au premier terme la ſomme principale ſur laquelle on veut impoſer; au ſecond terme la ſom-

me à imposer ; & au troisieme une livre, ou 20 sols ; & faisant la Regle de Trois selon son précepte, il viendra au quatrieme terme ce que doit porter une livre.

Par exemple, supposé qu'il ait été ordonné au Conseil du Roi qu'il sera levé l'année présente la somme de 1200000 liv. d'augmentation plus que l'année passée sur ses Sujets contribuables au Tailles, on demande combien chacun doit payer de cette recrue, au prorata de ce qu'il a payé la derniere année.

Il faut premiérement distribuer ladite somme de 1200000 liv. à toutes les Généralités du Royaume, la part de chaque Généralité à ses Elections, la part de chaque Election à ses Paroisses, & la part de chaque Paroisse aux habitants d'icelle.

Pour faire cette Regle, il faut mettre en ordre d'addition les sommes que chaque Généralité a payées l'année derniere, dont je suppose la somme totale être 9600000, puis dire :

Si 9600000, qui est la somme principale, portent 1200000 de recrue, combien portera 1 livre ou 20 sols ? Faisant la Regle, on trouvera 2 sols 6 deniers pour livre.

Pour preuve, multipliez 9600000 liv. par 2 sols 6 den. qui est $\frac{1}{8}$ de 20 sols, il viendra 1200000 liv. qui est la recrue.

Et ainsi on voit que 2 sols 6 deniers est le pied sur lequel on doit faire l'imposition des 1200000 l. sur chaque Généralité.

Par exemple, si la Généralité de Paris avoit payé l'année derniere 1500000 l. pour sa taxe, on demande ce qu'elle doit payer de cette recrue : il faut tirer le huitieme de 1500000 l. à cause des 2 sols 6 deniers pour livre, il viendra 187500 livres pour sa part de ladite recrue.

Il faut faire le même pour trouver la taxe de tou-

tes les autres Généralités ; puis faisant addition de toutes les taxes particulieres, la somme totale d'icelles doit être égale à la recrue. Je laisse à la discrétion du Lecteur d'établir les sommes de chaque Généralité, desquelles est composée la somme principale, qui est 9600000 liv. ci-dessus.

Si la somme à imposer de nouveau étoit toujours quelque partie réguliere de la somme principale sur laquelle on la veut imposer; savoir, la huitieme, la douzieme, la seizieme, &c. comme dans l'exemple ci-dessus, où la recrue, qui est 1200000 livres, est la huitieme partie de 9600000 livres, somme principale ; en ce cas, il n'y a qu'à tirer cette même partie ; savoir, le huitieme de toutes les taxes particulieres l'un après l'autre, comme il se voit dans l'exemple ci-après, dont je ferai l'opération entiere.

Exemple d'un Département d'une Généralité sur ses Elections.

Supposé qu'une Généralité composée de huit Elections, paya l'année derniere 695844 livres pour somme principale, & que l'on lui envoie une recrue de 57987 livres, on demande combien chaque Election doit payer pour sa part de cette recrue.

Taxes particulieres des Elections.

La premiere Election a payé	96000 liv.
La deuxieme	87566
La troisieme	56789
La quatrieme	107567
La cinquieme	96000
La sixieme	87566
La septieme	56789
La huitieme	107567
Somme principale	695844

Ayant fait l'Addition ci-dessus, si on veut trouver ce que chaque Election doit porter pour sa part de la recrue, il faut dire par Regle de Trois,

Si 695844 liv. portent 57987 liv. combien 20 sols. 20 sols.

1159740

463896
1159740 (1 sol 8 6 6 7 8 2 (8 den.
695844 695844

R. 1 sol 8. den. pour la valeur de la livre, ou 20 sols, qui est le pied sur lequel on doit se régler pour faire la distribution ou répartiment.

Pour preuve que le pied ci-dessus est bon, il faut multiplier 695844 livres, somme principale, par 1 sols 8 deniers, en tirant le douzieme; parce que 1 sols 8 deniers est la douzieme partie de 20 sols, il viendra 57987 liv. qui est la recrue & la preuve.

Maintenant si on veut trouver ce que chaque Election doit porter de la recrue ci-dessus, qui est 57987 livres,

Il faut multiplier la taxe particuliere de chaque Election par 1 sol 8 den. en tirant le douzieme de ladite taxe, comme ci-dessus, & ce qui viendra au produit sera la part de la recrue de chaque Election, comme il se voit ci-dessous par l'opération de la Regle entiere.

Opération entiere de la Regle.

Elections.		Taxes anciennes.		Taxes de la recrue.		
1		*96000	est	8000 liv.		
2		87566	est	7297	3 sols	4 d.
3		56789	est	4732	8	4
4	Le douzie-	107567	est	8963	18	4
5	me de*	96000	est	8000		
6		87566	est	7297	3	4
7		56789	est	4732	8	4
8		107567	est	8963	18	4
Somme pr.		695844	recrue	57987 liv.		

Remarque. Mais si la somme à imposer n'est pas justement une partie réguliere de 20 sols à l'égard de la somme principale sur laquelle on veut faire l'imposition ; comme si on vouloit imposer 42793 livres 16 sols 8 deniers sur une Election qui payoit l'année derniere 256788 livres, & que l'on voulût savoir ce qu'elle doit payer pour sa part de cette nouvelle imposition, pour trouver le poids de la livre, il faut dire comme ci-devant par Regle de Trois :

Si 256788 liv. portent de recrue 42793 liv. 16 sols 8 deniers, combien 20 sols ?

Opérations.

Si 256788 liv. 42793 liv 16 f. 8 d. combien 20 f.
20

855876 fols 8 den.

85512 par 12	255788
855876	1026012
(3 fols	(3 den.
256788	256788

Ayant fait l'opération, il est venu 3 fols 3 d. pour livre, & reste 255788 den. qui ne se peuvent diviser.

Mais d'autant qu'il ne faut pas négliger ce reste, qui est une fraction de deniers fort approchante de l'entier, attendu que le reste susdit n'est différent du diviseur que de 1000 deniers, qui valent 4 livres 3 fols 4 den. il faut prendre le reste pour 1 denier; partant si on impose sur le pied de 3 fols 4 deniers pour livre, on imposera 4 liv. 3 fols 4 deniers plus que ladite recrue, lesquelles 4 livres 3 fols 4 deniers ne sont pas considérables, d'autant qu'il est facile d'ôter à l'œil ces 4 livres 3 fols 4 deniers sur toutes les Elections, à proportion de leurs taxes, pour faire la balance du compte de la recrue; au lieu que si on imposoit sur un moindre pied, comme sur 3 fols 3 den. $\frac{1}{4}$ & $\frac{1}{2}$, le compte ne se trouveroit pas assez fort; ou si on imposoit précisément selon la fraction de denier, l'opération en feroit trop pénible; c'est pourquoi il faut chercher le pied le plus approchant de l'entier que l'on peut, & suppléer ou ajouter le manque au produit de la Multiplication, ou diminuer à l'œil sur chaque contribuable ce qui se trouvera de plus, en prenant un denier entier au lieu d'une fraction.

Preuve.

Pour preuve que l'impofition fera trop forte de 4 livres 3 fols 4 deniers, fi l'on impofe fur ledit pied de 3 fols 4 deniers pour livre, multipliez la fomme principale, qui eft 256788 livres, en tirant le fixieme, parce que 3 fols 4 deniers eft le fixieme de 20 fols, il viendra 42798 livres, il ne devoit venir que 42793 liv. 16 fols 8 den.

Et fi, au contraire, on multiplie la même fomme principale par 5 fols 3 deniers $\frac{3}{4}$ & $\frac{1}{2}$, il viendra feulement 42664 livres 5 fols 1 denier $\frac{1}{2}$, & il devroit venir 42793 liv. 16 fols 8 deniers ; partant il viendra 129 livres 11 f. 6 deniers $\frac{1}{2}$ moins que la recrue, comme il fe voit par les opérations fuivantes.

256788 liv. à multip.		256788 liv.
par 3 fols 4 den.	par	3 fols 3 $\frac{3}{4}$ & $\frac{1}{8}$
$\frac{1}{6}$ 42798 liv.		25678 liv. 16 fols.
il faut ôter 4 l. 3 f. 4 d.		12839 8
		3209 17
refte 42793 l. 16 f. 8 d.	pour $\frac{1}{2}$	534 19 f. 6 d.
	pour $\frac{1}{3}$	267 9 9
	pour $\frac{1}{8}$	133 14 10 $\frac{1}{2}$
		42664 liv. 5 1 $\frac{1}{2}$

Mais fi je veux encore tirer la moitié du produit d'$\frac{1}{8}$, & encore la moitié de la moitié, & ainfi tant que je voudrai de partie en partie, je trouverai mon compte fort approchant de la recrue, peu plus ou moins, pour faire quelque impofition que ce foit, de grandes fommes ou petites.

Ce que deffus étant bien entendu, & le pied de l'impofition étant affuré pour ce que chaque livre doit porter par la preuve que j'en viens de faire à plus ou à moins, fi on veut donner à chaque Elec-

tion ce qu'elle doit porter de la recrue, on multipliera sa taxe derniere par le pied trouvé ; & toutes les multiplications étant faites, il faut faire addition de tous les produits qui représentent les taxes nouvelles de la recrue, la somme d'iceux doit être égale à la recrue, mais plus ou moins quelque chose, selon le pied plus fort ou plus foible que l'on aura trouvé & établi pour la valeur de chaque livre, observant, pour faire quadrer le compte, de rejetter s'il se trouve plus, ou d'ajouter s'il se trouve moins, comme je l'ai enseigné ci-devant.

Tout ce que dessus se doit entendre quant à l'usage de Messieurs les Commis des Intendants des Finances, qui n'ont à répartir une recrue que d'une Généralité sur ses Elections, lesquelles peuvent être au nombre de 12, 14, 16, 18, 20, &c. c'est pourquoi ayant trouvé un pied pour livre plus fort ou plus foible de peu de chose, il ne faut que multiplier la taxe derniere de cette Election par la valeur de la livre, & ajoutant les produits de toutes les multiplications, la somme des produits est la recrue, plus ou moins peu de chose, qu'il faut ôter ou ajouter, comme il a été enseigné.

Celà supposé entendu, s'il est question d'imposer ensuite la part de la recrue de chaque Election sur ses Paroisses, qui seront peut-être au nombre de 130, ou plus ou moins, s'il y échet, ou même d'une Paroisse sur ses Habitants, qui seront peut-être aussi 150, ou plus ou moins, alors il est nécessaire de trouver ce que doit porter une livre, comme ci-dessus, même 1 sol, comme aussi 1 den. lequel pied doit être juste, ni trop fort ni trop foible, afin de pouvoir sur icelui dresser un Tarif exact, par le moyen duquel, sans faire aucune multiplication, on pourra recueillir les parties proportionnelles, qui, étant ajoutées, donneront la somme que chaque contribua-

ble doit payer pour sa part de la recrue. C'est de quoi il sera parlé ci-après.

De la maniere de dresser un Tarif, & de son usage.

LE Tarif sert à départir une somme de deniers proportionnellement à une grande quantité d'autres sommes.

Comme si on disoit : Une Election payoit l'année derniere 216000 livres de Tailles, & le Roi ayant ordonné qu'il seroit levé une somme de deniers sur les contribuables aux Tailles, il se trouve que cette Election est taxée, par sa commission, à 25920 liv. pour sa part de la recrue : il est question de dresser une Table proportionnelle que l'on appelle Tarif, pour faire la distribution de cette recrue aux Paroisses de ladite Election, & de la recrue des Paroisses aux Habitants d'icelles.

Avertissement.

Quoique dans la somme principale & dans la recrue ci-dessus dont il est question, il n'y ait point de sols ni de deniers, néanmoins il ne faut pas laisser d'établir la valeur d'un denier dans la Table dudit Tarif que l'on veut dresser, parce qu'il peut arriver qu'il y aura des sols & deniers aux sommes particulieres dont cette somme principale, ou telle autre que l'on voudra proposer, sera composée.

Pour donc commencer à dresser le Tarif, il faut poser tous les deniers depuis 1 jusqu'à 11, & les sols depuis 1 jusqu'à 10, négligeant les autres jusqu'à 19, parce qu'ils sont compris depuis 1 jusqu'à 10.

Il faut aussi poser les livres depuis 1 jusqu'à 10, puis écrire 20, 30, 40, &c. les autres nombres de suite jusqu'à 100, & consécutivement 200, 300, 400, &c. jusqu'à 1000, puis 2000, 3000, &c. jusqu'à 10000; enfin 20000, 30000, &c. jusqu'au plus grand nombre qu'il sera besoin.

Cela étant fait, il faut poser au-devant de chaque nombre sa partie proportionnelle; par exemple, à l'égard d'un denier, d'un sol, d'une livre, de 100 livres.

Mais il faut remarquer que c'est à celui qui dresse le Tarif, de juger par quelle partie il doit commencer; par exemple, s'il y a des livres, sols & deniers aux sommes particulieres, il faut commencer par la partie proportionnelle de 1 denier, & ensuite par celle d'un sol, & après par celle d'une livre.

Et d'autant que d'ordinaire, quand il y a plusieurs sommes sur lesquelles on veut imposer, comme les sommes des Paroisses d'une Election, & celles des Habitants d'une Paroisse, il y en a quelques-unes composées de livres, sols & deniers, par cette raison j'estime, si l'on veut faire le département tout juste, qu'il faut commencer à établir premiérement la valeur d'un denier, qui ne peut être qu'une fraction, & poser cette fraction au-devant d'un denier, comme dans l'exemple ci-dessus, où la partie proportionnelle d'un denier est $\frac{25920}{216000}$ livres, ou par réduction à plus petits nombres $\frac{3}{25}$, d'autant qu'il faut toujours éviter d'opérer par de grandes fractions, quand on en peut trouver de petites qui fassent la même valeur; on posera donc $\frac{3}{25}$ vis-à-vis d'un denier.

Et pour avoir la partie proportionnelle de 2 den. il faut doubler $\frac{3}{25}$, il viendra $\frac{6}{25}$, que l'on posera vis-à-vis de 2 deniers, & vis-à-vis de 3 den. on posera $\frac{9}{25}$, & ainsi en continuant jusqu'à 1 sol, où il se

trouve $\frac{36}{25}$, qui valent 1 den. & $\frac{11}{25}$ que l'on posera au-devant d'un sol.

Au-devant de 2 sols, on posera le double; savoir, 2 deniers & $\frac{22}{25}$; au-devant de 3 sols, le triple de la valeur d'un sol, & ainsi de suite jusqu'à 10 sols, ou jusqu'à 20 sols, qui sont 1 livre, si l'on veut, parce que le double de 10 sols donne la valeur de 20 sols; savoir, 2 sols 4 deniers $\frac{4}{5}$, que l'on posera vis-à vis d'une livre.

Pour 2 livres on doublera 2 sols 4 den. $\frac{4}{5}$, il viendra 4 sols 9 deniers $\frac{3}{5}$, & ainsi de suite jusqu'à 10 liv. & de 10 liv. jusquà 100 liv. & de 100 liv. jusqu'à 1000 liv. & de 1000 liv. jusqu'à 10000 liv. & de 10000 liv. jusqu'à 100000 livres, ainsi de suite jusqu'à plus grand nombre, s'il est besoin, comme il se voit par l'opération du Tarif, dans la page qui suit.

Preuve du Tarif.

Pour prouver que le Tarif est bien dressé, il faut poser la somme principale à la fin du Tarif, & ayant recueilli les parties proportionnelles de la somme principale, qui est 216000 livres, & icelles posées au-devant, la somme desdites parties proportionnelles doit être égale à la recrue qui est 26920 livres.

Quoique dans les parties propotionnelles de la somme principale dont il est question, il ne se trouve point de sols, ni de deniers, ni même aucune fraction de deniers, néanmoins il se peut faire qu'il y en aura dans les sommes particulieres desquelles elle est composée; c'est pourquoi il est à propos de dresser le Tarif, en commençant par la valeur d'un denier, comme étant le chemin le plus assuré pour faire son imposition toute juste.

Table du Tarif.

Principal.	Parties proportionnelles.	Princip.	Parties proportionelles.
1 den. porte	0 den. $\frac{3}{25}$	5 l. port.	12 sols 0
2	$\frac{6}{25}$	6	14 4 $\frac{4}{5}$
3	$\frac{9}{25}$	7	16 9 $\frac{3}{5}$
4	$\frac{12}{25}$	8	19 2 $\frac{2}{5}$
5	$\frac{15}{25}$	9	1 liv. 1 7 $\frac{1}{5}$
6	$\frac{18}{25}$	10	1 l. 4 s.
7	$\frac{21}{25}$	20	2 8
8	$\frac{24}{25}$	30	3 12
9	1 den. $\frac{2}{25}$	40	4 16
10	1 $\frac{5}{25}$	50	6
11	1 $\frac{8}{25}$	60	7 4
1 sol porte	1 den. $\frac{11}{25}$	70	8 8
2	2 $\frac{22}{25}$	80	9 12
3	4 $\frac{8}{25}$	90	10 16
4	5 $\frac{19}{25}$	100	12
5	7 $\frac{5}{25}$	200	24
6	8 $\frac{16}{25}$	300	36
7	10 $\frac{2}{25}$	400	48
8	11 $\frac{13}{25}$	500	60
9	1 sol. 0 $\frac{24}{25}$	600	72
10	1 2 $\frac{2}{5}$	700	84
1 liv.	2 4 $\frac{4}{5}$	800	96
2	4 9 $\frac{3}{5}$	900	108
3	7 2 $\frac{2}{5}$	1000	120
4	9 7 $\frac{1}{5}$	2000	140

Principal.	Parties proportionnelles.
3000	360
4000	480
5000	600
6000	720
7000	840
8000	960
9000	1080
10000	1200
20000	2400
30000	3600
40000	4800
50000	6000
60000	7200
70000	8400
80000	9600
90000	10800
100000	12000
200000 ℔ porte	24000
10000	1200
6000	720
216000	25920

On voit que les parties proportionnelles de la somme principale rapportent juste la recrue, & c'est la preuve *.

* Ayant ainsi dressé la Table du Tarif, si on veut savoir combien une Paroisse qui payoit l'année derniere 1568 liv. 16 s. 8 den. doit payer cette année pour sa part de la recette proposée,

Il faut prendre les parties proportionnelles qui sont à l'endroit de 1000, de 500, de 60 & de 8 liv. & encore vis-à-vis de 10 sols, de 6 sols, & de 8 deniers, comme il se voit par l'opération ci-après, & ajoutant lesdites parties proportionnelles en une somme, ce qui viendra sera la taxe de la Paroisse susdite; & ainsi se trouveront les taxes des autres Paroisses.

1568 liv. 16 s. 8 d. Taxe de ladite Paroisse.

1000 liv. portent	120 liv.
500	60
60	7 4 sols
8	0 19 2 d. $\frac{10}{25}$
10 sols.	0 1 2 $\frac{10}{25}$
6	0 0 8 $\frac{15}{25}$
8 d.	0 0 0 $\frac{24}{25}$
1568 liv. 16 s. 8 d.	188 liv. 5 s. 2 d. $\frac{10}{25}$.

Ayant recueilli les parties proportionnelles de la somme principale selon l'ordre du Tarif, comme ci-dessus, il se trouve qu'une Paroisse qui payoit l'année derniere la somme de 1568 liv. 16 sols 8 den. paiera 188 liv. 5 sols 2 den. $\frac{10}{25}$ pour la présente recrue, ainsi des autres.

Voilà la maniere d'imposer une grand somme sur plusieurs autres, & c'est à quoi Messieurs les Officiers de chaque Election doivent bien prendre garde, quand ils voudront asseoir les Tailles sur les Paroisses de leur Election, lorsqu'il y a recrue ou diminution ; car si les Tailles étoient toujours en même état, on n'auroit qu'à se servir des anciens rôles.

Département des Décimes.

Il n'y a point de différence du département des décimes au département des Tailles, quant à l'imposition de quelque nouvelle levée de deniers, sinon qu'en matiere de Tailles, au lieu de dire imposer de la Généralité sur les Elections, des Elections sur les Paroisses, & des Paroisses sur les Habitants, à l'égard des décimes, on distribue la levée nouvelle par Province, de chaque Province aux Dioceses d'icelle, & des Dioceses aux Bénéficiers contribuables ; c'est pourquoi je me contenterai de ce que je viens de dire sur ce sujet.

Si au contraire le Roi ordonnoit une décharge sur ses Sujets au lieu d'une recrue, il faudroit operer de même façon pour trouver la diminution de chaque contribuable, soit en matiere de tailles, ou de décimes, & l'ôter de la taxe de l'année derniere, au lieu qu'il y faut ajouter, en matiere d'augmentation, ou de recrue.

Discussion de Banqueroute.

Comme d'ordinaire, quand il se fait une banqueroute, il y a quantité de créanciers qui y sont intéressés, ainsi, s'il est question de partager au marc ou sol la livre, quelques effets que l'on a trouvés appartenants à celui qui a fait faillite; par exemple, si quelqu'un avoit fait banqueroute de 216000 liv. & que ses effet ne fussent estimés qu'à 45920 liv. on demande comment il faudroit faire pour donner à chaque créancier sa part desdits effets proportionnellement à ce qui lui est dû. Il faut dresser aussi un Tarif comme celui ci-devant pour l'imposition des tailles, par le moyen duquel on pourra donner justement à chaque créancier ce qui lui appartient desdits effets, montants à 45920 liv. tout ainsi que j'ai enseigné qu'il faut faire pour trouver ce qu'il faut que chaque paroisse paie de taxe pour sa part d'une recrue envoyée à l'Election de laquelle elle dépend.

Par exemple, s'il étoit dû à un créancier la somme de 1568 livres 16 sols 8 deniers, & qu'il fût question de savoir ce qui lui reviendra des effets ci-dessus nommés; ayant dressé le Tarif comme il se voit ci-devant, il faut recueillir dans icelui les parties proportionnelles de la dette dudit créancier, qui est 1568 livres 16 sols 8 deniers; & faisant addition desdites parties, on trouvera 333 livres 10 sols 5 deniers $\frac{42}{135}$ qu'il retirera pour sa part desdits effets, au lieu de 1568 livres 16 sols 8 deniers qui lui sont dûs.

Il y en aura qui me pourront objecter que c'est une grande peine de dresser un Tarif juste, particuliére-

ment quand les deux sommes, tant celle sur laquelle on impose, que celle à imposer, sont composées de livres, sols & deniers : j'avoue qu'il est bien fâcheux & pénible à ceux qui ne savent pas bien l'Arithmétique, particuliérement les fractions ; parce que, quand il y a livres, sols & deniers à toutes les deux sommes, pour trouver le pied d'un denier, il faut réduire les deux sommes chacune en deniers, & posant les deniers de la somme à imposer sur les deniers de la somme sur laquelle on impose, ce qui vient, qui est une fraction, c'est la valeur ou le pied d'un denier.

Pour avoir la valeur de 2 deniers, il faut multiplier le numérateur de la fraction, c'est-à-dire, les deniers à imposer par 2, & diviser le produit, s'il est assez grand, par le dénominateur de ladite fraction, c'est-à-dire, par les deniers de la somme sur laquelle on impose ; il viendra 2 deniers au quotient de la division, & s'il reste quelque chose, on l'écrira de suite dessous pour numérateur, & le dénominateur sera réservé à l'écart sur le papier ; parce que ce seroit trop de peine de l'écrire à chaque opération. Mais si le produit de la Multiplication des 2 deniers ne se peut diviser, on l'écrira en son rang sous la valeur d'un denier.

Et si on veut avoir le pied de 3 deniers, on multipliera la valeur d'un denier par 3, observant pour le produit le même ordre que ci-dessus, & ainsi en continuant jusqu'à 12 deniers qui valent 1 sols, au-devant duquel on posera la partie proportionnelle trouvée.

Ayant la valeur ou le pied d'un sol, si on veut avoir la valeur de 2 sols, il faut multiplier cette valeur d'un sol par 2, & le produit sera la valeur de 2 sols ; ainsi de suite jusqu'à 20 sols, au-devant desquels on posera leur valeur.

On continuera le Tarif de suite jusqu'au plus

grand nombre de livres contenues dans la somme principale.

Par exemple, si on proposoit d'imposer 12000 *liv.* 16 sols 8 den. sur 60000 liv. 13 sols 4 den. on demande le pied ou la valeur d'un denier, afin de dresser un Tarif comme ci-devant, pour la distribution de la somme ci-dessus proposée sur quantité de sommes particulieres qui composent la somme principale, qui est 60000 liv. 13 sols 4 den. sur laquelle il faut imposer.

Il faut réduire, comme il vient d'être dit, la somme à imposer qui est 12000 livres 16 sols 8 den. il viendra 2880200 den.

Il faut aussi réduire la somme principale, qui est 60000 liv. 13 sols 4 deniers en deniers, il viendra 14400160.

Cela fait, il faut poser ces deux sommes de den. l'une sur l'autre, il viendra $\frac{2880200}{14400160}$, & c'est la valeur d'un den., que l'on peut réduire à plus petite dénomination, savoir, à $\frac{72005}{360004}$.

On posera donc au-devant d'un denier 72005, laissant à part 360004 qui est dénominateur ou diviseur, pour s'en servir quand il en sera besoin.

Et au-devant de 2 den. on posera le double, qui est 144010 que l'on écrira au-dessous de 72005.

Et au-devant de 3 den. le triple de 1 den. ainsi de suite jusqu'à 12 deniers qui valent 1 sol, où il se trouve 2 deniers, & 144052 de reste, comme il se voit par l'opération que j'ai commencée exprès pour faire voir comment il en faut user en pareille rencontre.

		72005
		+ 12
1 denier porte,	72005	————
2 deniers	144010	864060
3 deniers	216015	
4 deniers	288020	144052
5. deniers	360025	864060
6 deniers	432030	———— (2 d.
1 sol porte 2 den. +	144052	360004
2 sols portent 4 den.	288104	

On continuera de même ordre jusqu'à 10 sols, où l'on trouvera 2 sols & $\frac{504}{360024}$ de reste, on dira donc :

10 sols portent	2 sols	0 den.	504
1 liv.	4		1008
2	8		2016

En continuant l'opération jusqu'à 10 liv. où la partie proportionnelle sera 2 livres 0 sols 0 den. & $\frac{10080}{864024}$ de reste, on dira :

10 liv. portent	2 liv.	0 sols	0 den.	10080
20	4			20160

Ainsi de suite jusqu'à 100 liv. de 100 liv. jusqu'à 1000 liv. & de 1000 livres jusqu'à tel autre grand nombre que l'on voudra, observant le même ordre que dans le Tarif ci-devant, dont j'ai dressé la Table entiere, pour servir de modele à tous les autres dont on aura besoin dans les rencontres.

On me pourra encore dire que s'il étoit question de faire un rôle pour imposer la recrue d'une Paroisse, ce seroit une chose trop inconnue de commencer par une grande fraction de den. pour dresser le Tarif pour ladite imposition comme ci-devant; mais pour rendre la chose plus facile, il faut chercher combien la somme à imposer est pour livre de la somme principale, par l'ordre enseigné ci-devant, pages 293 & 294.

Par exemple, si le diviseur étoit 435678 livres, &

qu'il fût venu 3 sols 5 den. pour liv. & 216934 de reste ; alors il faut commencer par le Tarif, posant premiérement 1 livre & 3 sols 5 den. obole ou ½ d. au-devant pour le pied d'une livre, parce que le reste de la division est environ ½ du diviseur ou peu moins ; & si le reste eût été environ ¼ du diviseur ou une autre partie, on mettroit ¼ de den. ou telle autre partie de denier, que le reste est du diviseur ou environ.

Ayant ainsi trouvé la valeur d'une livre, pour trouver la valeur de 10 sols en descendant, il faut prendre la moitié de la valeur de 1 livre, prenant le dixieme de la valeur de 10 sols, ce sera la valeur de 1 sol ; & si de la valeur d'un sol, on en tire le douzieme, on aura la valeur d'un denier, mais non pas si juste, comme il se peut faire par la maniere ci-devant.

Et pour rehausser d'une livre juqu'à 10 livres, il faut observer l'ordre du Tarif ; & par ce moyen on dresse aisément la Table proportionnelle ; & étant dressée, les plus simples peuvent avec la plume ou le jeton recueillir les parties proportionnelles, & donner à chaque Habitant ce qu'il doit porter pour sa part de la recrue.

On peut observer le même ordre pour faire la discussion d'une banqueroute.

REGLE TESTAMENTAIRE.

La Regle testamentaire se pratique dans la distribution des legs faits par un Testateur, & néanmoins se peut aussi accommoder dans le commerce.

Premiere Question.

Soit proposé un Testateur avoit laissé à ses héritiers, qui sont trois, la somme de 432 livres, mais à telle condition, que quand le premier en prendra la moitié l'autre en prenne le tiers, & l'autre le quart; on demande ce qu'ils doivent avoir chacun.

Il faut entendre les parties de moitié, tiers & quart à l'égard d'un certain tout, comme seroit le nombre, 12, 24, ou 48, &c. non pas à l'égard de cette somme 432 livres qui est léguée, d'autant que les parties portées par le testament excedent l'entier.

Mais cela est entendu, que prenant, comme il vient d'être dit, un entier, comme 12, qui ait moitié, tiers, & quart, toutes les parties mises ensemble; savoir 6, & 3 font $\frac{3}{14}$, c'est-à-dire, plus que l'entier, & que pour faire la distribution desdits 432 livres en cette même raison, il n'y a qu'à suivre l'ordre de la Regle de Compagnie naturelle. Faisant donc les trois Regles de Trois, il viendra à chacun la part de chaque héritier, comme il se voit par l'opération.

	12 nombre supposé,		432 somme léguée,	
$\frac{1}{2}$	6	Si 13 liv.	432 liv. combien	6 liv.
$\frac{1}{3}$	4	Si 13	432	4
$\frac{1}{4}$	3	Si 13	432	3
	13			

Faisant les trois Regles de Trois :

il viendra au *	* premier	199 l.	7	8 d.	$\frac{4}{13}$
	deuxieme	132	18	5	$\frac{7}{13}$
	troisieme	99	13	10	$\frac{2}{13}$

Somme 432 l. & c'est la preuve.

Autre Question.

Mais si les conditions du testateur étoient telles que l'on ne trouvât pas commodément un nombre à plaisir, dans lequel fussent contenues les parties demandées ; par exemple, si quelqu'un donnoit par testament 1000 livres à quatre personnes, à condition que le premier en eût $\frac{1}{2}$, le second $\frac{1}{5}$, le troisieme $\frac{1}{7}$, & le quatrieme $\frac{1}{9}$, alors il faut multiplier tous les dénominateurs de suite ; & le produit 630 sera le nombre qui aura $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{9}$, comme il se voit par l'opération.

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{9}$

$$\begin{array}{r} 70 \\ 9 \\ \hline 630 \end{array}$$

630 nombre requis duquel les parties de moitié, cinquieme, septieme & neuvieme, qui sont 315, 126, 90, 70, étant ajoutées, font 601, qui est le premier terme des quatre Regles de Trois, 1000 liv. somme à partager, le deuxieme, & chaque partie particuliere le troisieme ; puis opérant au surplus selon la Regle de Compagnie, viendra la part de chacun, comme à la question ci-dessus.

Autre Question.

Et si quelqu'un avoit laissé par testament 100 livres à trois héritiers, à condition que le premier en prendroit les $\frac{3}{5}$, le deuxieme les $\frac{4}{9}$ & le troisieme les $\frac{5}{12}$, pour trouver le nombre contenant ces parties-là, il faut multiplier, comme je viens de dire, les trois dénominateurs, 5, 9 & 12 entr'eux, il viendra 540 pour le nombre que l'on cherche, dont on tirera les $\frac{3}{5}$, les $\frac{4}{9}$ & $\frac{5}{12}$, qui feront les nombres auxquels on distribuera la somme de 100 livres ci-dessus proposée.

Opération.

	60		540
$\frac{3}{5}$ $\frac{4}{9}$ $\frac{5}{12}$	9	$\frac{3}{5}$	324
		$\frac{4}{9}$	240
	540	$\frac{5}{12}$	225
			789 premier terme.

Ayant ainsi disposé la Regle, le reste est facile, parce que c'est comme s'il y avoit 100 liv. à partager entre trois Associés, dont le premier auroit mis 324 livres, le deuxieme 240 liv. le troisieme 225 l. & faisant trois Regles de Trois, comme à la Regle de Compagnie, il vient à chacune la part de chaque Associé : on dira donc pour le premier :

Si 789 liv. 100 324 liv.

Pour le second :

Si 789 100 240

Pour le troisieme :

Si 789 100 225

Ceux qui voudront savoir la réponse, feront les Regles ci-dessus, avec la preuve, comme il a été enseigné.

Autre Question.

Un homme faisant testament, a laissé 1456 livres à sa femme qui étoit enceinte, à cette condition que si elle enfante un fils, il aura $\frac{2}{3}$ de ladite somme, & sa femme l'autre troisieme partie ; mais si elle enfante une fille, la femme aura les $\frac{2}{3}$, & la fille le reste. Or, il arrive que la femme enfante un fils & une fille, on demande la part de la mere, du fils & de la fille, afin de satisfaire à la volonté du Testateur.

Il faut considérer que la part du fils étant double de celle de la mere, celle de la mere doit être double de celle la fille ; par conséquent si on suppose 4 pour le fils, la mere aura 2, & la fille 1, les-

quelles trois parties font 7 ; prenant donc la septieme partie de 1456 liv. il viendra 208 liv. pour la part de sa fille, & pour la mere 416 liv. qui est le double de la fille, & 832 liv. pour le fils, & c'est fait comme il se voit par l'opération.

	1456 somme à partager.
1 pour la fille $\frac{1}{7}$	208 part de la fille.
2 pour la mere	416 part de la mere.
4 pour le fils	832 part du fils.
7 Somme à partager.	1456 l. & c'est la preuve.

Autre Question.

Un Marchand étant tombé malade, & faisant testament, a laissé à sa femme enceinte 4000 liv. pour être partagées, à condition que si elle enfante un fils, il aura 3000 liv. & la mere le reste; mais si elle enfante une fille, elle aura 3000 liv. & la fille le reste. Or, il arrive qu'elle enfante un fils & deux filles, on demande comment il faut faire pour exécuter la volonté du testateur, selon les conditions proposées.

Il faut considérer, puisque le fils doit avoir trois fois autant que la mere, quand le fils prendra 9, la mere n'aura que 3 ; & comme la part de la fille est à celle de la mere en même raison que celle de la mere est à celle du fils, la mere prenant 3, chacune des deux filles aura 1.

Tellement qu'il faut distribuer les 4000 l. en cette proportion de 9, 3, 1, & 1, lesquelles parties étant ajoutées, font 14 pour le premier terme, d'autant de Regles de Trois qu'il y a d'Associés.

Mais pour éviter de faire quatre Regles de Trois, il faut trouver ce qui appartient à la plus petite portion, qui est 1, disant :

Si 14 ont 4000 liv. combien 1.

Il faut diviser 4000 liv. par 14, ce qui se fera

pour

pour le plus court, en prenant le septieme de la moitié de 4000 liv. il viendra 285 liv. $\frac{5}{7}$ pour chaque fille.

Ayant trouvé la part de chaque fille, il est facile de trouver les autres, parce que, multipliant la part d'une fille par 3, il viendra la part de la mere; & la part de la mere étant multipliée aussi par 3, il viendra la part du fils, comme il se voit par l'opération,

4000 liv. à partager.

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{8}$

2000		
285	$\frac{5}{7}$	part de la fille.
285	$\frac{5}{7}$	part de la sœur.
857	$\frac{1}{7}$	part de la mere.
2571	$\frac{3}{7}$	part du fils.

Somme 4000 liv. & c'est la preuve.

Autre Question.

Un homme faisant testament, a laissé à sa femme, qui étoit enceinte, 855 livres, à telle condition, que si elle accouche d'une fille, elle aura la moitié de ses biens, & la fille la troisieme partie; & si elle enfante un fils, il veut qu'il en ait la moitié, & la mere le tiers; mais il arrive qu'elle accouche d'un fils & d'une fille: on demande comment l'on doit faire pour exécuter la volonté du Testateur.

Construction.

Il faut considérer que la part du fils à celle de la mere est en proportion, comme $\frac{1}{2}$ à $\frac{1}{3}$, ou comme 3 à 2 (à l'égard de 6, & la volonté du Testateur est que la portion de la fille soit à celle de la mere, comme celle de la mere est à celle du fils; il faut donc trouver un nombre qui soit au-dessous de 2, comme 2 est au-dessous de 3, ce qui se trouvera en disant: Si 3 pour le fils n'en donnent que 2 pour

la mere, que donneront les 2 de la mere à la fille, faisant la Regle, il viendra 1 $\frac{1}{3}$ pour la fille.

Opération.

Si 3 . . . . . . 2 . . . R. 1 $\frac{1}{3}$
multipliez par 2

vient 4

tirez $\frac{2}{3}$, il viendra 1 $\frac{1}{3}$

Puis assemblant 3, 2 & 1 $\frac{1}{3}$, il viendra 6 $\frac{1}{3}$ pour premier terme; on dira donc:

Si 6 $\frac{1}{3}$ 855	3	R.	405 liv.
	2	R.	270
	1 $\frac{1}{3}$	R.	180
Somme à partager			855 liv. & c'est

la preuve.

Et pour seconde preuve & plus assurée, je dis que 405 liv. 270 & 180, sont en proportion comme 3, 2 & 1 $\frac{1}{3}$ entr'eux, ce qui se peut voir par les deux Regles de trois suivantes.

Si 3 405 liv. 2 R. 270 }
Si 2 270 1 $\frac{1}{3}$ R. 180 } ainsi des autres.

De l'État de l'extraordinaire des Guerres.

PREMIEREMENT, pour la paie d'un Régiment, il y a l'Etat-Major, qui est composé,

Du Mestre-de-Camp,
Sergent-Major,
Aide-Major,
Maréchal-des-Logis,
Aumônier,
Et Chirurgien.

Leur paie par montre.

Le Meſtre-de-Camp reçoit	100 liv.
Le Sergent-Major,	150
L'Aide-Major,	100
Le Maréchal-des-Logis,	60
L'Aumônier,	30
Le Chirurgien,	30
Somme pour l'Etat-Major,	470 liv.

Pour une Compagnie par montre.

Le Capitaine reçoit	150 liv.
Le Lieutenant,	60
L'Enſeigne,	35
Les deux Sergents,	36
Les deux Caporaux,	32
Les deux Anſpeſſades,	30
80 ſimples Soldats, à 12 liv. chacun,	960

Fonds d'une Compagnie par montre, 1303 liv.

Et pour ſavoir quel fonds il faut pour 20 Compagnies, à cette même raiſon, il faut multiplier la paie d'une Compagnie par 20, & le produit ſera la ſomme qu'il faut pour toutes les 20 Compagnies, à laquelle il faut ajouter la ſomme de l'Etat-Major, & le tout ſera la paie d'un Régiment entier, comme il ſe voit ci-deſſous.

1303, paie d'une Compagnie, à multiplier par 20

26060
470, paie de l'Etat-Major.

26530 liv. pour le fonds de 20 Compagnies.

Pour la paie de la Cavalerie par montre.

Pour la paie de l'Etat-Major, il y a 500 liv.
Pour avoir le paiement d'un Régiment, il faut avoir la paie d'une Compagnie; savoir,

Pour le Capitaine, il faut	470
Pour le Lieutenant,	265
Pour le Cornette,	195
Pour les Cavaliers, savoir, 60 Maîtres, à 45 liv. chacun,	2700
Somme	3630 liv.

pour la paie d'une Compagnie de Cavalerie.

Et si on veut avoir la paie de 8 Compagnies, il faut multiplier par 8 la somme ci-dessus, qui est pour chaque Compagnie, il viendra 29040 liv. pour la paie des 8 Compagnies; puis ajoutant au produit les 500 liv. pour l'Etat-Major, la somme sera 29540 liv. pour le paiement entier d'un Régiment de Cavalerie de 8 Compagnies.

Opération.

3630 liv. à multiplier.
par 8 Compagnies.

29040 liv. pour 8 Compagnies.
500 pour l'Etat-Major.

Somme 29540 liv. pour la paie d'un Régiment de Cavalerie de 8 Compagnies.

Il faudroit opérer de même ordre, si'l y avoit plus ou moins de Compagnies à chaque Regiment.

REGLE DE FAUSSE POSITION.

Avertissement.

Comme il y a quantité de questions à faire sur les Regles de fausse position, tant simple que double, sur les progressions arithmétiques & géométriques, comme aussi sur les racines quarrée & cubique, je me contenterai de donner l'explication des préceptes, avec quelques exemples, pour en faire voir les opérations, renvoyant pour les questions au Questionnaire que j'espere donner à la fin de mon Livre.

L'usage de la Regle de fausse position est de trouver une chose requise par une supposition autre que la vérité, participant néanmoins aux conditions de la chose demandée. Cette Regle est double, simple, ou composée.

La Regle de fausse position simple se résoud ordinairement par une seule Regle de Trois, & en voici un exemple.

On veut trouver un nombre duquel la moitié, le tiers & la quart fassent 52 : la fiction de la Regle est dire : Ce nombre peut être quelque nombre de la nature de ceux qui contiennent moitié, tiers & quart. On en prend un de ceux-là, quel qu'il soit, comme 12, dont la moitié est 6, le tiers 4, & le quart 3, lesquelles parties de moitié, tiers & quart, étant ajoutées, font 13, & nous cherchons 52 ; partant ce n'est pas la vérité que le nombre 12 soit celui que nous demandons. Pour donc trouver le véritable nombre, il faut former une Regle de Trois, disant :

Si 13 viennent de 12, d'où viendront 52, nom-

bre proposé. Faisant la Regle selon le précepte, il viendra 48 pour le nombre que l'on cherche, comme il se voit par l'opération.

12, nombre supposé.

$\frac{1}{2}$	6	Si 13 de 12, d'où 52		+ de 48	
$\frac{1}{3}$	4		12		
$\frac{1}{4}$	3			$\frac{1}{2}$	24
		1̸0̸	Produit	$\frac{1}{3}$	16
	13	6̸2̸4̸ +		$\frac{1}{4}$	12
		1̸3̸3̸	48, nombre requis.	Preuve	52
		1		nombre proposé.	

Il faut remarquer que les nombres les plus petits que l'on peut trouver, sont les meilleurs pour l'opération, pourvu qu'ils se puissent diviser par les dénominateurs, sans reste, comme le nombre 12 ci-dessus.

Autre Exemple.

Mais s'il étoit question de trouver un nombre duquel $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{7}$ & $\frac{1}{8}$ fassent 64, d'autant qu'il n'est pas facile de trouver à tâtons un nombre qui ait ces parties-là; alors il faut considérer le nombre qui dénote la partie que l'on demande, comme 5 dénote le cinquieme, 7 le septieme, & 8 le huitieme; cela supposé, si je veux trouver un nombre qui contienne cinquieme, septieme & huitieme, je multiplie de suite les dénominateurs 5, 7 & 8 l'un par l'autre, & trouve au produit 280, qui est un nombre, lequel se peut diviser par 5, par 7 & par 8, puisque 5, 7 & 8 l'ont produit, & sera dénominateur commun à toutes les fractions. Si donc on tire le cinquieme de 280, il viendra 56; le septieme de 280 sera 40, & le huitieme des mêmes sera 35, lesquelles 3 parties étant ajoutées, feront 131, & doivent faire 64; par conséquent, 280 n'est pas le nombre que l'on cherche; donc, pour le trouver, il faut dire par Regle de Trois:

Si 131 viennent de 280, d'où viendront 64? faisant l'opération, il viendra 136 $\frac{104}{131}$.

Partant, je dis que 136 $\frac{104}{131}$ est le nombre desiré.

Pour preuve il faut tirer le cinquieme, le septieme & le huitieme, 136 $\frac{104}{131}$, & ajoutant les parties, il viendra juste 64.

Opération de la Preuve.

	136 $\frac{104}{131}$
$\frac{1}{5}$	27 $\frac{47}{131}$
$\frac{1}{7}$	19 $\frac{71}{131}$
$\frac{1}{8}$	17 $\frac{13}{131}$
	64 nombre requis.

Autre Question sur la Regle de fausse position.

Quatre Marchands ont à partager entr'eux la somme de 500 liv. à telle condition que le premier aura pour sa part les $\frac{3}{4}$ de tout l'argent, le second la moitié, le troisieme le tiers, & le quatrieme le quart; on demande combien ils auront chacun.

Pour résoudre cette question, il faut prendre un nombre à plaisir, le plus petit que l'on puisse, qui ait les parties requises, comme 12, dont les $\frac{3}{4}$ sont 9, le $\frac{1}{2}$ est 6, le $\frac{1}{3}$ est 4, & le $\frac{1}{4}$ est 3, lesquelles parties ajoutées ensemble font 22, & doivent faire 500; maintenant il n'y a plus qu'à faire une simple Regle de Trois, disant:

Si 22 viennent de 12, d'où viendront 500; R. 272 $\frac{8}{11}$ pour le nombre que l'on cherche.

Pour preuve; si l'on prend les $\frac{3}{4}$ de 272 $\frac{8}{11}$, comme aussi $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{4}$ le tout ajouté sera 500 liv. comme il se voit par l'opération de la preuve.

272 $\frac{8}{11}$ nombre desiré.

$\frac{3}{4}$	204 $\frac{6}{11}$	liv.	pour le premier.
$\frac{1}{2}$	136 $\frac{4}{11}$		pour le second.
$\frac{1}{3}$	90 $\frac{10}{11}$		pour le troisieme.
$\frac{1}{4}$	68 $\frac{2}{11}$		pour le quatrieme.
Preuve	500	liv.	

Regle de deux fausses positions.

LA Regle de deux fausses positions est ainsi appellée, parce qu'au moyen de deux nombres pris à plaisir (que nous appellons faux) nous découvrons le véritable que nous cherchons.

Dans cette maniere, il faut feindre premiérement un nombre, & avec icelui poursuivre la question proposée, comme si c'étoit un vrai nombre conçu en icelle; & si à la fin on ne parvient pas au but que l'on prétend, il faut écrire le nombre supposé, avec sa différence de plus ou de moins.

Ensuite il faut supposer un autre nombre avec lequel on répete un semblable discours ci-dessus; & si ce nombre ne se trouve pas ainsi que le nombre desiré, il faut écrire ce second nombre au-dessous du premier, avec sa différence de plus ou de moins, comme ci dessus; puis multipliant le nombre de la premiere position par la différence de la seconde, il viendra un produit qu'il faut mettre à part; multipliant aussi le deuxieme nombre pris à plaisir par la premiere différence, il viendra un autre produit, qu'il faut encore écrire à part.

Cela fait, il faut considérer si les deux différences sont semblables ou dissemblables; si elles sont semblables, c'est-à-dire, toutes deux plus, ou toutes deux moins, il faut ôter le moindre produit du plus

grand & la moindre différence de la plus grande ; puis divifer ce qui reftera des produits par ce qui reftera des différences, & le quotient fera le nombre inconnu que l'on cherche.

Mais fi les deux différences font diffemblables ; c'eft-à-dire, que l'une foit notée de plus, & l'autre de moins, ou au contraire, il faut ajouter les deux opérations, & femblablement les deux différences, puis, divifant la fomme des produits par celle des différences, le quotient de la divifion donnera le nombre inconnu que l'on cherche, comme ci-deffus, d'où s'enfuit la Regle fuivante, qu'il faut obferver ; favoir, que

Le plus de plus, & moins de moins convient fouftraire,
Mais plus & moins, ou moins & plus, c'eft le contraire.

Exemple.

Un homme donne par teftament 100 livres à trois perfonnes, à telle condition que le premier en prenne une partie, le fecond deux fois autant que le premier moins 8, & le troifieme 3 fois autant que le premier moins 15 ; favoir combien ils auront chacun.

Pofons que le premier en prenne 15, partant, le fecond en prendra 22, & le troifieme en prendra 30, lefquels trois nombres étant ajoutés enfemble, font 67, il devroit venir 100 ; partant nous connoiffons que le premier nombre pris à plaifir eft trop petit, & qu'il a 33 moins qui eft la différence de 67 à 100 ; nous poferons donc notre nombre 15 avec la différence 33.

Enfuite, il faut faire une autre pofition, feignant que le premier doive prendre 18, & par conféquent

le second 28, & le troisieme 39; mais ces trois nombres étant joints ensemble, ne font que 85; il devroit venir 100: il y a donc 15 moins de différence; partant nous poserons le nombre de notre seconde position, qui est 18, sous la premiere position 15, & la seconde différence 15 au-dessous de la premiere différence 33, comme il se voit.

Différences.

Premiere position 15 moins 33
Seconde position 18 moins 15

Ayant ainsi rangé les deux positions & les deux différences, il faut multiplier en croix la premiere position par la différence de la seconde, & réciproquement la seconde position par la différence de la premiere, & des deux produits, qui seront 54 & 225, il en faut prendre la différence, qui sera 369, qui sera le nombre à diviser. Il faut aussi ôter la petite différence 15 de la grande différence 33; le reste sera 18 pour diviseur. Divisant donc 369 par 18, il viendra 20 $\frac{1}{2}$ au quotient pour la part du premier, & par conséquent le deuxieme en aura 33, & le troisieme 46 $\frac{1}{2}$, lesquels trois nombres joints ensemble, font juste les 100 livres proposées, & c'est la preuve, comme il se voit par l'opération suivante.

Multiplications	Produits.	Differences.	
33	15	594	33
18	15	225	15
264	75 divid.	369 diviseur	18
33	15		

Prod. 594 Prod. 225

369

(20 ½ part du premier.

188 33 part du second.

2 46 ½ part du troisieme.

Preuve. 100

On gardera le même ordre que ci-dessus, lorsque les différences seront toutes deux plus, ou toutes deux moins.

Autre Opération de la même Question, dans laquelle il y a plus & moins de différence.

Que le premier en prenne 30, donc puisque le second en doit prendre deux fois autant que le premier moins 8, il en aura 52, & le troisieme 3 fois autant que le premier moins 15, il en aura 75, la somme de tous les trois est 30, 52 & 75, qui font ensemble 157, & ils ne doivent faire que 100; partant il faut mettre, pour premiere position, 30, plus 57, d'autant que nous avons excédé la condition de 57.

Maintenant posons que le premier ait 15, puisque le second doit avoir le double du premier moins 8, il aura 22; le troisieme ayant le triple du premier moins 15, aura 30, lesquels trois nombres 15, 22 & 30 ne font que 67, qui font moins de 100 de 33; il y aura donc 33 moins de différence: & pour avoir la solution, si on multiplie l'excès 57 par 15, il viendra 855, & le défaut 33 par 30, il viendra 990, lesquels deux produits mis ensemble font 1845, qui

feront divifés par 90, qui eft la fomme des erreurs 57 & 33, & le quotient fera 20 $\frac{1}{2}$ pour la part du premier, la part des deux autres fe trouvera comme ci-devant.

Opération de la Regle.

30 plus	57	57	990
15 moins	33	15	855
33	90 diviseur	285	1845 à divi-
30		57	(fer.
990		855	

1845
———— (20 $\frac{1}{2}$ pour le premier.
900   33   pour le fecond.
9   46 $\frac{1}{2}$ pour le troifieme.

Preuve   100 liv.

Autre Queftion.

Trois hommes fe trouvent enfemble par rencontre, & s'entretenant de leur âge, l'un d'eux dit: Tel a quatre ans plus que moi, & cet autre a autant d'âge que nous deux, & tous trois nous avons 148 ans; favoir quel âge ils avoient chacun.

Pour réfoudre cette Queftion felon les préceptes ci-devant donnés, il faut fuppofer que le premier eût 20 ans, le fecond en auroit donc 24, & le troifieme 44, qui font en tout 88 ans, qui font 60 moins que le nombre que l'on cherche, puifqu'ils avoient tous trois 148, on écrira donc 20 moins 60, différence pour la premiere pofition.

Pour feconde pofition on prendra 24 pour le prem.
Le fecond aura donc   28
Et le troifieme   52, lefquels trois nombres font 104, & devroient faire 148; on a donc erré par moins de 44; c'eft pourquoi on pofera la

seconde hypothese 24 avec la différence 44, comme il se voit 20 moins 60
24 moins 44

Puis faisant les multiplications & soustractions, comme il a été enseigné, il viendra 560 pour nombre à diviser, & 16 pour diviseur : enfin, faisant la division, il viendra 35 ans pour l'âge du premier : le reste est facile.

Opération de la division.

8	
560	
	(35 ans pour le premier.
166	39 pour le second.
1	74 pour le troisieme.
Preuve	148 ans. Ainsi des autres.

DES PROGRESSIONS.

Les progressions sont arithmétiques, géométriques & harmoniques. Pour l'harmonique, d'autant que l'ouie est l'arbitre coutumier de la Musique, elle sert fort rarement à l'arithmétique. Les deux autres progressions, savoir l'arithmétique & la géométrique, sont en usage.

De la Progression arithmétique.

La progression arithmétique naturelle n'est autre chose qu'une suite de nombres se surmontant l'un sur l'autre naturellement par égale différence, comme 1, 2, 3, 4, 5 &c. ou 2, 4, 6, 8, &c. ou 3, 6, 9, 12, &c.

Toute progression artithmétique est appellée naturelle, lorsque l'excès est semblable au premier nombre, comme dans les trois exemples ci-dessus. Si les excès du premier au second, du second au troisieme, &c. sont égaux, cette progression s'appellera progression arithmétique continue; mais si l'excès ou la différence du premier au deuxieme est égale à celle du troisieme au quatrieme, & ainsi de deux en deux, sans considérer les inter-moyens, elle s'appellera progression arithmétique discontinue, comme il se voit ci dessous.

2... 5... 8... 11... 14.. 17... 20 continue.

4 7 8 9 10 13 14 discontinue.

En toute progression arithmétique, soit continue ou discontinue, quand les termes sont en nombre pair, la somme des termes est égale à la somme des inter-moyens, également distants des extrêmes, comme l'exemple ci-après le démontre.

Exemple.

14

2 4 6 8 10 12

14

Pour avoir la somme de tous les termes d'une progression arithmétique continue, il faut ajouter le premier & le dernier ensemble, & multiplier la somme par la moitié du nombre des termes; le produit donnera la somme de tous les nombres.

Exemple.

4 6 8 10 12 14 16 18

On voit que la somme des deux extrêmes est 22, & la multitude des termes est 8, dont la moitié est 4; multipliant donc 22 par 4, le produit sera 88 pour la somme de tous les termes.

On pourroit former sur ce sujet une question telle:

Un Marchand a vendu 150 aunes d'étoffe, à condition que de la premiere aune il recevra 1 livre, de la deuxieme 2 liv. & de la troisieme 3 liv. & toujours en augmentant d'une livre, selon la naturelle progression jusqu'à la derniere aune ; on demande combien doit recevoir le Marchand.

Pour faire cette Regle, ajoutez le premier terme 1 avec 150, dernier terme, la somme sera 151, qu'il faut multiplier par 75, moitié de 150, & le produit donnera 11325 livres pour la valeur desdites 150 aunes.

Preuve.

La preuve se doit faire par une autre question opposée, disant :

Un Marchand a vendu un certain nombre d'aunes d'étoffe 11325 liv. il a donné la premiere aune pour 1 livre, la deuxieme pour 2 livres, & la troisieme pour 3 liv. & toujours en augmentant d'une livre jusqu'à la troisieme aune; on demande combien il a vendu d'aunes.

Pour faire cette Regle, il faut doubler le produit ci-devant trouvé, qui est 11325 ; il viendra 22650, dont la racine quarrée sera 150, & ce sont autant d'aunes qu'il a vendues, observant qu'il faut que le reste de l'extraction se trouve égal au quotient, comme il se verra ci-après par l'opération; autrement la Regle seroit fausse.

1 1
2 26 50
——— ——— (150 aunes, & reste 150.
1 25 00
1

Autre Question.

Il y a 120 pierres dans un panier, que l'on propose de placer en ligne droite, de sorte qu'elles

soient éloignées l'une de l'autre de 6 pieds; mais à condition que celui qui les doit ranger, les prendra dans ledit panier une à une pour les poser; puis étant toutes rangées en leur place, il faut qu'il les releve toutes une à une pour les remettre dans ledit panier où il les avoit prises; on demande combien il fera de chemin.

Pour résoudre cette question, il faut considérer que les pierres étant posées de 6 pieds en 6 pieds, pour parvenir jusqu'à la derniere, il se trouvera 119 fois 12 pieds (à cause qu'il faut aller & venir) qui valent 1428, qui est le dernier terme d'une progression arithmétique, de laquelle le premier terme est 12, & la multitude des termes est 119. Maintenant pour trouver combien il faudra qu'il chemine de pieds, j'ajoute 1428 avec 12; cela fait 1440, dont la moitié 720, étant multipliée par 119, le produit sera 85680 pour le nombre des pieds de l'étendue du chemin qu'il doit faire pour les placer; &, s'il veut ramasser lesdites pierres, & les remettre dans ledit panier de même ordre, il sera obligé de cheminer encore autant; il n'y a donc qu'à doubler 85680, il viendra 171360 pieds; & c'est le chemin qu'il doit faire pour les placer & les relever.

Or, pour savoir combien ce seroit de lieues & parties de lieues qu'il feroit, on sait qu'un pas géométrique vaut 5 pieds, tellement que si on divise les 171360 par 5 pieds valeur d'un pas, on trouvera 34272 pas. On compte 2000 pas pour une lieue; divisant donc 34272 pas par 2000, on aura 17 lieues à faire, 272 pas davantage, qui valent un demi-quart de lieue & 22 pas.

Preuve.

Pour preuve qu'il cheminera 85680 pieds pour poser lesdites pierres, il en faut tirer le douzieme,

il viendra 7140, qu'il faut doubler selon l'ordre de la preuve de la progression naturelle ; il viendra 14280, dont la racine quarrée sera 119, & 119 de reste ; c'est la preuve.

Dans les questions que je ferai à la fin, il y en aura plusieurs sur ce sujet, ce que ci-dessus n'étant que pour servir d'instruction.

De la Progression géométrique.

LA progression géométrique est celle dont le premier terme est au deuxieme, comme le troisieme au quarieme ; par exemple, 2 est à 4 en même raison que 4 est à 8 ; parce que 2 est contenu 2 fois en 4, & 4 est aussi contenu 2 fois en 8.

On appelle progression géométrique continue, quand le premier terme est au deuxieme, comme le troisieme au quatrieme, comme il se verra ci-après.

Dans la progression géométrique, si plusieurs nombres sont proportionnaux continuement, la multiplication des extrêmes est égale à la multiplication de ceux d'entre deux qui sont également éloignés des extrêmes.

Par exemple. 2 4 8 16 32 64.

La Multiplication de 2 par 64 est égale à la multiplication de 4 par 32, & à celle de 8 par 16.

Et si d'aventure les nombres proportionnaux étoient en nombre impair, le quarré de celui du milieu seroit égal à la multiplication du premier & du dernier ; c'est-à-dire, des extrêmes.

Et de-là on peut tirer la solution de la question suivante. Un Seigneur veut faire faire une tour de 18 toises de hauteur ; il a fait marché avec l'Entrepreneur à telle condition, qu'il paiera 1 livre pour la premiere toise, 2 livres pour la deuxieme toise, 4 livres pour la troisieme, & 8 livres pour la qua-

trieme, ainsi de suite, en doublant toujours jusqu'à la derniere, selon l'ordre de la progression géométrique; on demande combien coûteront les 18 toises de maçonnerre: il est nécessaire de trouver la valeur de la dix-huitieme toise, d'autant que deux fois sa valeur, moins une livre, est la valeur de ladite tour, ayant 18 toises de hauteur.

Il faut considérer que le premier terme étant 1 livre, le deuxieme sera 2, & le troisieme sera 4, ainsi qu'il se voit de suite.

Nombre des termes	1....	2...	3....	4....	5....	6....	7....	8..
Valeur des termes	1	2	4	8	16	32.	64	128

On voit que le huitieme terme est 128, lequel étant multiplié par soi-même, il viendra au produit 16384 pour le quinzieme terme: or, le quinzieme terme étant trouvé, on voit que la différence du quinzieme au dix-huitieme que l'on cherche, est la même que du premier au quatrieme ci-devant: on dira donc, par une simple Regle de Trois: Si un premier terme produit 8 pour quatrieme terme, que produira le quinzieme terme, qui est 16384? faisant l'opération comme ci après, il viendra 131072 pour le dix-huitieme terme que l'on cherche.

Opération.

128 à multiplier
par 128

1024
256
128

16384 . . . 15 termes, puis on dira ;
* Si 1 donne 8, comb. 16384
8

R. * 131072 pour le dix-huitieme que l'on cherche.

Mais si l'on veut avoir la valeur des 18 termes, il faut doubler le nombre* ci-dessus trouvé moins 1, à cause que la progression est en raison sous-double, il viendra 262143 liv. pour la valeur des 18 toises proposées.

Second Exemple.

Un Crocheteur ayant une charge de 20 cotrets à vendre, il se présente un Bourgeois pour les acheter : ils conviennent de prix à telle condition, que du premier cotret le Bourgeois en paieroit 1 denier, du deuxieme il paieroit 3 deniers, du troisieme 9 deniers, & ainsi de suite en raison triple ; on demande combien ledit Crocheteur devoit recevoir d'argent pour sa charge de cotrets.

La question ci-devant enseigne comment il faut procéder pour la résolution de celle-ci ; c'est pourquoi je me contenterai d'en faire l'opération.

Nombre des termes	1	2	3	4	5	6	7	8.
Valeur des termes	1	3	9	27	81	243	729	2187

Il se trouve 2187 pour la valeur du huitieme terme qu'il faut multiplier par soi-même ; il viendra 4782969 pour le quinzieme terme.

Et pour avoir le vingtieme, qui est le dernier, il faut considérer que la différence du quinzieme terme au vingtieme, est égale à celle du premier au sixieme; il n'y a donc qu'à dire par Regle de Trois : Si un premier terme donne 243 pour sixieme terme, que donnent 4782969, qui est le quinzieme terme.

R. 1162261467 deniers, & c'est la valeur du vingtieme cotret.

Et si on veut avoir la valeur de tous les vingt cotrets, il faut ôter 1, qui est le premier terme de la valeur du vingtieme; puis prendre la moitié du reste, à cause que la progression est en raison triple, & ajoutant cette moitié au vingtieme terme susdit, la somme fera la valeur de tous les cotrets, comme il se voit par l'opératon.

1 1 6 2 2 6 1 4 6 7 vingtieme terme,
5 8 1 1 3 0 7 3 3 moitié.

---

1 7 4 3 3 9 2 2 0 0 deniers, pour somme des 10 termes, & la valeur des 20 coterets.

Pour faire entendre ce qui est dit ci-dessus touchant l'addition de tous les termes, je dirai qu'en toute progression, le premier terme & le dernier étant connus, si on ôte le moindre nombre du plus grand, & que l'on divise le reste par le nombre exprimant la différence des termes, le quotient donnera la différence de tous les termes, moins le plus grand, lesquels ajoutés ensemble, la somme qui en provient est la valeur de tous les termes de la progression, comme il se voit ci-dessus, & aussi par l'exemple ci-après d'une progression, qui est telle.

1 4 16 64 256 1024 * 4096

En cet exemple, la différence du premier terme au deuxieme est 3; par conséquent ayant le septieme terme, qui est 4096, si on veut trouver la va-

…tur de tous les sept termes, il faut diviser 4096 moins 1 par 3, il viendra 1365, qu'il faut ajouter aux mêmes 4096, il viendra 5461 pour la somme des sept termes proposés ; ainsi des autres.

DE L'EXTRACTION

De la Racine quarrée.

LA racine quarrée doit être considérée comme une mesure parfaite ou égale en deux dimensions ; savoir, longueur & largeur.

D'où il s'ensuit qu'ayant trouvé la superficie d'une figure très-irréguliere, qui ait autant de côtés que l'on voudra, si on veut la rendre dans un quarré parfait où toute ladite superficie soit comprise, il faut prendre la superficie de ladite piece, suivant les Regles que j'enseignerai dans mon Traité de l'Arpentage ci-après ; puis ayant trouvé que la superficie de la piece de terre contient 64 toises ou perches quarrées, de ce produit j'en tirerai la racine quarrée, qui sera 8 ; cela fait, je dis que pour faire un quarré egal à cette susdite piece irréguliere, il faut qu'il ait 8 toises de chaque côté.

Pour l'intelligence de ce que ci-dessus, il faut savoir que quand on dit quarrer un nombre, c'est le multiplier par soi-même, & réciproquement, que tout nombre multiplié par soi-même, produit un quarré, comme 3 multiplié par 3 font 9, 8 par 8 font 64, & réciproquement ces deux nombres 3 & 8 sont appellés racines des quarrés 9 & 64, ainsi des autres. Pour mieux faire entendre cela, j'ai dressé la Table ci-après des quarrés & de leurs racines, jusqu'à 100.

Racines.

1....2....3.....4.....5.....6.....7.....8.....9......10

Quarrées.

1 4 9 16 25 36 49 64 81 100

Par le moyen de cette Table, on peut facilement extraire la racine quarrée de tous les nombres qui sont au-dessous de 100, parce qu'ils sont compris dans icelle; comme si on demande la racine quarrée de 49, on trouvera que c'est 7; car 7 fois 7 font 49, nombre quarré.

Mais si l'on ne trouve pas quelque nombre exactement dans l'ordre des quarrés, on prendra le prochain moindre; comme si l'on vouloit extraire la racine quarrée de 69, on prendra 64, qui est le prochain quarré au-dessous de 69, dont la racine est 8 pour nombre entier; le reste, qui est 5, sera une fraction, dont il sera parlé page 337.

Mais si le nombre duquel on veut extraire la racine quarrée est plus que 100, par exemple 73964, il faut opérer en cette sorte.

Ayant posé le nombre dont il est question, & formé un demi-cercle au-devant d'icelui, pour poser le quotient comme à la division, il faut séparer les figures de deux en deux avec un point, commençant à la premiere figures vers la main droite, & finissant à gauche, comme en cet exemple, le dernier point tombe sur le 7, qui est à main gauche: on dira donc pour commencer, la racine quarrée de 7 est 2, qu'il faut écrire au quotient, & aussi sous le 7, si l'on veut, puis dire, 2 fois 2 font 4, lesquels ôtés de 7, reste 3, que l'on écrira au-dessus du 7, barrant en même-temps le 7 & le 2 aussi qui est au-dessous, comme à la division.

```
3
7.  39.  64.  (2
----------------
2
```

Ensuite pour trouver un diviseur, il faut doubler la racine 2, qui est venue au quotient, il viendra 4,

qu'il faut mettre au-dessous de 33, mais avançant d'une figure comme à la division ; puis dire, en 33 combien de fois 4 : je trouve qu'il y est 7 fois, lequel 7 étant écrit au quotient, ensuite de 2 déjà posé, il le faut aussi écrire pour diviseur sous le 9, puis on dira, 7 fois 7 font 49, ôtés de 49, reste zéro, & retiens 4 ; puis continuant, 7 fois 4 font 28, & 4 que j'ai retenus, font 32, ôtés de 33, restera 1 que j'écris au-dessus de 3.

```
3   10
7   39     64  (27
------------------
2   47
```

Maintenant pour trouver un second diviseur, il faut doubler les deux racines 27 : disant deux fois 7 font 14, je pose 4 sous 6, & retiens 1 ; ensuite je dis, 2 fois 2 font 4, & 1 que j'ai retenu font 5, que j'écris sous 7, vis-à-vis du zéro ; puis je dis, en 10 combien de fois 5, je trouve qu'il n'y peut être qu'une fois, que j'écris au quotient : ayant posé 1 au quotient, on l'écrira aussi pour diviseur sous 4, premiere figure à main droite, & continuant comme à la division, on dira, une fois 1 est 1, ôté de 4 qui sont dessus, reste 3, qu'il faut écrire sur 4 ; puis, une fois 4 est 4, ôtés de 6, reste 2, qu'il faut écrire dessus 6 ; puis une fois 5 est 5, lesquels ôtés de 10, reste pour 5, qu'il faut écrire sur le zéro ; le tout comme il se voit par les opérations ci-dessus.

```
        5
3      10   32
7      39   64
----------------- (271
2      47   41
```

L'opération étant ainsi achevée, on trouve que la racine en nombres entiers est 271, & qu'il reste 523, dont il sera parlé ci-après.

Preuve de l'extraction de la racine quarrée.

Pour preuve, il faut multiplier 271 par eux-mêmes, & ajouter à leur produit le reste de l'extrac-

tion, qui est 523, la somme des produits sera 73964, qui est le nombre duquel on a tiré la racine quarrée; & s'il ne reste rien, on ajoutera tout simplement les produits, la somme donnera le nombre requis: ce que l'on observera généralement pour la preuve de la racine quarrée.

Opération de la preuve.

```
  271
  271
 -----
  271
 1897
 542
  523 reste
 -----
 73964
```

Autre Preuve de la racine quarrée par 9.

Comme la preuve de la racine quarrée par 9 a été jusqu'à présent négligée, parce qu'elle n'est pas de grande utilité, & par cette raison que les Auteurs, qui ont traité de l'Arithmétique, n'ont pas voulu se donner la peine de l'expliquer, je n'en parlerai que fort légérement, & comme par curiosité, afin de témoigner au Lecteur que je n'ai rien voulu omettre de ce que j'ai jugé lui devoir donner quelque satisfaction.

Je proposerai donc la question suivante, pour mettre en pratique ladite preuve.

On veut extraire la racine quarrée de 67895. R. 260, & reste 295.

```
  6. 78. 95          8
 -----------(260   1 X 7
  2. 46. 20          88
```

Ayant

Ayant trouvé que la racine du nombre ci-dessus est 260, & qu'il reste 295, je pose une croix, comme on a coutume en faisant cette même preuve de 9 aux Regles d'Addition, Soustraction, &c. puis je tire la preuve de 260, je trouve que c'est 8, que je pose au haut de ladite croix. Ensuite je quarre 8, font 64, dont la preuve est 1, que je pose au bras gauche de la même croix.

Cela fait, je tire la preuve de 295 restés, il vient 7, que je pose au bras droit de la croix; puis j'ajoute 7 & 1, qui sont aux deux bras de la croix, il vient 8, que je pose au bas de ladite croix. Enfin je tire la preuve de 67895, il vient aussi 8, égal au dernier 8 trouvé, que je pose auprès d'icelui, & c'est la preuve. S'il n'y avoit point eu de reste, au lieu de 7 il faudroit écrire zéro. Le reste se doit sous-entendre.

Remarque. Comme le nombre ci-dessus proposé n'est pas quarré, puisqu'il reste 295, si on le vouloit rendre parfaitement quarré & par conséquent avoir 261 pour racine, sans reste, au lieu de 260, on demande combien il y faudroit ajouter, Il faut doubler la racine 260, plus 1, il viendra 521, & de 521 soustrayant 295, le reste sera 226, qu'il faut ajouter au nombre 67895 ci-dessus proposé, il viendra pour somme 68121, dont la racine quarrée est 261.

Mais si au lieu d'augmenter la racine, on vouloit exprimer en fractions le reste de l'extraction ci-dessus, il faut doubler la racine 260, plus 1, comme ci-devant, il viendra 521 pour dénominateur, posant 295, qui est le reste, pour numérateur, & la fraction sera $\frac{295}{521}$, comme il se voit par l'opération que je commence ci-après.



2 0 2
6 78 95
—— —— (260 $\frac{195}{312}$.
2 46 20
5

Tirer la racine quarrée d'entiers & fractions.

On veut tirer la racine quarrée de 2280 $\frac{1}{16}$: il faut réduire les 2280 $\frac{1}{16}$ en seiziemes, il viendra $\frac{36481}{16}$; puis tirant la racine quarrée du numérateur 36481, il viendra 191 ; en tirant aussi la racine quarrée de 16, il viendra 4, & ce seront $\frac{191}{4}$, ou par reduction en entiers, 47 $\frac{3}{4}$.

Tirer la racine quarrée des fractions radicales.

On veut tirer la racine quarrée de $\frac{9}{16}$: il faut tirer la racine de 9, il viendra 3, & la racine de 16 sera 4, qu'il faut écrire en fraction, & ce sont $\frac{3}{4}$ pour la racine de $\frac{9}{16}$.

Extraire la racine des fractions irradicales, comme de $\frac{5}{7}$.

Il faut multiplier 5 par 7, il vient 35, & au lieu de 35 il faut prendre le nombre quarré le plus proche, qui est 36, dont la racine est 6, que l'on posera pour numérateur, & 7 pour dénominateur, & ainsi la racine de $\frac{5}{7}$ sera $\frac{6}{7}$, à fort peu près.

Pour preuve multipliez $\frac{6}{7}$ par $\frac{6}{7}$, il viendra $\frac{36}{49}$, dont la racine quarrée est $\frac{6}{7}$, comme ci-dessus.

De l'utilité & usage de la racine quarrée.

L'utilité de la racine quarrée se verra dans la Géométrie ci-après, & se pratiquera aussi en plusieurs questions, que je proposerai dans mon Questionnaire en leur lieu.

Pour la guerre, elle sert à former un bataillon par le moyen d'une quantité d'hommes, soit qu'il soit quarré d'hommes, ou quarré de terrein.

Le bataillon quarré d'hommes est celui qui a toutes les faces égales, c'est-à-dire, autant d'hommes de front que de flanc.

Et le bataillon quarré de terrein est celui dont les hommes occupent une place de terre quarrée.

Question.

Etant donné 898 hommes pour en former un bataillon quarré, savoir, combien il y en aura de chaque côté.

Il faut extraire la racine quarrée de 898 hommes, comme il a été enseigné; il viendra 29 pour racine, & restera 57 hommes dont on fera un peloton. Mais si on vouloit que le total y fût employé, c'est-à-dire, qu'il y eût 30 de front & de flanc, savoir combien on devroit y ajouter d'hommes.

Pour faire cette Regle, il faut doubler la racine, & ajouter 1, comme il a été enseigné, & de ce double il viendra 59, dont il faut ôter 57, qui sont restants de l'extraction, & restera 2, c'est-à-dire, 2 hommes, qu'il faudra ajouter au nombre premiérement proposé à ranger en bataillon quarré, comme il se voit ci-dessous.

Opération.

4	57		59	
8	98	29 côté	57	reste
		29		
2	49	1	2	hommes à ajouter.
		59		

Etant donné un nombre d'hommes pour faire un bataillon quarré de terrein, pour trouver combien contiendra le front, & combien la file,

Il faut concevoir qu'au bataillon quarré de terrein, les hommes en front occupent 3 pieds de distance les uns des autres, & 7 en file ou en hauteur; tellement que si l'on veut trouver le nombre des hommes de front, il faut faire une Regle de Trois, posant au premier terme 3, au second 7, & au troisieme le nombre des hommes donnés; puis extrayant

la racine quarrée du quatrieme terme, il viendra pour racine les hommes du front.

Si au contraire on veut savoir les hommes de la file, on dira :

Si 7 donnent 3, combien, &c.

Exemple.

On propose 525 hommes à mettre en bataillon quarré de terrein ; on demande combien il y aura d'hommes de front ; il faut dire :

Si 3 donnent 7 . . . 525   𝑥
                     7   xx.x8
                ———— ———— (35 hommes
                3675   x.68   de front.
            $\frac{1}{3}$ 1225

Pour avoir ceux de la file, il faut dire :

Si 7 donnent 3 525   x
                     3   x.x8
                ———— ———— (15 hommes
                1575   x.x8   pour la file.
            $\frac{1}{7}$ 225

Pour preuve, il faut multiplier le nombre des hommes du front par ceux de la file, & si le produit se trouve égal à 525, nombre proposé, l'opération sera bonne.

    35 hommes de front.
    15 hommes de la file.
   ————
   175
   35
   ————
Produit 525 hommes, & c'est la preuve.

Avertissement.

Après avoir amplement expliqué les principes nécessaires pour tirer la racine quarrée, tant des nombres entiers, que des entiers & fractions conjointement, comme aussi des fractions séparément, j'ai

jugé à propos de faire suivre les questions suivantes, appliquées au sujet de la racine quarrée.

Premiere Question.

On veut former un bataillon en forme rectangulaire, en proportion triple, comme de 1 à 3, par le moyen de 2523 soldats; on demande combien il y aura d'hommes de front, comme aussi de flanc: divisez 2523, par 3; il viendre 841, dont la racine quarrée est 29 pour le flanc. Et pour avoir le nombre des hommes du front, multipliez 29 par 3; il viendra 87 pour le front.

Pour preuve, multipliez 87 par 29, il viendra 2523, comme il a été proposé.

Seconde Question.

On veut mettre 465 hommes en bataillon qui soit en forme équilatérale ou triangulaire; mais on entend que le premier rang soit 1 homme, le deuxieme rang 2, & le troisieme 3; on demande combien il y aura de rangs, & combien il y aura d'hommes au dernier rang.

Doublez 465, & du double tirez la racine quarrée, il viendra 30 pour le dernier rang; c'est-à-dire, qu'il y aura 30 rangs. Pour preuve, ajoutez le premier rang, qui est 1, avec 30, il viendra 31, qu'il faut multiplier par la moitié de 30, qui est 15, il viendra au produit 465; ainsi des autres.

Troisieme Question.

On veut former un bataillon par le moyen de 758 hommes, mais on entend que ce soit en proportion comme de 1 à $3\frac{1}{2}$; on demande combien il y aura d'hommes de front & de flanc.

Réduisez $3\frac{1}{2}$ en demi, il viendra 7; & d'autant que nous agissons par $\frac{1}{2}$, doublez 758, il viendra 1516 à diviser par 7, le quotient sera 216, & reste 4, dont la racine quarrée est 14, & restera 20; partant 14 sera le nombre du front. Pour avoir le flanc, multipliez 14 par $3\frac{1}{2}$, il viendra 49.

Pour preuve, multipliez 49 par 14, le produit sera 686; puis multipliez 20 restés de l'extraction, par 7, diviseur, le produit sera 140, auxquels ajoutant les 4 restés de la division, le tout fait 144, dont la moitié est 72, qu'il faut ajouter à 186, & le tout fera 758, comme veut la question.

Quatrieme Question.

Il y a 400 hommes desquels on veut former un bataillon en forme de losange; on demande combien il y aura d'hommes à chacun des côtés du bataillon.

Pour former un bataillon en forme de losange ou rhomboïde, il faut former deux bataillons en forme équilatérale, & les joindre ensemble pour former la losange; mais il faut qu'il y en ait un où il y ait un rang plus qu'à l'autre.

Pour former un bataillon, on a coutume de doubler le nombre; mais pour le dresser en losange, il ne faut pas doubler; il faut seulement extraire la racine quarrée du nombre des hommes, comme de 400, laquelle sera 20, pour la plus grande moitié de la losange; elle sera donc équilatérale, & l'autre moitié équilatérale aussi; mais les côtés de ce dernier ne seront que de 19 hommes, lesquels joints ensemble, feront une véritable losange de 400 hommes.

Et pour trouver le grand triangle, qui a 20 de tous côtés, il faut ajouter, selon la progression arithmétique, le premier rang 1 avec le dernier 20, la somme sera 21, que vous multiplierez par la moitié de 20, qui est 10; il viendra 210 pour les hommes qui composent le plus grand triangle.

Ajoutez aussi le premier rang du petit triangle avec le dernier, savoir 1 avec 19, la somme sera 20, que vous multiplierez par $9\frac{1}{2}$, moitié de 19; le produit sera 190, que vous ajouterez à 210; la somme sera 400 hommes qui composent le bataillon en forme de rhomboïde ou losange.

DE L'EXTRACTION

de la Racine Cubique

LE Cube géométrique est un corps ayant trois dimensions ; savoir, longueur largeur & profondeur ou hauteur, lequel forme six superficies égales & quarrées, telles qu'elles sont représentées en la figure d'un dé à jouer, à la ressemblance duquel on appelle un nombre cube, qui est fait d'un nombre multiplié par soi-même deux fois, comme si on multiplie 6 pieds par 6, il viendra 36 pieds quarrés, & 6 multipliés encore par 36, font 216 pieds cubes contenus dans la toise cube.

Tout nombre cube a pour côté ou racine le nombre qui commence à multiplier pour le produire, & réciproquement le produit est appellé le cube de la racine cubique même.

Quand les racines des nombres cubes sont données, il est facile d'en trouver les cubes ; mais les cubes étant donnés, il est difficile d'en trouver les racines ; néanmoins l'on en vient à bout, si on connoît les cubes des racines, qui sont, depuis l'unité jusqu'à dix, exprimées en la Table suivante, qu'il est nécessaire d'apprendre par cœur pour opérer plus facilement dans l'extraction de la racine cubique de tout nombre proposé.



Fin

TABLE.

Racines	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Quarrés	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
Cubes	1.	8.	27.	64.	125.	216.	343.	512.	729.	1000

Après avoir entendu la Table ci-dessus, si d'aventure l'on veut extraire la racine cubique d'un nombre qui soit compris justement en icelle, ou moindre que le plus grand cube suivant, l'on cherchera le même dans la ligne des cubes, s'il s'y rencontre, & au-dessus d'icelui se rencontrera sa racine cubique. Si d'aventure le nombre ne se rencontroit pas précisément, on prendra la racine cubique du plus prochain moindre de la Table; & ôtant le cube pris à la Table du nombre duquel on veut extraire la racine, le reste de la soustraction sera écrit sur une ligne pour numérateur d'une fraction dont il sera parlé ci-après, page 350.

Exemple.

Si je veux extraire la racine cubique de 437, je cherche dans la Table à la ligne des cubes, & trouve que 437 se rencontre entre 343 & 512; partant je prends 343, nombre cube prochain, duquel la racine cubique est 7, pour la racine du nombre proposé, & reste 94.

Mais pour extraire la racine cubique d'un nombre au-dessus de 1000 contenus en la Table, comme de 48627125, après avoir écrit ledit nombre, on séparera les figures de 3 en 3 avec un point, à cause des 3 dimensions de cube, commençant premiérement à main droite, & finissant à la gauche, comme il se voit dans l'opération suivante; on décrira aussi au-devant dudit nombre un demi-cercle comme à la division, pour poser les racines que l'on trouvera en faisant l'extraction.

Exemple.

On veut extraire la racine cubique de ce nombre 48627125 ; ayant séparé les figures de 3 en 3, comme il a été enseigné ci-dessus, il faut prendre la racine cubique de la premiere séparation, qui est 48, & on trouvera que la racine est 3, lequel 3 sera écrit au quotient pour racine; ayant écrit 3, il le faut cuber, & son cube est 27, qu'il faut soustraire de 48, & le reste 21 sera écrit sur 48, comme en la division.

21
48. 627. 125. (3
27

Pour seconde opération, où il faut trouver un diviseur, il faut prendre le triple du quarré de la racine déjà posée, qui est 3, disant : 3 fois 3 font 9, & 3 fois 9 font 27, (ce que l'on observera généralement pour trouver les diviseurs ;) lequel diviseur 27 sera écrit sous 48, mais en avançant d'un degré, puis on dira comme en la division, en 21 combien de fois 2, on fait qu'il y est naturellement 9 & plus, mais je suppose qu'il y puisse entrer seulement 6 fois, j'écris donc 6 au quotient pour racine; cela fait, je multiplie le diviseur 27 par 6, il vient 162 au produit, que j'écris à l'écart; ensuite je prends le triple du quarré de la racine 6, il vient 108, parce que le quarré de 6 est 36, & le triple de 36 est 108 aussi, que je multiplie par la premiere racine trouvée, qui est 3, & le produit est 324, que j'écris sous 162, mais en avançant d'un degré.

Enfin, je cube la racine 6, & son cube est 216, que j'écris sous 324, en avançant encore d'un degré ; puis ajoutant ces trois produits, mis l'un sous l'autre à l'écart, la somme est 19656, qu'il faut soustraire de 21627, & le reste sera 1971, qu'il faut écrire sur 21627, comme il se voit par l'opération ci-après.

22 972 — 36 — 5
48 6272 228 (365 — 36 — 5

27 — 216 — 25
2 7 — 108 — 3
28 686
388 8 — 1296 — 75
2 972 228 — 3 — 36

Second diviseur — 3888 — 450
5 — 225

Produit du second diviseur. — 19440 — 2700
2700
Cube de la racine 5 125

1971125

Preuve de l'Extraction de la racine cubique.

Pour preuve, il faut quarrer la racine, ou plusieurs, s'il y en a, & multiplier le produit par la racine même ; ce dernier produit donnera le nombre proposé duquel on a fait l'extraction, s'il ne reste rien ; mais s'il reste quelque chose, comme en l'exemple ci-dessous, il le faudra ajouter, & on trouvera justement le compte.

Exemple.

On veut tirer la racine cubique de 39678.

Opération.

3 — 81 produit du diviseur.
22 741 — 81
39. 678 — 27 cube.
(33

27 — 8937
2 7
2 237

Ayant fait l'extraction ci-dessus, il est venu 33 pour racine cubique, & reste 3741, que je rapporte à la preuve, comme il a été dit ci-dessus, & la somme de l'addition des deniers produits se trouve égale au nombre proposé, & c'est la preuve.

Preuve.

```
    33
    33
  ----
    99
   99
  ----
  1089 Produit.
    33
  3267
 3267
  3741 reste.
 -----
```

Preuve * 39678

Autre preuve par 9.

Quoique la preuve de l'extraction de la racine cubique par 9 soit extraordinaire, & que jusqu'ici je ne l'aie point vue expliquée dans aucun Auteur, néanmoins j'ai voulu l'enseigner par curiosité ; elle se fait ainsi.

Il faut tirer la preuve de la racine 33, il vient 6, qu'il faut poser au haut de la croix.

Ensuite, il faut cuber ce même 6, & son cube est 216, dont la preuve est zéro, qu'il faut écrire au côté gauche de la croix.

Puis il faut tirer la preuve du reste, qui est 3741, il vient 6 de reste, que je pose à main droite de la croix.

Cela fait, j'ajoute le 6, dernier posé avec le zéro, la somme est 6, que j'écris au bas de la croix.

Enfin, je tire la preuve de 39678, nombre proposé, il vient aussi 6, égal au 6 dernier trouvé, & partant il y aura deux figures au bas de la croix, qui doivent être egales ; autrement la Regle seroit fausse, comme il se voit par la pratique.

39678 nombre propoſé.
3741 reſte de l'extraction.
33 racine.

6
o X o
66

Autre Exemple.

Ayant tiré ſa racine cubique d'un nombre non cube, ſavoir ce qu'il faut ajouter à icelui pour le rendre parfaitement cube, & partant, augmenter ſa racine d'une unité, comme dans l'exemple ci-deſſous de 188 propoſés, dont la racine cubique eſt 5, & reſte 63.

Il faut prendre le triple du quarré de la racine, il viendra 75; il faut encore tripler la racine 5; il viendra 15, & y ajouter 1 ſont 16, qu'il faut écrire ſous 75, & ajoutant le tout, la ſomme ſera 91; puis de 91 ôtant 63, qui eſt le reſte de l'extraction, le reſte, 28, ſera le nombre à ajouter pour le rendre parfaitement cube, & la racine, au lieu qu'elle étoit 5, ſera 6, comme il ſe voit par l'opération.

63
188
——— (5 racine
125

5
———
25
3
———
75
15
1 plus
———
91

91
63
———
28

188
28
———
+ 216

+ 216
——— (6 racine
216

Les 91 ci-deſſus peuvent être auſſi pris pour dénominateur d'une fraction que l'on écrira ſous une ligne, & 63, qui eſt le reſte, ſeront le numérateur de la

dite fraction, que l'on écrira sur la même ligne, & ainsi la racine de 188 sera 5 entiers & $\frac{63}{91}$ au plus près. Ce que l'on observera pour le reste de toutes les extractions cubiques.

Il faut remarquer qu'en faisant l'extraction cubique d'un nombre proposé, s'il reste 1 après l'extraction faite, cette unité sera le numérateur d'une fraction, parce que 1 est un nombre cube & quarré, & le triple du quarré de la racine sera le dénominateur de ladite fraction.

Comme si on disoit, la racine cubique de 28 est 3, & reste 1, ayant écrit cette unité sur une ligne, on voit que le triple du quarré 3 est 27, qu'il faut écrire sous la même ligne, & partant, le reste de l'extraction, qui est 1, sera $\frac{1}{27}$, partie de tel entier que l'on voudra.

Autre Exemple.

On veut tirer la racine cubique d'entiers & fractions, comme de 15 $\frac{5}{8}$.

Il faut réduire 15 $\frac{5}{8}$ en $\frac{125}{8}$, puis tirant la racine cubique 125, il viendra 5 pour racine; tirant aussi la racine de 8, il viendra 2, & écrivant 5 sur 2, ce seront $\frac{5}{2}$ ou $2\frac{1}{2}$ pour la racine de 15 $\frac{5}{8}$, & c'est la réponse.

Pour preuve, cubez $\frac{5}{2}$, il viendra 15 $\frac{5}{8}$; ce qui se fait ainsi, disant: 5 fois 5 font 25, & 5 fois 25 font 125.

Ensuite, 2 fois 2 font 4, & 2 fois 4 font 8; puis écrivant 125 sur 8, ce sont $\frac{125}{8}$ égaux à 15 $\frac{5}{8}$, comme veut la question.

Autre Exemple.

Tirer la racine cubique d'une fraction radicale, comme de $\frac{27}{64}$.

Il faut tirer la racine cubique de 27, il viendra 3.

Il faut aussi tirer, la racine de 64, il viendra 4, & ce seront $\frac{3}{4}$ pour racine cubique de $\frac{27}{64}$.

Autre Exemple.

Etant donné une fraction irradicale, comme $\frac{2}{7}$, pour en trouver la racine cubique.

Il faut quarrer 7, il vient 49, qu'il faut multiplier par 5, le produit est 245, dont la racine cubique est 6, & reste 29 pour numérateur, & le dénominateur sera 127; ce seroit donc 6 $\frac{29}{127}$ qu'il faut diviser par 8, & le quotient sera $\frac{791}{1016}$ pour la racine cubique des $\frac{5}{7}$, à fort peu près; ainsi des autres.

Question sur la racine cubique.

Il y a une terrasse rectangulaire solide, laquelle contient 5832000000 pieds cubes, de laquelle la longueur contient 6 fois la hauteur, & la hauteur 6 fois l'épaisseur; on demande combien la longueur, la hauteur & l'épaisseur.

Je pose que l'épaisseur soit un pied, &, selon la Règle des rectangles, la hauteur sera 6 pieds, & la longueur 36, lesquels multipliés l'un par l'autre, le produit donne 216 pieds cubes, & on devoit trouver 5832000000; c'est pourquoi la position est fausse; mais si je divise le tout par 216, le quotient donnera 27000000, desquels la racine cubique est 300 pieds pour l'épaisseur, lesquels multipliés par 6, le produit sera 1800 pour la hauteur, qu'il faut encore multiplier par 6, & on aura au produit 10800. Pour preuve, si vous multipliez ces trois produits l'un par l'autre, le dernier produit donnera 5832000000 pieds cubes, comme veut la Regle.

Quoique la racine cubique ne serve en rien aux choses qui concernent le commerce des hommes, & que ce n'est qu'une subtilité de Géométrie, néanmoins j'ai jugé à propos d'en expliquer amplement le précepte avec toutes ses circonstances, afin que ceux qui en auront besoin, pour la résolution de plusieurs questions que l'on verra ci-après ensuite du Traité du Toisé, puissent y avoir recours, autrement ils auroient grande peine de sortir des difficultés qui se rencontrent ordinairement dans les propositions concernant la Géométrie.

Fin de l'Arithmétique.

TRAITÉ
DE
GÉOMÉTRIE-PRATIQUE,

Contenant l'Arpentage & le Toisé des Ouvrages de Maçonnerie, Charpenterie, des Cubes, des Vaisseaux, & autres mesures dépendantes de cette Science.

AVERTISSEMENT.

Comme la Géométrie est une des principales parties des Mathématiques, & très-utile à toutes sortes de personnes, mais principalement à ceux qui travaillent journellement dans l'Arpentage, Maçonnerie, Charpenterie, & autres ouvrages où il s'agit de mesure, je me suis résolu de mettre ce Traité au jour, pour en faire participant le Public, dans l'espérance qu'il en recevra du fruit. J'y traiterai premiérement des définitions de Géometrie; secondement, je ferai la description des instruments propres pour l'Arpentage; en troisieme lieu, l'Arpentage même; & en quatrieme lieu, je donnerai un Traité particulier du Toisé, tant des Plans que des Solides,

Pour commencer, je dirai pour définition que la Géométrie est la science de bien & parfaitement mésurer toutes superficies: elle contient quatre parties principales; savoir,

La Planimétrie, qui est pour la mesure des choses planes, appellée Arpentage.

L'Altimétrie, qui est la mesure des hauteurs *élevées* orthogonellement ou aplomb sur le plan de la terre, comme sont Tours, Glochers, Pyramides, & autres.

La Longimétrie, qui est la mesure des longueurs, largeurs & distances, tant accessibles qu'inaccessibles.

La Stéréométrie, qui est la mesure des corps solides, lesquels se mesurent par les trois dimensions, longueur, largeur & hauteur, comme murailles, turcies, parapets, plates-formes, vuidanges de *fossés*, digues, terrasses, & autres.

Or, pour travailler en cesdites parties, il faut se servir, quand la nécessité le requiert, d'un instrument qui sera représenté ci-après, appellé Equerre; &, pour cet effet, il est nécessaire de savoir les mesures dont on se sert aux pays & lieux où l'on est pour travailler, comme à Paris, les mesures ordinaires sont le pied de Roi ayant 12 pouces, chaque pouce 12 lignes.

La toise contient six pieds.

La perche 18 pieds, plus ou moins, selon les pays, comme il se verra au commencement de l'Arpentage. (Il faut remarquer que le tout s'entend par pied courant en longueur.)

Le pied quarré contient 12 pouces de long sur 12 pouces de large, qui sont 144 pouces quarrés pour le pied quarré.

La toise quarrée contient 6 pieds de long sur 6 pieds de large, faisant 36 pieds quarrés pour la toise quarrée.

La perche quarrée contient 18 pieds de long sur 18 pieds de large, faisant 324 pieds quarrés pour ladite perche quarrée.

Et ainsi il faut multiplier la longueur par la largeur de toutes les mesures qui se rencontrent dans les divers Pays, qui donneront différentes superficies, comme les longueurs & les largeurs sont inégales.

J'ai supposé ci-devant que la perche étoit de 18 pieds, dont la superficie se trouve quarrément sur le pied ; & si on supposoit ladite perche être de davantage de pieds, la quantité se trouveroit plus ; si elle étoit de moins de pieds, elle se trouveroit moins aussi.

Cela supposé :

Le pied cube contient 12 pouces de long, sur 12 pouces de large & 12 pouces de hauteur, faisant en tout son quarré cube 1728 pouces cubes; & ainsi, dans les autres mesures pour les cubes, il n'y a qu'à considérer trois dimensions, longueur, largeur & hauteur, & dans le quarré, longueur & largeur seulement ; ce qu'il faudra bien observer, pour éviter de notables abus qui se peuvent commettre dans les opérations de la mesure.

Ayant expliqué ce que c'est que la Géométrie, & l'ayant divisée en quatre principales parties, il reste à traiter des définitions, par lesquelles on apprend à discerner les divers sujets qui tombent sous la mesure, lesquels ont des formes diverses approchantes à peu-près des figures, comme triangle, quarré, quarré-long ou rectangle, rhombe, rhomboïde, trapeze & trapezoïde, ovale, cercle & autres superficies régulieres & irrégulieres, c'est à-dire, qui ont plusieurs ou différents côtés en longueur, desquels je ferai connoître ci-après la pratique par des Regles fondamentales qui ne peuvent recevoir aucun doute, pourvu que l'on ait bien observé les longueurs & largeurs dans le trait quarré, quand il s'y trouve.

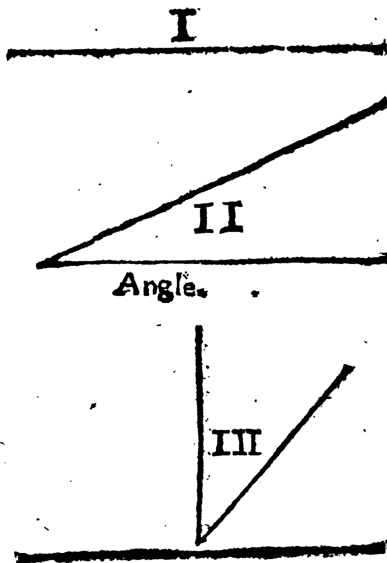
Définitions de la Géométrie.

1. La ligne droite est celle qui est également contenue entre ses extrémités, ou le plus court chemin d'un point à un autre.

2. Angle est l'inclination d'une ligne droite à une autre, de sorte qu'elle ne fasse pas une seule ligne droite.

3. Quand une ligne droite, tombant sur une autre ligne droite, fait l'angle d'un côté aussi grand que l'autre, cette ligne est appellée perpendiculaire, & les angles sont appellés angles droits.

L'angle droit est celui qui a 90 degrés; celui qui excede les 90 degrés est appellé obtus; & celui qui est moins est appellé aigu.

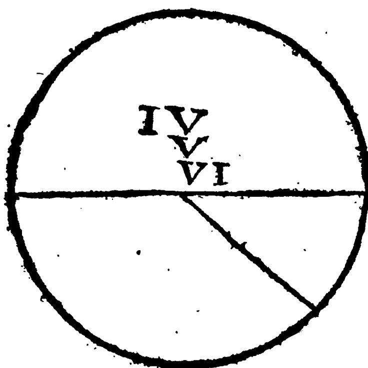


Remarque. Deux lignes droites n'enferment point un espace.

4. Figure est ce qui est enclos d'une ou de plusieurs lignes, & de celle-là le cercle est une figure contenue d'une seule ligne appellée circonférence, au-dedans de laquelle il y a un point, duquel toutes les lignes tirées à la ciconférence sont égales. Ce point est appellé centre.

5. Diametre du cercle est une figure droite passant par le centre, & se terminant à la circonférence.

6. Le demi-cercle est une figure comprise de la moitié de la circonférence & du diametre.



7. Grand secteur de cercle est une figure composée de deux demi-diametres, & de plus de la moitié de la circonférence.

8. Petit secteur est une figure composée de deux demi-diametres du même cercle, & d'une moindre partie de circonférence,

9. Portion de cercle est une figure comprise d'une

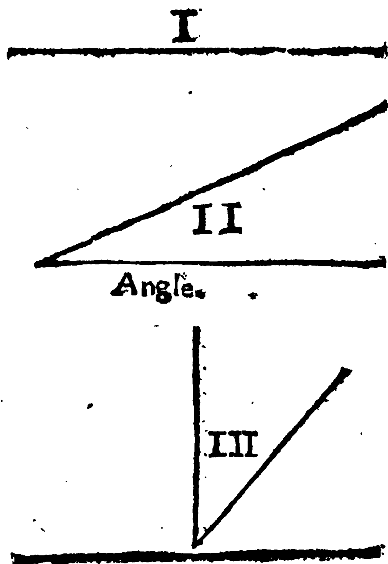
Définitions de la Géométrie.

1. La ligne droite est celle qui est également contenue entre ses extrémités, ou le plus court chemin d'un point à un autre.

2. Angle est l'inclination d'une ligne droite à une autre, de sorte qu'elle ne fasse pas une seule ligne droite.

3. Quand une ligne droite, tombant sur une autre ligne droite, fait l'angle d'un côté aussi grand que l'autre, cette ligne est appellée perpendiculaire, & les angles sont appellés angles droits.

L'angle droit est celui qui a 90 degrés ; celui qui excede les 90 degrés est appellé obtus ; & celui qui est moins est appellé aigu.

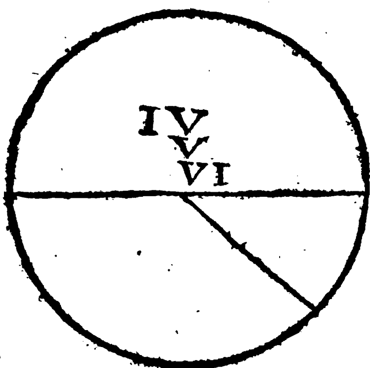


Remarque. Deux lignes droites n'enferment point un espace.

4. Figure est ce qui est enclos d'une ou de plusieurs lignes, & de celle-là le cercle est une figure contenue d'une seule ligne appellée circonférence, au-dedans de laquelle il y a un point, duquel toutes les lignes tirées à la ciconférence sont égales. Ce point est appellé centre.

5. Diametre du cercle est une figure droite passant par le centre, & se terminant à la circonférence.

6. Le demi-cercle est une figure comprise de la moitié de la circonférence & du diametre.

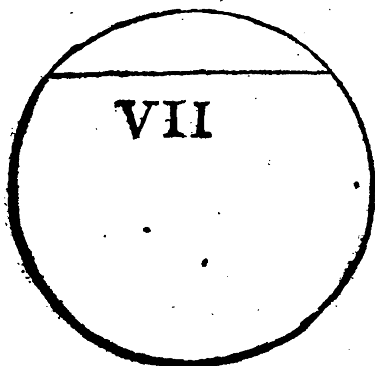


7. Grand secteur de cercle est une figure composée de deux demi-diametres, & de plus de la moitié de la circonférence.

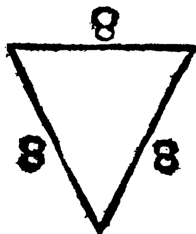
8. Petit secteur est une figure composée de deux demi-diametres du même cercle, & d'une moindre partie de circonférence.

9. Portion de cercle est une figure comprise d'une

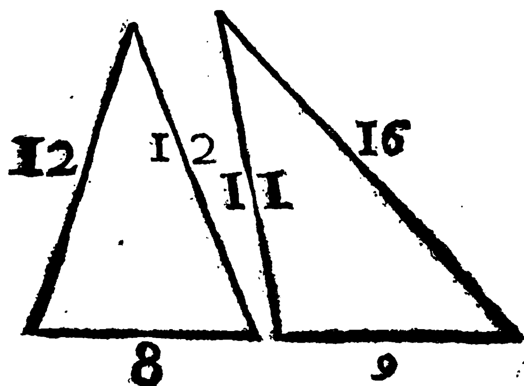
ligne droite, & d'une portion de la circonférence plus grande ou plus petite que la moitié.



10. Des figures rectilignes, celle qui est contenue de trois lignes droites est appellée Triangle ; & des Triangles, celui qui a les trois côtés égaux, s'appelle Equilatéral ; celui qui en a deux seulement égaux, s'appelle Isocelle ; & celui qui a tous les trois côtés inégaux, s'appelle Scalene.



Equilatéral.

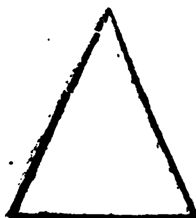


Isocelle Scalene.

II. Les Triangles sont appellés Rectangles, s'ils ont un Angle droit ; Ambligones, s'il ont un Angle obtus ; & Oxigones, s'ils ont les trois Angles aigus.

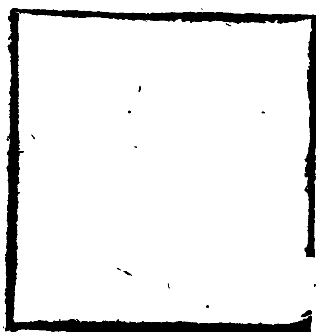


Rectangle. Ambligone.



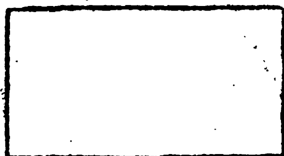
Oxygone.

12. Le quarré qui a les quatre côtés égaux & les angles droits, & quarré long qui a les quatre *angles* droits, & les côtés oppoſés ſeulement égaux.



Quarré.

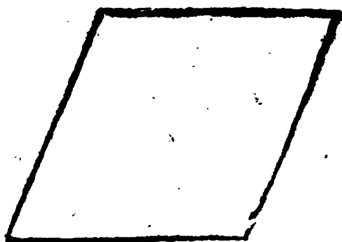
Quarré



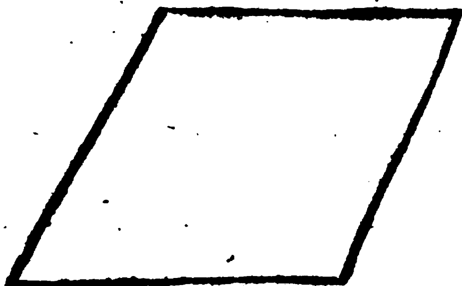
Quarré - long.

13. Rhombe eſt une figure de quatre côtés égaux & paralleles, ayant deux angles obtus oppoſés, & deux angles aigus auſſi oppoſés. Rhomboïde eſt une figure auſſi de quatre côtés paralleles; ſavoir, deux longs & deux courts, ayant deux angles obtus & deux aigus.

Il faut remarquer que le quarré, quarré-long, rhombe & rhomboïde, ſont quatre figures que les Géometres appellent parallélogrames, c'eſt-à-dire, que tous les côtés oppoſés ſont paralleles.

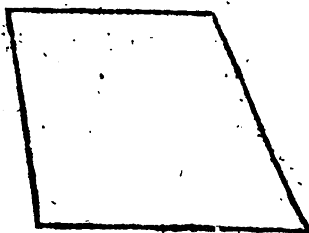


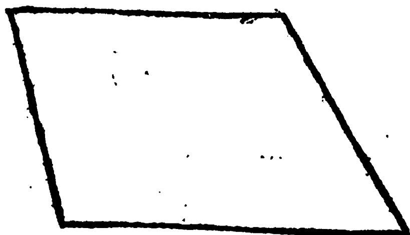
Rhombe.



Rhomboïde.

14. Trapeze eſt une figure de quatre côtés, qui n'eſt ni quarré, ni quarré-long, rhombe ni rhomboïde; il a deux côtés paralleles & inégaux.





Trapeze.

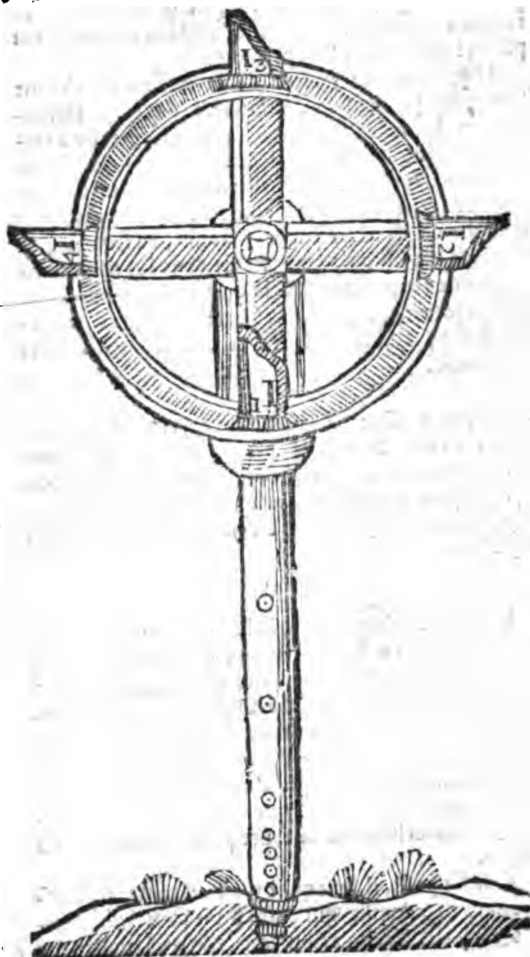
15. Trapézoïde, est une figure de quatre côtés inégaux, ayant aussi les angles inégaux, dont il sera parlé ci-après dans l'Arpentage.

Auparavant de traiter de la mesure de chaque figure en particulier, contenue dans les Définitions ci-devant, j'ai trouvé à propos de faire l'instruction d'un instrument duquel il faut se servir sur le terrein, lorsqu'il est question de trouver les mesures des sujets; &, pour abréger, je vous dirai que je le divise en deux parties: savoir, en simple, & composé: le simple, pour servir dans les opérations simples de l'arpentage; & le composé, pour trouver l'ouverture des angles des figures régulieres ou irrégulieres, comme il se verra ci-après dans leurs opérations.

Description d'un Instrument appellé Equerre; très-utile & abrégé pour faire toutes sortes d'opérations, tant pour la mesure des lieux ou sujets accessibles qu'inaccessibles, dont la figure & représentation s'ensuit après le discours suivant.

Il faut premiérement que ledit Instrument, nommé Equerre, soit en forme ronde, qui est la figure la plus parfaite & infaillible, qui doit être divisée en quatre parties égales par deux lignes qui s'entrecoupent en angles droits au centre. Il faut qu'à l'extrémité de chaque ligne il y ait une pinule attachée de la même forme ci représentée, qui soit fendue perpendiculairement à droite ligne, avec un petit trou au-dessous de la fente pour découvrir les objets.

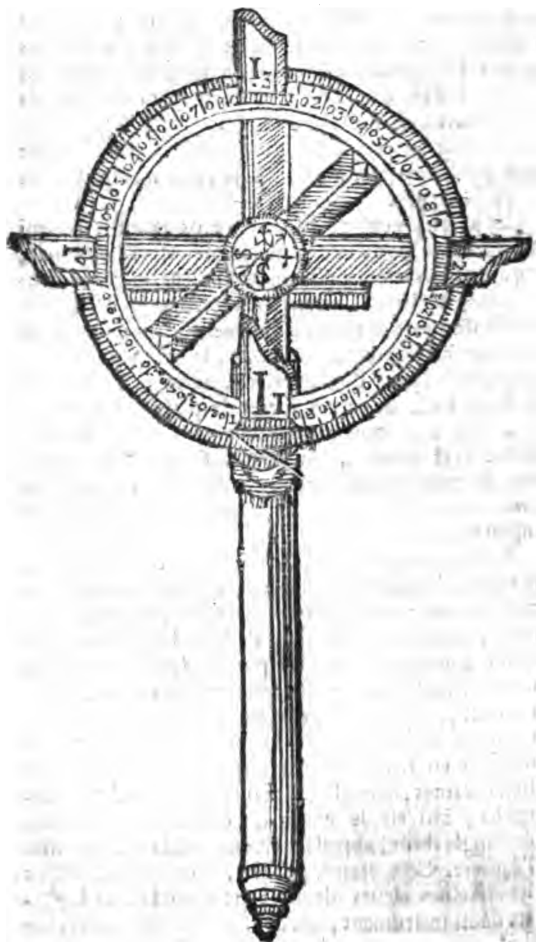
Cela supposé, il faut qu'il y ait au centre de l'instrument une douille qui entre à vis dans ledit centre, laquelle servira à soutenir ledit instrument sur



son bâton, haut environ de quatre à cinq pieds, selon la hauteur de l'œil, qui doit être divisé en pieds & pouces, pour opérer facilement, & éviter la peine de prendre à tout moment la chaîne pour mesurer de petites distances. Ledit instrument peut être fait de telle maniere que l'on voudra : mais la plus approuvée & la meilleure est celle de cuivre, car elle n'est pas si sujette à être forcée, ni à manquer dans les opérations.

Ceux qui veulent pénétrer plus avant, & qui ont quelque peu de connoissance des Mathématiques, & qui sur un même instrument veulent opérer en toutes sortes de sujets, pour trouver leurs mesures, tant accessiblement qu'inaccessiblement, comme pour mesurer la hauteur d'une tour, la profondeur d'un fossé, la largeur d'une riviere, enfin pour mesurer la superficie de toutes sortes de plans, &c. ceux-là, dis-je, pourront facilement agir avec le même instrument, en toutes sortes d'occurrences, augmentant sur icelui ce qui suit, comme il se verra ci-après, par une seconde opération dudit instrument.

Je suppose que ledit instrument soit de cuivre, en la même forme que ci-dessous, avec toutes ses mêmes parties ; mais afin de le rendre universel pour toutes sortes d'opérations, il faut diviser le cercle dudit instrument en 360 parties égales, appellées degrés, le divisant premiérement en quatre, comme il est, puis chaque quatrieme partie en neuf, commençant à diviser en trois parties, & chaque partie de trois en trois, jusqu'à la quantité de neuf, qui sont dixaines, lesquelles font quatre-vingt-dix parties égales, qui est le quart du cercle ou ouverture de l'angle droit, appellé trait quarré, ou autrement à l'équerre. Cela étant observé, on marquera dessus les dixaines leurs degrés ; puis après, sur le centre dudit instrument, sera construite une alidade mou-



vante sur sondit centre, qui, de ses extrémités, touchera la circonférence, & tournoyant & recherchant la mesure des sujets, montrera l'ouverture des angles, commençant à compter de la pinule fixe ou immobile jusqu'où l'alidade touche; & ainsi on aura le requis sur ladite alidade.

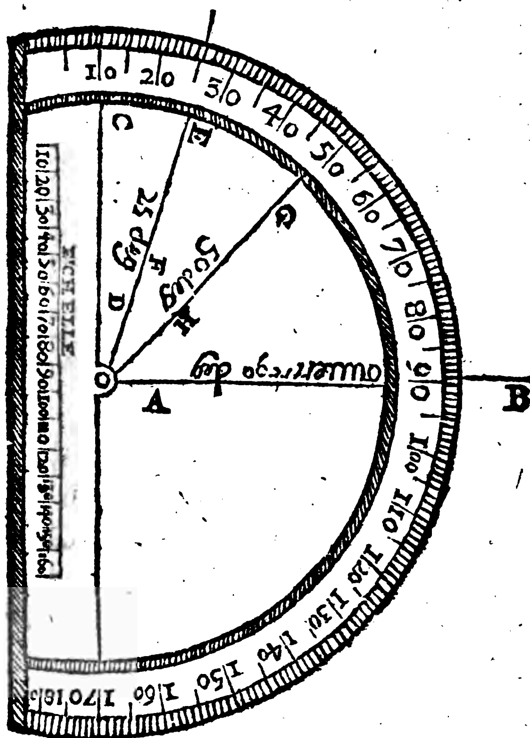
Il faut aussi pareillement qu'il soit construit des pinules, qui seront attachées de la même façon que ci-devant; & pour tenir ledit instrument, il y faut ajouter un genou au lieu d'une douille, lequel sera fait de pareille étoffe, pour le faire tourner haut & bas, en telle maniere qu'il sera nécessaire, dont la représentation est vis-à-vis, montée sur son bâton, comme celui ci-devant, qui est simplement pour l'arpentage.

Ayant ainsi construit ledit instrument, qui est portatif, il est aisé avec icelui d'observer tout ce qui se peut rencontrer dans la mesure. Pour la grandeur, cela dépend de celui qui le fait faire; mais on observera que plus un instrument est grand, plus il est juste; néanmoins la plus commune & la meilleure opinion, est qu'il ait cinq pouces de diametre, & sa circonférence à proportion. Sur l'alidade dudit instrument, on y peut faire faire une petite boussole divisée en huit parties égales, avec laquelle on pourra prendre toute déclinaison.

Comme j'ai traité & représenté les instruments propres pour toutes sortes d'opérations, j'ai voulu, pour en faciliter la pratique sur les sujets qui tombent sous la mesure, donner à connoître un petit instrument portatif, appellé Rapporteur, dont la figure suit, qui sert à rapporter sur le papier les ouvertures des angles trouvés sur les plans des places à mesurer, pour, par ce moyen, connoître toutes sortes de superficies, sans pour cela obliger l'Arpenteur d'en avoir un, comme n'étant pas une chose tout-à-fait nécessaire, lorsqu'il s'agit de l'arpentage sim-

plement, mais bien quand il est question de trouver la mesure d'un Bois, ou autres sujets dans lesquels on ne peut entrer, mais seulement aller autour d'iceux, pour en avoir la mesure par l'ouverture des angles.

Figure dudit Instrument.



Explication du Rapporteur, & comment il s'en faut servir.

L'instrument représenté ci-à-côté, s'appelle Rapporteur ; il peut se faire de telle maniere que l'on veut : mais la plus commode est de corne : on le peut faire aussi de cuivre. Cet instrument n'est autre chose que la moitié d'une circonférence divisée en 180 parties égales, appellées degrés, par lesquelles nous pouvons connoître toutes sortes d'ouvertures d'angles.

Par ce moyen, en posant la base ou diametre dudit instrument sur le côté de quelque figure géométrique, en sorte que son centre soit directement à l'extrémité de l'angle duquel on veut prendre l'ouverture, la circonférence marquera l'ouverture dudit angle ; & ainsi des autres : mais s'il étoit requis de faire un angle à l'extrémité d'une ligne donnée de tant de degrés que l'on voudra, comme si sur la ligne C D on veut faire un angle de 50 degrés, je pose la base de l'instrument sur la ligne C D, en sorte que le centre touche l'extrémité de la ligne C D, & que la base soit le long de la ligne ; puis voulant trouver les 50 degrés, on comptera depuis C jusqu'à G, le nombre 50 est la circonférence, & tirant du point D la ligne D G, cette ligne formera l'angle GDC requis ; ainsi des autres.

Pratique.

Sur une ligne droite donnée, trouver un angle droit par le moyen du Rapporteur.

Il faut poser la base sur ladite ligne, & le centre au point où l'on propose faire l'angle droit, commençant à compter depuis 10 jusqu'à 90 degrés, & poser un point à l'extrémité des 90, & où le centre dudit Rapporteur sera posé : pour avoir ledit angle, il faudra dudit centre audit point tirer une ligne droite qui donnera l'ouverture requise, qui est 90 degrés.

De sorte qu'ayant bien considéré la position de cedit instrument, sur quelque figure que ce soit, on aura, par son moyen, l'ouverture de toutes sortes d'angles, chose très nécessaire pour lever les plans des Villes, & aussi pour mesurer les sujets accessibles ou inaccessibles, comme vous le verrez dans la suite par les questions proposées ci-après au sujet de l'arpentage.

L'échelle que vous voyez marquée le long de la base du Rapporteur, sert pour réduire les grandes mesures à de plus petites, qui est ce que l'on appelle réduire le grand pied au petit.

Par exemple, supposé que vous ayez trouvé l'ouverture d'un angle, qui soit de 90 degrés, & que vous vouliez mesurer la distance depuis un angle jusqu'à un autre; cela pris sur quelque sujet, comme sur une muraille de Ville, circuit de maisons, distance des lieux, & autres: posons que depuis cedit angle jusqu'à l'autre, la distance soit de 25 toises; pour réduire cette ligne de 25 toises en pieds, ou en telle autre mesure que l'on voudra, il faut tirer une ligne blanche, & prendre telle échelle que l'on voudra, y déterminant le nombre de 25 pieds, ou pouces, ou lignes, & aux extrémités y former les angles proposés ci-dessus, comme il est enseigné par ledit Rapporteur, ou demi cercle; & ainsi continuant aux autres côtés de quelque figure que ce soit, on formera un plan selon qu'il sera requis.

Ayant expliqué la Géométrie & ses définitions, décrit & représenté les instruments nécessaires pour la pratique d'icelle, je traiterai ensuite de l'Arpentage.

TRAITÉ
DE L'ARPENTAGE.

L'ARPENTAGE n'est rien autre chose que ce que l'on dit mesurer la surperficie de la Terre, ce qui est le propre de la Géométrie, ci-devant expliquée, pour les diverses figures qui se forment sur icelle : mais à cause de l'usage qu'il y a entre les Peuples, selon la diversité des mesures, on emprunte les nombres de l'Arithmétique, pour signifier ces mesures, & selon la diversité des Pays, on use de différentes mesures, dont la Table suivante exprime les plus connues.

Table des mesures ordinaires.

L'arpent contient 10 perches en longueur, 10 en largeur, & 100 perches quarrées en superficie, qui est communément divisée en quatre quartiers.

La perche, mesure de la Prévôté & Vicomté de Paris, est estimée de 18 pieds.

Et en d'autres endroits, selon la diversité des lieux, elle est de 19, 20, 22, 24, &c.

Comme au pays du Perche & pays Chartrain, la perche est de 22 pieds de long ; & son quarré en contient 484.

Au pays d'Anjou, Poitou, Touraine, le Maine, & autres lieux circonvoisins, la chaîne, de laquelle l'on mesure les héritages, contient 25 pieds en sa longueur, & en son quarré 625 pieds.

En Bretagne, la chaîne contient 24 pieds de longueur, & 576 pieds en quarré.

Il faut remarquer qu'en la plupart des Provinces, les 100 chaînes quarrées, de 25 pieds de long chacune, sont comptées pour un arpent, les 25 pour un quartier ; tellement que les 10 en longueur sur autant de largeur, c'est un arpent, ou 25 en longueur sur 4 de largeur, font un arpent aussi, & les 5 en longueur sur autant de largeur, font un quartier.

Le journal, au Duché de Bretagne, contient 22 sillons $\frac{1}{3}$ ou 4020 pieds quarrés.
Le sillon contient 6 raies ou 180 pieds.
La raie contient 2 gaules $\frac{1}{2}$ ou 30 pieds, & la gaule contient 12 pieds.

L'acre, au Duché de Normandie, contient 4 verges.
La verge contient 40 perches quarrées, &
La perche contient 22 pieds.

La saumée, en Languedoc, contient 4 sesterées, ou 1600 cannes quarrées.
La canne contient 8 pans en longueur, & le pan contient 8 pouces 9 lignes.

Le journal, au Duché de Bourgogne, selon l'Ordonnance du Duc Philippes, contient 360 perches quarrées.
La perche contient 19 pieds en longueur, & 361 en quarré.

Le journal, au Duché de Lorraine, contient 250 toises.
La toise 10 pieds en longueur.
Le pied 10 pouces, mesure de Lorraine.

Ayant dit tout ce que ci-dessus pour la différence des Mesures qui se rencontrent selon la diversité des Pays, il est maintenant question de venir à la pratique de l'Arpentage, qui a pour objet la piece de terre que l'on veut mesurer ou arpenter, que l'on doit mesurer avec la mesure dont on mesure les

héritages du Pays ou de la Province où se fait l'Arpentage.

Tous les Arpentages qui se font, les uns dans une Province, les autres dans l'autre, ne different point entr'eux, sinon pour le regard de la mesure, qui est plus courte ou plus longue en un lieu qu'en l'autre, quoique l'une & l'autre soient divisées en pieds égaux en leur longueur, selon la longueur de ladite mesure, d'autant que nous n'avons en ce Royaume qu'un pied de Roi; par cette raison tous Arpenteurs, en quelque Pays qu'ils soient appellés pour faire des arpentages ou d'autres mesures, s'étant bien instruits de la mesure du lieu où les terres à arpenter seront situées, pourront sans difficulté faire lesdits arpentages, & ensuite le calcul & supputation d'iceux, conformément à la mesure de laquelle ils ont arpenté, d'autant qu'en quelque Province que ce soit, les figures géométriques desquelles sont composées lesdites pieces d'héritages, ne sont point différentes l'une de l'autre, puisqu'en l'un & l'autre pays elles sont composées de figures quarrées, barlongues, triangulaires, trapezes, circulaires, en ovale, & autres ci-devant déclarées au Traité de la Géométrie, *page* 356.

Avertissement de l'Arpenteur.

Il est absolument nécessaire à l'Arpenteur d'avoir tous les instruments propres à l'Arpentage; en premier lieu, il doit avoir une Equerre simple ou composée, comme celles qui sont representées ci-devant, pages 364 & 366, parce qu'elles font le même effet quant à l'Arpentage; en second lieu, une chaîne de fil de fer longue de 18, 20 pieds, ou plus, selon la perche ou mesure du lieu; enfin, 12 ou 15 piques ferrées par le bout, ou plus ou moins, au choix de l'Arpenteur, pour sa plus grande commodité.

Etant ainsi assorti d'instruments, avant que d'en venir à la pratique, il doit considérer trois choses:

la premiere est la coutume du lieu pour la mesure.

La seconde, le pourtour de la piece à terre à mesurer ; & la troisieme, les bornes qui la séparent d'entre ses voisins, avec les alignements des chemins & fossés suivant la coutume du lieu.

Il est à remarquer que, pour être assuré dans les opérations, il faut se représenter en son esprit la forme de ladite piece à mesurer, & l'ayant ainsi conçue, voir sous quelle figure elle tombe dans la Géométrie ; cela supposé, il en faut suivre la Règle pour la mesurer : néanmoins ce n'est pas le tout de la considérer théoriquement, il en faut venir à la pratique; car souvent les terres ne tombent pas dans la régularité; quoiqu'elles soient dans les formes suivant les Regles de Géométrie. Pour supplément de ce, la pratique en donne une entiere connoissance.

Par cette raison, pour Règle générale, dans telle figure qu'elle puisse être, tirez toujours les lignes droites par le moyen de votre équerre & piquets, les mesurant actuellement suivant les côtés desquels votredite figure est entourée ; cela supposé, observez les Regles qui tombent dans cette mesure, & l'opération vous en donnera la superficie requise.

Si les lignes se trouvent courbes, rentrantes ou sortantes en coude ou en S, ne manquez pas de tirer vos lignes droites, rasant le rentrant & le sortant; & ce faisant, il demeurera du vuide à mesurer; mais il faut que celui qui sort récompense celui qui rentre, & ainsi réciproquement, l'un réparera le défaut de l'autre ; ce qui dépend de la prudence de l'Arpenteur.

Quant à cesdites portions qui restent à mesurer, elles doivent se considérer à-peu-près en formant des figures triangulaires dans icelles ou autres, côtoyant de plus près que faire se pourra les portions de cercles. Si néanmoins on vouloit exactement mesurer cesdites portions jusqu'à la plus petite

partie d'une perche, toise ou autre mesure, il se peut faire ; mais ce seroit chercher un chemin bien long pour la conséquence qui en est fort petite : ce que je propose n'est pas pour m'excuser de faire l'opération entiere, puisque ci-après je vous en ferai la démonstration.

Prop. I.

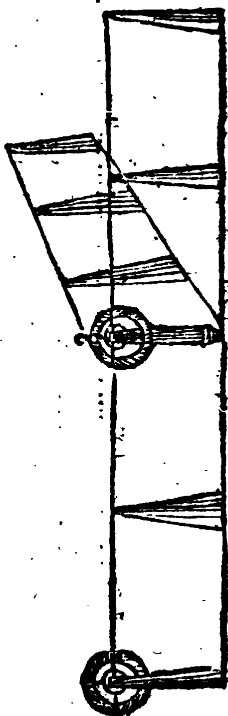
Proposition I.

D'un point à un autre donné à la Campagne, tirer une ligne droite.

Pour faire cette ligne, il faut prendre deux piquets à plaisir, & poser l'un des deux au point dont on veut tirer la ligne, & l'autre au point où l'on la veut tirer; ensorte que posant un troisieme, on voie avec l'œil que tous les trois soient rangés en une ligne droite : ensuite, on en plantera tant d'autres que l'on voudra entre les deux points donnés ; de sorte que celui que l'on plantera, cache à l'œil ceux qui sont déjà plantés.

Proposition II.

Sur une ligne droite donnée à la Campagne, & d'un point en icelle élever une perpendiculaire, ou à l'équerre.



Soit planté un bâton avec l'équerre au point proposé, de sorte que par l'une des fentes, qui est parallele au côté de l'équerre, on voie au long de la ligne donnée, & que par l'autre qui la coupe en angles droits, on fasse tirer une ligne droite parallele à la base ou ligne-terre qui se tire du pied de l'instrument à l'extrémité du piquet qui termine la distance, ensorte que posant d'autres piquets entre ces deux extrêmes, on puisse voir tous les sommets d'iceux au travers des pinules dudit instrument; alors ils seront tous en même hauteur; & le rayon visuel sera parallele à la ligne-terre, selon le requis.

De la Mesure des Triangles.

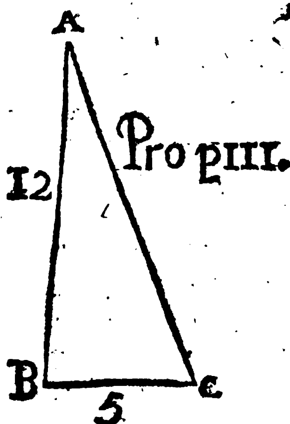
Maxime.

En tout Triangle rectangle, le quarré du côté opposé à l'angle droit, est égal à la somme des quarrés des deux autres côtés par la quarante-septieme du premier d'Euclide.

Si B est l'angle droit, le quarré de la ligne A C fait autant que la somme des quarrés du côté A B, & du côté B C, comme il se voit en la figure de la troisieme proposition suivante.

Proposition III.

Etant donnés les deux côtés qui forment l'angle droit d'un Triangle rectangle, trouver l'autre côté.



Du Triangle rectangle A B C, l'angle B soit droit, le côté A B 12 toises, & B C 5, il faut trouver le côté A C opposé à l'angle droit.

Pour faire cette opération, il faut prendre le quarré de 12 & le quarré de 5, font 144 & 25, & les ajouter ensemble, cela fera 169, desquels extrayant la racine quarrée, il viendra 13 pour le côté A C.

Opération.

12 5 144 1 69
12 5 25 ——— (13 pour le côté AC.
——— 1 22
144 25 169

Application.

Il y a une muraille haute de 12 toises, & au pied d'icelle un fossé large de 5 toises; on demande si on vouloit faire une échelle pour monter avec icelle au haut de ladite muraille, combien elle devroit avoir de toises. Pour réponse, quarrez 12 & 5, qui est la hauteur de la muraille & la largeur du fossé, il viendra 144 & 25, lesquels deux nombres ajoutés ensemble, font 169, dont la racine quarrée est 13 toises, pour la longueur de l'échelle.

Preuve.

La longueur de l'échelle est 13 toises, & la largeur du fossé est 5; on demande la hauteur de la muraille.

Quarrez 13, il vient 169; quarrez aussi 5, il viendra 25; cela fait, ôtez 25 de 169, il restera 144; dont la racine quarrée est 12, pour la hauteur de la muraille, comme ci-devant.

Autre Preuve.

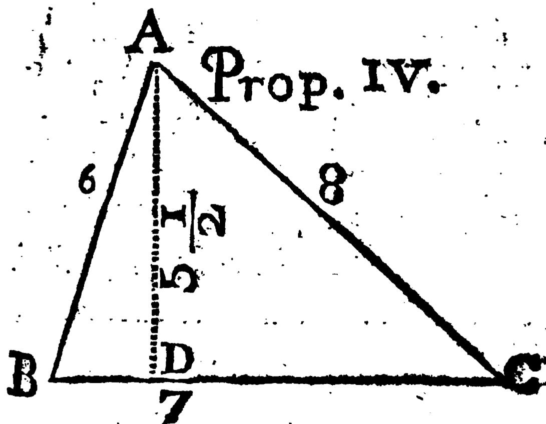
La hauteur de la muraille est 12, & la longueur de l'échelle est 13, on demande la largeur du fossé.

Quarrez 13, il viendra 169; quarrez aussi 12, il viendra 144; puis ôtez 144 de 169, le reste

era 25, dont la racine quarrée est 5, pour la largeur du fossé, comme il a été proposé.

Proposition IV.

Etant donné les trois côtés d'un Triangle, trouver la perpendiculaire qui tombe de l'un des angles sur le plus grand côté.



Pour trouver la perpendiculaire du Triangle A B C, comme la ligne A D, il faut en premier lieu trouver le point D, auquel elle coupe la base, ce qui se fait en cette sorte.

On ajoutera les deux côtés A B & A C, lesquels feront ensemble 14 : on prendra la différence des mêmes côtés, qui est 2 ; cela fait, on multipliera

14 par 2, il viendra 28, lesquels seront divisés par 7 de B C, le quotient sera 4, lequel 4 on ôtera de même de 7, & le reste sera 3, duquel la moitié, qui est $1\frac{1}{2}$ sera la longueur de la ligne B D : enfin on prendra le quarré A B, il viendra 36, duquel on soustraira le quarré B D, qui sera $2\frac{1}{4}$, & du reste, qui sera $33\frac{3}{4}$ pour le quarré de la perpendiculaire AD, on en extraira la racine quarrée, & on aura la longueur de la même perpendiculaire; savoir, $5\frac{1}{2}$ ou environ, peu plus.

Opération.

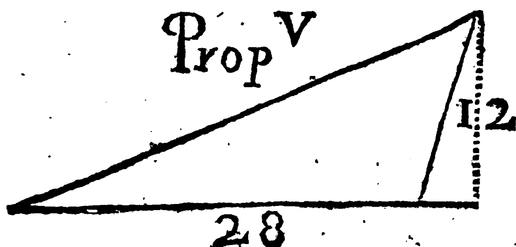
Add.	Souſt.	Mult.		Souſt.
8	8	14		7
6	6	2	28	4
14	2	28	7 (4)	la ½ 3

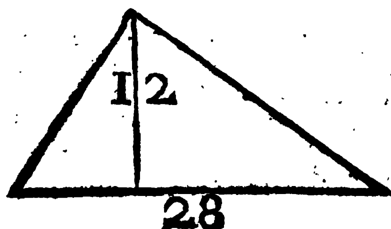
Mult.	Mult.	Souſt. $1\frac{1}{2}$
6	$1\frac{1}{2}$	36
6	$1\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{4}$
36	$2\frac{1}{4}$ reſte	$33\frac{3}{4}$ dont il faut tirer la racine quarrée, il viendra $5\frac{3}{4}$, peu plus.

Propoſition V.

Etant donné un Triangle, trouver ſa grandeur.

Il faut chercher en l'un des côtés un point, auquel poſant l'équerre, on puiſſe, par le moyen d'icelle, élever une perpendiculaire qui paſſe par l'angle oppoſé au côté ; puis meſurant le côté ou la baſe, comme auſſi la perpendiculaire, il s'enſuit la Regle ſuivante.



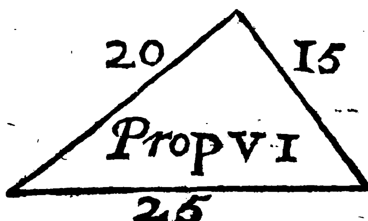


La perpendiculaire du triangle soit 12, la base 28, il faut multiplier la moitié de 12, qui est 6, par 28; cela fait 168 pour la superfiicie du triangle, c'est-à-dire, que si la perpendiculaire du triangle contient 12 perches, ledit triangle contiendra 168 perches quarrées; si c'est pieds, ce seront 168; si c'est toises, &c. réservant toujours en mémoire que la multiplication fait une superficie.

Proposition VI.

Si d'aventure l'on ne pouvoit tirer de perpendi-

culaire, & que l'on eût les trois côtés, on trouvera la superficie en cette maniere.



Les trois côtés du triangle soient 15, 20 & 25, qui, étant ajoutés ensemble, font 60; la moitié de 60 est 30, desquels 30 il faut ôter 15, 20, 25 séparément, les restes sont 15, 10 & 5, qu'il faut multiplier l'un par l'autre, pour avoir au produit 750, qui étant multipliés par la moitié de la somme des côtés, qui est trente, fait 22500, dont la racine quarrée est 150 pour la superficie du triangle.

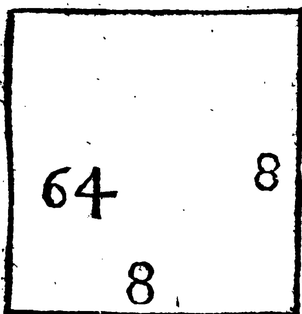
15	30	30	30	15
20	15	20	25	10
25	———	———	———	———
———	15	10	5	150
60				5
30				———
				750
				30
				———
				22500

1
2. 25. 00
——— ——— (150 superficie du Triangle.
2. 25. 00
2

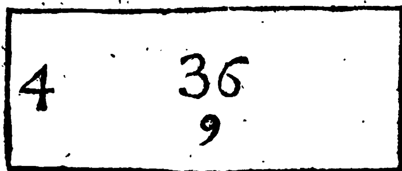
De la meſure du Quarré, & du Quarré-long.

Propoſition VII.

Pour meſurer un quarré ou un quarré-long, il faut meſurer les deux côtés qui comprennent un même angle, & les multiplier l'un par l'autre; & le produit donnera la ſuperficie.



Prop. VII.



Si c'est un quarré, & qu'un chacun des côtés soit 8, multipliant ce côté par soi-même, cela fera 64 pour la superficie du quarré.

Si c'est un quarré long, & que l'un des côtés soit 4 & l'autre 9, multipliant 4 par 9, il viendra 36 pour la superficie du quarré-long ou rectangle.

Il faut remarquer qu'encore que je ne me serve que de nombres entiers dans la proposition du quarré, & du quarré-long ci-devant, s'il arrive des fractions dans une autre question, selon la subdivision de la perche, toise & autres mesures, on observera le même ordre qu'en l'exemple ci-dessous, lequel servira de modele à toutes multiplications de longueur par largeur concernant l'arpentage, ou autres opérations de mesure.

Exemple.

Supposé qu'une piece de terre ait été mesurée à la perche de 18 pieds, & que la longueur d'icelle soit 9 perches 7 pieds, & la largeur 6 perches 5 pieds, on demande combien il y aura de perches quarrées, & parties de perches.

Opération.

long.	9	perches	7	pieds.
larg.	6		5	
	56	perches	6	pieds
	2		9	
			$1 \frac{17}{18}$	
	58	perc.	$16 \frac{17}{18}$	

pour la superficie de ladite piece de terre.

Pour faire cette opération, il faut multiplier en croix les 7 pieds de la longueur par les 6 perches de la largeur; il viendra 24 pieds, dont les 36 font 2 perches, & reste 6 pieds : j'écris les 6 pieds, & retiens les 2 perches, ou je les écrirai au rang des perches.

Ensuite je multiplie les 9 perches par les mêmes 6 perches, il vient 54, & 2 que j'ai retenus font 56, que j'écris dans leur rang.

cela

Cela fait, il faut multiplier les 5 pieds de la largeur par les 9 perches susdites, il viendra 45 pieds, qui valent 2 perches & 9 pieds, que j'écris encore au-dessous dans leur ordre.

Enfin je multiplie les 7 pieds de la longueur par les 5 pieds de la largeur; le produit est 35 pieds, dont les 18 font 1 pied de perche, que j'écris au rang des pieds, & reste 17, c'est-à-dire, $\frac{17}{18}$ parties d'un pied quarré, que j'écris ensuite; & ajoutant le tout, la somme des produits sera 58 perches 16 pieds $\frac{17}{18}$ de pieds, ou bien 58 perches 17 pieds moins $\frac{1}{18}$ de pied.

On voit par le raisonnement de la multiplication ci-dessus, que multipliant perches par perches, il vient des perches; pieds par perches il vient pieds de perches, c'est-à-dire, des pieds qui ont 1 pied de large & 18 pieds de long, dont les 18 font une perche quarrée. Mais multipliant pieds par pieds, il vient des pieds quarrés, dont 324 font la perche quarrée.

Dans l'exemple ci-dessus, on a 58 perches quarrées, 16 pieds de perches $\frac{17}{18}$, qui valent 17 pieds quarrés.

Pour réduire les pieds de perches en pieds quarrés, il faut multiplier 16 par 18, il viendra 288 pieds, lesquels étant ajoutés avec 17, numérateur des $\frac{17}{18}$ font 305 pieds quarrés, au lieu de 58 perches 16 pieds $\frac{17}{18}$, on a 58 perches & 305 pieds quarrés.

Avertissement.

Je sais que cette maniere d'opérer embarrasse beaucoup les jeunes Arpenteurs & autres : la plus grande partie prennent les pieds de perches pour des pieds quarrés, & les pieds quarrés pour des pieds de longueur; il est donc nécessaire de donner une autre méthode d'opérer, pour faire connoître que quand

on multiplie des pieds par des pieds, il vient des pieds quarrés; quand on multiplie des perches par des pieds, il vient des perches & des pieds; des perches sans pieds, & des pieds sans perches, selon que le cas y écher.

Dans l'exemple ci-dessus, on multiplie 9 perches par 5 pieds, il vient 45 pieds de perche, dont les 36 font 2 perches quarrées, & reste 9, qui valent une $\frac{1}{2}$ perche; & comme la perche quarrée est de 324 pieds quarrés, la $\frac{1}{2}$ perche en contient 162; ainsi 9 pieds de perche sont égaux à 162 pieds quarrés; de même 16 $\frac{17}{18}$ sont égaux à 305 pieds quarrés: c'est pourquoi on pourra se servir de la méthode suivante, qui est un peu plus longue, mais moins embarrassante pour ceux qui ne sont pas bien au fait du calcul.

Exemple.

On a une piece de terre dont la longueur est 9 perches 7 pieds, & la largeur 6 perches 5 pieds: il faut réduire les 9 perches 7 pieds en pieds, il viendra 169 pieds pour la longueur; il faut aussi réduire 6 perches 5 pieds en pieds, il viendra 113 pieds pour la largeur.

Il faut multiplier présentement 169 par 113, il viendra au produit 19097 pieds quarrés, qu'il faut diviser par 324 pieds, valeur de la perche quarrée, on aura au quotient 58 perches quarrées, & restera 305 pieds quarrés. Voyez l'opération suivante.

```
9 perches 7 pieds.      6 perches 5 pieds.
18                      18
-----                   -----
162                     108          169
  7                       5          113
-----                   -----        -----
169                     113          507
                                    169
                                   169
                                   -----
  3                                19097
 2805
÷ 19097
-------- (58 perches quarrées, & 305 pieds
  3244           quarrés.
  32
```

On peut encore opérer par les fractions, en multipliant 9 perches $\frac{7}{18}$ par 6 perches $\frac{5}{18}$, on aura au produit 58 perches $\frac{305}{324}$.

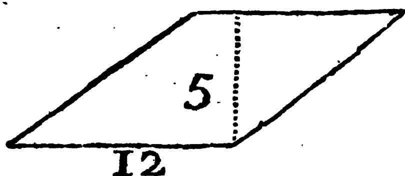
Du Rhombe & Rhomboïde.

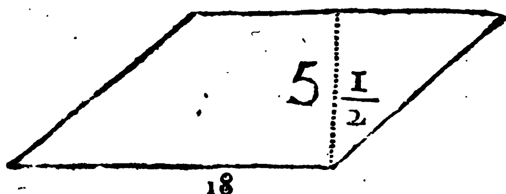
Proposition VIII.

Etant donné à mesure une piece de terre en forme rhombe ou rhomboïde, trouver sa superficie.

Il faut mener sur l'un des côtés une perpendiculaire jusqu'à l'autre côté qui lui est opposé; puis mesurant ce côté & la perpendiculaire, & multipliant l'un par l'autre, on aura la superficie de la piece de terre.

Proposition VIII.





Le côté du rhombe fait 12, & la perpendiculaire 5 ; multipliant 12 par 5, il viendra 60 pour la superficie du rhombe ; & si le côté du Romboïde étoit 18, & la perpendiculaire 5 $\frac{1}{2}$, le produit seroit 99 pour la superficie du rhomboïde.

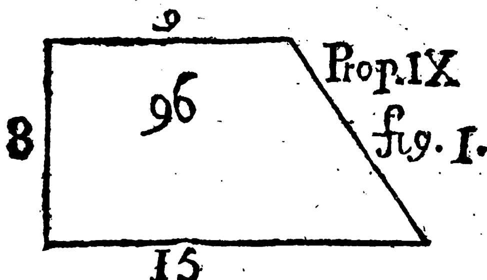
De la mesure du Trapeze.

Proposition IX.

Etant donné à mesurer une piece d'héritage en forme de trapeze, trouver sa superficie.

Le trapeze a deux côtés paralleles & inégaux, qui, étant joints ensemble, puis d'iceux prenant la moitié, cette moitié étant multipliée par la perpen-

diculaire qui tombe de l'angle obtus sur le plus grand côté parallele, le produit donne la superficie; mais si le trapeze est rectangle, alors il n'est pas besoin d'abaisser une perpendiculaire, puisque la ligne qui forme les angles droits est par conséquent perpendiculaire.



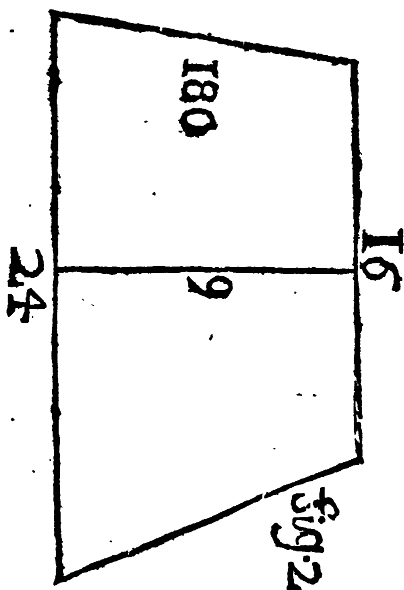
	15
	9
Somme	24
½	12 à multiplier
par	8
	96 supérieur du trapeze.

L'un des côtés paralleles soit 15, l'autre 9, celui qui tombe perpendiculairement sur iceux 8, il faut ajouter 15 avec 9, la somme est 24, dont la moitié est 12, qu'il faut multiplier par 8, il viendra 96 au produit pour la superficie du trapeze, comme ci-dessus.

Autre Exemple.

Si le trapeze avoit deux côtés paralleles, & qu'un des autres ne tombât pas perpendiculairement sur iceux, il faudroit mener une ligne droite: per-

pendiculaire depuis l'un jusqu'à l'autre, puis multiplier la moitié de leur somme par cette perpendiculaire, on aura la superficie, comme il se voit par la démonstration de la figure suivante, où les deux côtés paralleles sont 16 & 24, & la ligne perpendiculaire 9.



16
24

40
½ 20 à multiplier
par 9

180 superficie.

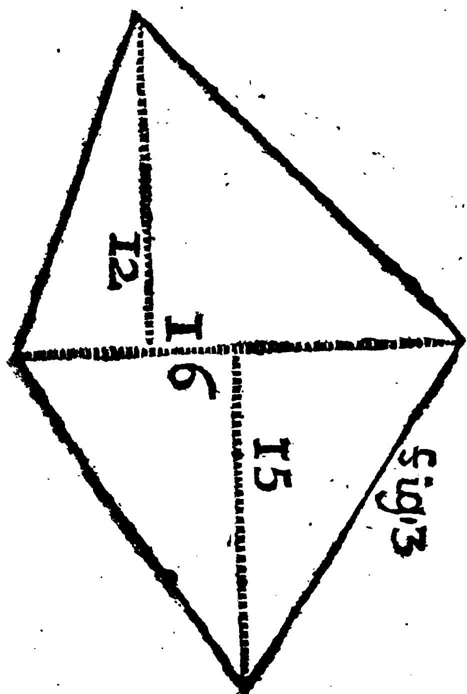
Autre Exemple.

Et si au Trapeze, ou plutôt au Trapezoïde proposé, il n'y avoit aucun angle droit ni ligne paralle-le, comme à celui représenté ci-après, on le divisera en deux triangles, menant une ligne diagonale, c'est-à-dire, d'un des angles à celui qui lui est opposé, & par conséquent le Trapeze sera divisé en deux triangles, desquels cherchant la superficie, selon l'ordre enseigné, & les ajoutant ensemble, on aura la superficie totale du Trapeze, dont la figure suit.

Mais on peut trouver la superficie du même Trapeze tout-d'un-coup, & plus facilement; il faut ajouter les deux perpendiculaires 15 & 12, la somme est 27, qu'il faut multiplier par 8, moitié de 16, qui est la diagonale, & le produit sera 216 pour la superficie du même Trapezoïde, comme il se voit par l'opération.

15 27
12 8

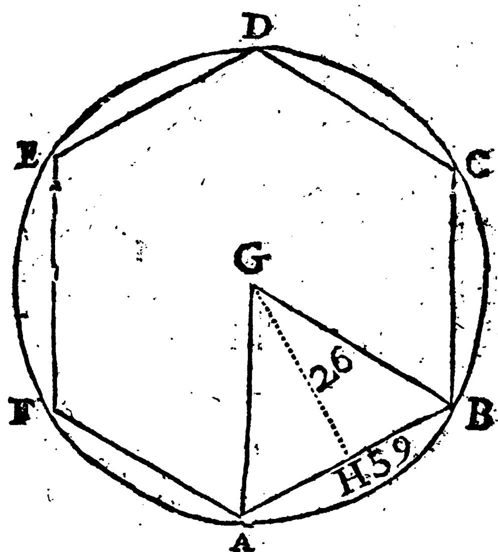
27 216



Des Polygones réguliers.

Les Polygones réguliers ou de plusieurs côtés égaux, se mesurent en multipliant tout leur circuit par la moitié de la perpendiculaire, qui tom-

de du centre sur le milieu de l'un des côtés, & le milieu donne leur superficie.



30	30
6	13
180	390
13	6
540	2340
180	
2340 toises.	

Soit proposé pour exemple de l'Exagone ABCDEF, le centre duquel soit G, & la perpendiculaire qui tombe du point G, sur le milieu de l'une des bases, comme ici AB au point H, cette ligne GH étant trouvée 26 toises, & chacun côté de 30, tout le circuit aura 180, qui étant multipliés par la moitié de la perpendiculaire, qui est 13, le produit donnera toute la superficie de l'Exagone; savoir, 2340 toises.

Quelques Géometres trouvent la superfice par une autre voie, mesurant l'un des triangles à part; comme ici le triangle ABG est trouvé en multipliant le base 30 par la moitié de la perpendiculaire 13, dont le produit est 390, qui étant multipliés par 6, il viendra 2340 toises pour la superficie de l'Exagone; & ainsi de tous les Poligones réguliers, comme il se voit par la figure ci-devant.

Des Poligones irréguliers.

Les poligones irréguliers sont ceux qui n'ont aucun angle ni aucun côté égal, & sont infinis comme les réguliers; ils se mesurent tons en les réduisant en triangle, prenant la superficie d'un chacun à part; puis faisant addition de tous les produits, la somme donne la superficie.

Pour exemple soit proposé le Pentagone ci-après, qui contient trois triangles, un chacun desquels étant mesuré à part, l'addition d'iceux donnera la superficie requise.

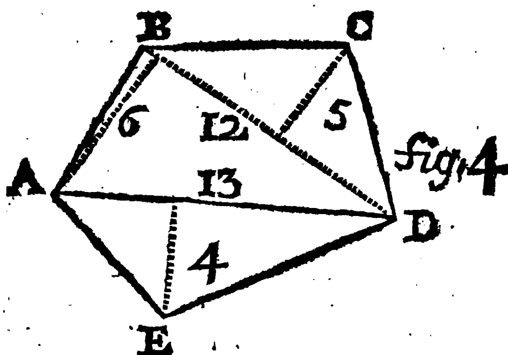
Voyez la figure du Pentagone de l'autre part, ensuite de son explication.

Explication de la figure suivante.

Ajoutez les deux perpendiculaires de la figure ABCD, qui sont 6 & 5, il vient 11, dont la moitié

est 5 $\frac{1}{2}$ que vous multiplierez par 12, qui est la base commune aux deux triangles de ladite figure, il viendra 66 pour la superficie requise des deux triangles.

Ensuite, pour avoir la superficie du triangle AED, multipliez 13, qui est la base, par 2, moitié de la perpendiculaire, qui est 4, il viendra 26 pour la superficie dudit triangle AED.



Opération.

6	5 $\frac{1}{2}$	13
5	12	2
11	60	26
$\frac{1}{2}$ 5 $\frac{1}{2}$	6	

66 Superficie de la figure ABCD.
26 Superficie du Triangle AED.

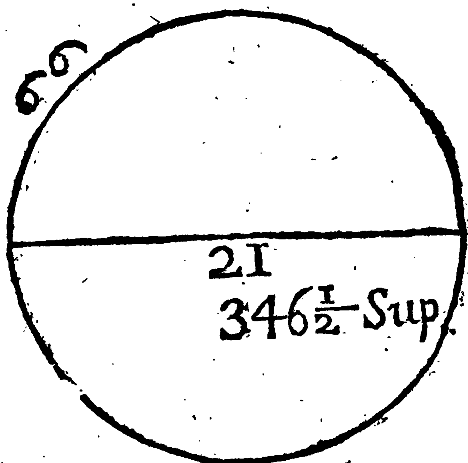
92 Sup. totale de la figure ABCDE.

Ainsi des autres Poligones ou figures irrégulieres.

De la superficie du Cercle.

Proposition X.

Etant donné le diametre d'un cercle, trouver sa superficie.



Il faut en premier lieu trouver sa circonférence, ce qui se fait par une Régle de Trois, disant :

Si 6 de diamettre donnent 22 de circonférence, (telle est la proportion que l'on prend pour la mesure du cercle) combien le diametre donné, par exemple 21, selon Archimede ? faisant la Regle,

Il viendra au quatrieme terme 66 pour la circonférence ; puis pour avoir la superficie, il faut multiplier la circonférence 66 par 21 qui est le diametre, il viendra 1386, dont il faut prendre le quart, & on aura $346\frac{1}{2}$ pour la superficie entiere du cercle.

Opération.

Si 7 diametre 22 circonf... 21 diamet..

```
          21                 circonf. 66
        ------      4        diamet.  21
          22      462x                -----
          44     ------  ( 66         66
        ------     77                132
        462 produit                  -----
         66 circonf.   Prod.         1386
                         1/4         346 1/2 sup.
```

Autrement.

On peut résoudre cette même proposition par une seule Regle de Trois, disant : Si 14 donnent 11, combien le quarré du diametre ? faisant la Regle, le quatrieme terme donnera la superficie comme ci-dessus.

Opération.

Le diametre soit 21... son quarré sera donc 441, partant je dis :

```
Si 14... 11... 441        677
               11         4851
            ------       ------(346 1/2 pour la sup.
               441        1444
              441          11
          ----------
Produit    4851
```

Autrement, multipliez la moitié de sa circonférence par le demi-diametre, le produit donnera la superficie du cercle comme ci-devant.

Opération.

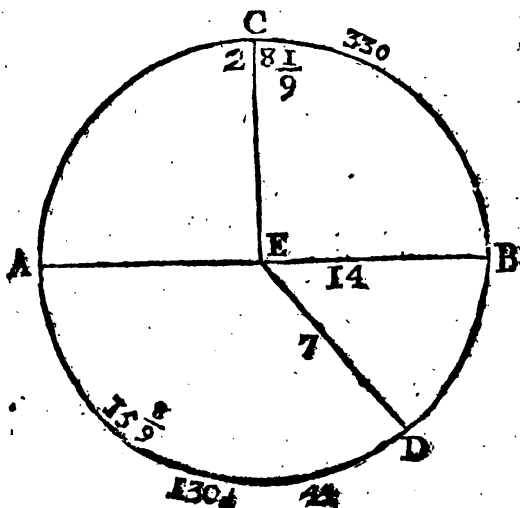
10 $\frac{1}{2}$
33
330
16 $\frac{1}{2}$

Produit 346 $\frac{1}{2}$ pour la superficie dudit cercle, laquelle méthode me semble plus facile que les deux précédentes.

De la mesure des parties du Cercle.

Premiérement du demi-Cercle.

Pour trouver toutes les parties du cercle, je me servirai de la derniere supputation ci-devant expli-



quée; tellement que, pour trouver la superficie du demi-cercle ABC ci-dessus, il faut multiplier 22, moitié de la circonférence par 7, moitié du diametre AB, il viendra 154, superficie entiere du cercle; dont la moitié sera 77 toises, perches, &c. pour la superficie du demi-cercle.

Autrement il faut multiplier 11, moitié de son arc ACB, par 7, moitié du diametre du cercle, & il viendra 77 au produit, comme ci-dessus.

Pour les opérations arithmétiques, je ne les fais pas; c'est pourquoi on s'attachera exactement à l'explication que je donne, pour les faire quand on voudra.

De la mesure du quart de cercle.

Pour trouver la superficie du quart de cercle ACE, il faut prendre le quart de 154, qui est la superficie entiere du cercle, & il viendra 38 $\frac{1}{2}$ toises pour le quart dudit cercle; autrement, il faut multiplier 5 $\frac{1}{2}$, moitié de son arc, par 7, moitié du diametre CE, le produit sera 38 $\frac{1}{2}$, comme ci-dessus.

De la superficie du grand secteur du cercle.

Pour trouver la superficie du grand secteur ACBDE, il faut multiplier la moitié de l'arc dudit cercle ACBD, que nous posons ici de 28 $\frac{1}{9}$, dont la moitié est 14 $\frac{1}{18}$, par le demi-diametre qui est 7, il viendra 98 $\frac{7}{18}$ pour la superficie requise.

De la mesure du petit secteur du cercle ci-devant, qui acheve le cercle du grand secteur.

Soit le petit secteur AED duquel on veut avoir la superficie; multipliez la moitié de son arc qui est

ici $7\frac{17}{18}$ par 7, il viendra $55\frac{11}{18}$ pour la superficie requise du petit secteur.

Or, puisque le cercle a été coupé à l'aventure en deux parties inégales, il faut nécessairement que les parties étant jointes produisent le total. Ainsi, faisant addition des deux produits, savoir, du grand & du petit secteur, la somme d'iceux doit donner la superficie du cercle entier, qui a été trouvée de 154, autrement il y auroit erreur.

Addition du grand & du petit secteur.

Superficie du grand secteur ACBDE	$98\frac{7}{18}$
Superficie du petit secteur AED	$55\frac{11}{18}$
Superficie du cercle	154 tois.

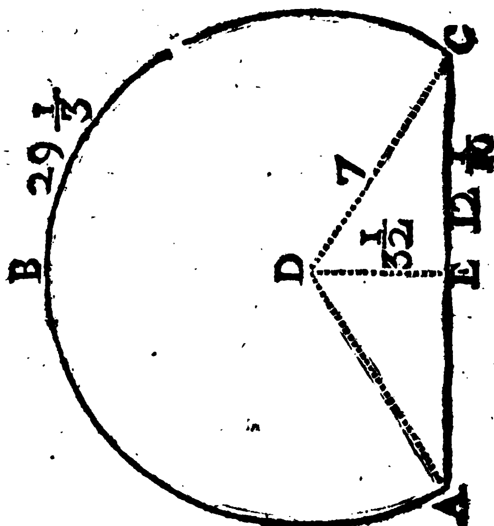
De la mesure de la grande & petite portion du cercle.

Etant donné à mesurer une grande portion de cercle, trouver sa superficie.

Pour trouver la superficie d'une grande portion de cercle, il faut trouver le centre par la Géométrie, qui est ici D; duquel point soient tirées deux lignes AD & DC, qui seront deux demi-diametres, lesquels on a trouvé être de 7 toises, & la ligne AC base du triangle ADC de $11\frac{1}{10}$, la perpendiculaire DE de $3\frac{1}{2}$. Pour avoir la superficie du secteur ABCD, il faut multiplier tout l'arc ABG, qui est $29\frac{1}{3}$, par 7, diametre de DC, il viendra $205\frac{1}{3}$, dont la moitié sera $102\frac{2}{3}$ pour le secteur, auquel il faut ajouter la superficie du triangle isocelle ABC, laquelle sera trouvée être de $21\frac{7}{40}$ ou $\frac{1}{6}$ à-peu-près, &

l'addition donnera 123 $\frac{101}{120}$ toises ou autre mesure pour la superficie de la grande portion ABCE.

Grande portion du Cercle.



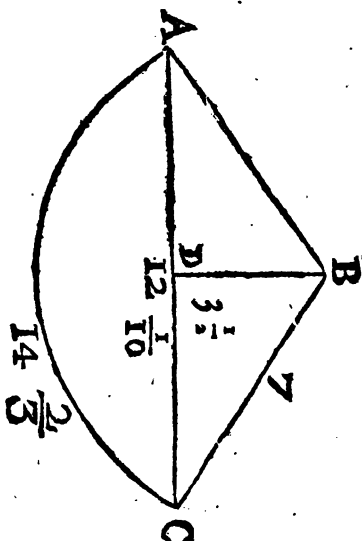
Il faut remarquer que pour faire l'opération, j'ai pris l'arc entier, au lieu que ci-devant je n'en prenois que la moitié, afin d'éviter les grandes fractions.

De la mesure de la petite portion du Cercle ADC.

La superficie de toute portion de cercle se trouvera en cherchant le centre d'icelle par la Géométrie, comme il a déjà été dit, lequel se trouve ici

en B, duquel point B on tirera les deux demi-diametres BC & BA, qui formeront un triangle isocelle, duquel la base sera AC 12 $\frac{1}{10}$, & la perpendiculaire sera BE de 3 $\frac{1}{2}$.

Petite portion du Cercle.



Or, pour avoir la superficie BADC, il faut multiplier 7, petit diametre BC, par-tout l'arc qui est 14 $\frac{2}{3}$, il viendra 102 $\frac{2}{3}$, dont la moitié est 51 $\frac{1}{3}$ pour la superficie du Secteur ABCD, dont il faut ôter la superficie du triangle isocelle qui est 21 $\frac{1}{40}$, il restera 30 $\frac{19}{120}$ pour la superficie requise de la petite portion ADC.

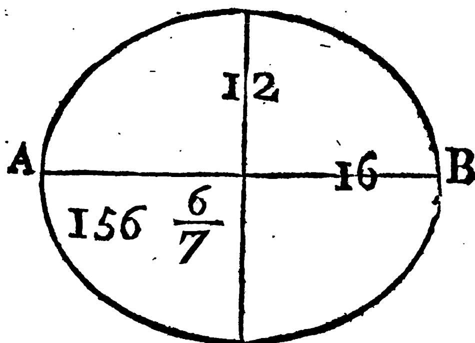
Que si l'opération est bien faite, les parties seront égales à leur tout; ainsi ajoutant 30 $\frac{19}{120}$, superficie de la petite portion, avec 123 $\frac{101}{120}$, superficie de la grande portion, il viendra justement 154 pour la superficie entiere de tout le cercle, qui démontre que les opérations sont bien faites.

De la mesure de l'Ovale.

Proposition XI.

Etant donné une figure en ovale, trouver sa superficie.

Pour mesurer l'ovale, & trouver sa superficie, il faut mesurer le grand diametre & le petit aussi, puis les ayant multipliés l'un par l'autre, poser le produit au troisieme terme d'une Regle de Trois, de laquelle le premier sera 14, & le deuxieme 11; faisant ensuite la Regle, il viendra au quatrieme terme la superficie de l'ovale.



Le plus grand diametre, soit 16 & le petit 12, il faut multiplier 12 par 16, le produit sera 192; cela fait on dira.

Si 14 donnent 11, qui est la proportion que l'on prend pour la mesure de l'ovale, comb. 192

9		192
		11
2112	(150 $\frac{6}{7}$ pour la superficie de l'ovale ci-dessus	192
7444		192
11		2112 Prod.

Ayant trouvé la superficie de l'ovale entiere, qui est 150 toises $\frac{6}{7}$, il sera aisé de trouver la superficie de la demi-ovale, en prenant la moitié du produit de l'ovale entier. Si donc on prend la moitié de 150 $\frac{6}{7}$, il viendra 75 $\frac{3}{7}$, pour la demi-ovale; & pour avoir le quart de l'ovale, on prendra le quart du même produit, il viendra 37 $\frac{5}{7}$ pour le quart de l'ovale. Il faut remarquer qu'ayant une place en forme de quart d'ovale à mesurer, il faut prendre les deux demi-diametres pour diametres entiers, & opérer comme si c'étoit l'ovale entiere, puis prendre le quart du produit; & toutes les petites parties de triangles mixtes, c'est-à-dire, composés d'une ligne droite & d'une courbe, étant séparées, la superficie se trouvera en formant des Trapezes de distances en distances, selon la commodité des lieux; & prenant la superficie d'un chacun à part, puis ajoutant tous les produits, la somme donnera la superficie requise, quelque difforme & irréguliere que soit la figure, comme celle représentée après le discours suivant.



De la mesure des figures irrégulieres bornées de lignes droites & de courbes.

Proposition XII.

Pour mesurer quelque figure de terre, telle qu'elle soit, il faut considérer qu'on le peut faire par le quarré, quarré-long, triangle & trapeze, parce qu'elle y doit être réduite, soit qu'elle soit enfermée de ligne droite ou de courbe, d'autant que la ligne courbe doit être réduite à la droite insensiblement différente par la multitude des divisions, selon que la nécessité le requiert.

Pour pratiquer telles mesures, il faut premiérement se transporter à l'extrémité d'un des angles du plan ou piece de terre, & y prendre le plus grand quarré qu'il sera possible, & aux extrémités dudit quarré, il se trouvera des triangles, des trapezes & portions de cercle. Que s'il s'y rencontre des sinuosités, soit par le contour d'une riviere, d'une éminence, ou quelqu'autre sujet, qui les rendent circulaires & mesurables par les parties du cercle ; quand les sinuosités seront peu considérables, on les réduira en lignes droites, coupant les parties saillantes & rentrantes en deux également, le tout par la prudence de celui qui opere ; ayant trouvé la superficie de tous ces triangles & sinuosités avec le plus grand quarré, l'addition d'iceux donnera la superficie requise, comme il se voit dans la figure suivante.

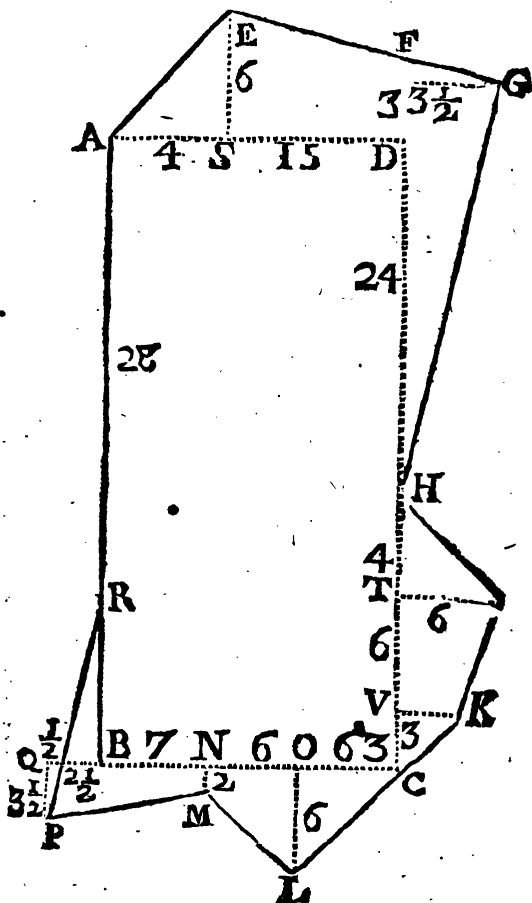
Cela se pratique lorsque la piece à mesurer est accessible au-dedans ; mais si elle n'est point accessible au-dedans, mais seulement par dehors, on fera un quarré à l'entour de la piece avec l'instrument, puis on mesurera ce qui sera enclos entre les côtés

d'icelui & la figure ; cela fait, ajoutant toutes les superficies particulieres ensemble, & leur somme étant ôtée du quarré total, le reste donnera la superficie de la chose à mesurer. Tout ce qui est dit ci-dessus est démontré à la figure suivante ; & encore que le quarré ne soit qu'au-dedans, on le doit considérer en dehors de la même façon.

Pour avoir la superficie du Quarré.

Le côté AB, comme aussi son opposé, contient	37
Le côté AD, comme aussi son opposé, contient	19
	333
	37
Et la superficie du quarré ABCD sera	703
La superficie du Triangle AES est	12
La superficie du Trapeze ESDF	$67\frac{1}{2}$
Pour FGH	$47\frac{1}{4}$
Pour HT triangle	12
Pour TKV trapeze	27
Pour KVC triangle	$4\frac{1}{2}$
Pour COL triangle	18
Pour LONM trapeze	24
Pour NMQP trapeze	$26\frac{5}{8}$
Pour QBR triangle	$11\frac{1}{4}$
Somme	$953\frac{1}{8}$

pour la superficie de la figure ARQPML, &c. proposée à mesurer de telle mesure que celle par laquelle on veut que la chose soit mesurée ; savoir, si c'est par perches, ce seront $953\frac{1}{8}$ perches quarrées ; si c'est par toises, ce seront $953\frac{1}{8}$ tois. quarrées aussi ; enfin on donnera la dénomination de la mesure de laquelle on se sert à nombrer $953\frac{1}{8}$, & on observera le même ordre en toutes les autres mesures des figures irrégulieres comme celles ci-après.


E
6
F
G
$33\frac{1}{2}$
A
4 S 15 D
24
28
H
4
T
6
6
V
K
R
$Q\frac{1}{2}$
B 7 N 6 0 6 3
3
C
$3\frac{1}{2}$
$2\frac{1}{2}$
2
M
6
P
L

Cela se pratique ainsi, lorsque la figure est *de la* forme dehors comme dedans, quoiqu'inaccessible, c'est-à-dire, quand on ne peut entrer dans icelle à cause des fossés ou murailles qui l'entourent; mais si la place n'est accessible que de loin, comme de la portée du mousquet, pour lors l'on en doit prendre les angles du lieu où l'on est situé, pourvu que l'on apperçoive le pourtour, ou chacun côté de ladite piece, en allant autour d'icelle.

Pratique.

Soit pour exemple un figure supposée inaccessible, de laquelle on veut avoir la mesure; il faut premiérement connoître tous les angles, & tous les côtés. Pour faire cela, plantez votre Instrument vis-à-vis de l'Angle A, proposé en la figure ci-après, & que la pinule fixe ou immobile regarde ledit angle; mouvez l'alidade de votre instrument, en sorte que par les pinules d'icelle votre œil rase la ligne droit imaginée ou parallele à la muraille ou fossé qui l'environne, formant l'angle. Remarquez qu'où ladite alidade fera section, en comptant depuis la pinule immobile de l'instrument, jusqu'à la section formée, vous aurez le total de l'angle demandé. Cela étant ainsi, faites la même opération que ci-devant pour trouver les autres angles opposés, lesquels de l'un à l'autre forment un *côté*; ainsi faut-il faire de tous les angles qui environnent ladite place, laissant un piquet pour marque que ce premier angle a été mesuré. Transportez-vous ensuite à l'angle son opposé, & faites là même chose que ci-dessus; puis mesurant la distance qu'il y a d'un piquet à l'autre, supposé directement vis-à-vis ledit angle mesuré, icelle donnera la valeur des côtés, comme il se voit en la figure suivante A B C D E F G H; ainsi faut-t-il opérer au pourtour entier de ladite place, rapportant ensuite le tout au petit pied, qui répresentera la même forme

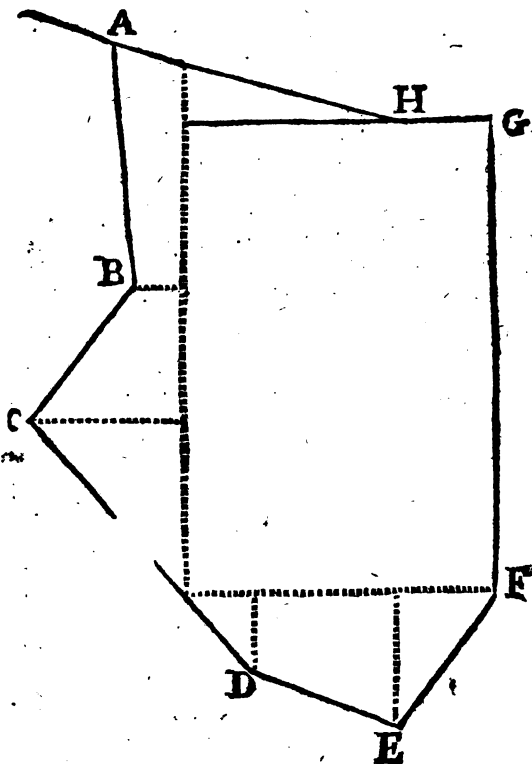
de

de la place, que l'on divisera au mieux sans perte, soit en triangle, quarré, quarré-long, ou autres figures qui se trouveront le plus à propos, le tout selon ce que j'ai enseigné ci-devant, lorsque j'ai expliqué l'usage du Rapporteur.

La pratique donnera une parfaite intelligence des stations qu'il sera nécessaire de faire pour avoir l'ouverture de certains angles, ne voulant point en faire la description, attendu qne cela seroit ennuyeux au Lecteur.

Si d'aventure les angles sont rentrants, ou en dedans, pour lors l'on n'est pas obligé de se comporter comme aux autres, si ce n'est qu'il faut toujours que la pinule immobile de votre instrument soit directement vis-à-vis ledit angle rentrant; mais il n'est nécessaire que d'une station, qui est que, lorsque vous êtes bien situé vis-à-vis ledit angle, pour lors il faut tourner ou mouvoir l'alilade, en sorte que par les pinules d'icelle vous apperceviez la fin du mur, côté ou fossé qui environne ladite piece; remarquant la section que fera ladite alidade, qui sera, comme j'ai dit ci-devant, la moitié de l'angle demandé: ainsi faut-il faire sans se bouger, mouvant l'alilade, ensorte que l'on apperçoive aussi l'extrémité de l'autre côté du mur ou fossé qui forme ledit angle, remarquant comme ci-devant la section de ladite alilade, qu'il faut ajouter avec l'autre trouvée, & ce sera directement l'angle requis. Notez que la ligne imaginée n'est plus parallele ni d'une égale distance, parce qu'elle suit les extrémités des côtés, ce qui cause de l'irrégularité.

Proportion de la figure ci-devant.



Second Avertissement pour l'Arpenteur.

L'Arpenteur ayant bien compris ce que j'ai expliqué touchant la mesure des pieces de terre regulieres & irrégulieres, il lui sera facile de trouver tou-

tes les mesures des terres, de telle forme qu'elles puissent être, soit d'un bois, d'un étang, d'un marais, & autres superficies à mesurer, se comportant toujours à lever le plan, lorsque l'on ne peut entrer dans icelles, à cause de la confusion des arbres, ou autres empêchements.

S'il étoit proposé à séparer une piece de terre en trois parties égales, il faudra premiérement trouver la superficie totale de ladite piece, que l'on divisera en cesdites trois parties, & par cette division, on aura la part de chacun que l'on prendra sur les extrémités de ladite piece, bornée en dehors du voisin, du grand chemin, de la crête du fossé, muraille, ou autre chose semblable. Cela étant fait, il est à considérer où finit la part du premier en dedans ladite piece, mettant à chaque extrémité un piquet, puis tendre un cordeau d'un piquet à l'autre, qui montrera que cette portion sera la part du premier. Ensuite il est nécessaire de prendre de cette limite, & en dedans de ladite piece, la part du second, comme ci-devant, observant toujours les bornes ou séparations, pour éviter la confusion : le reste de la piece sera la part du troisieme.

Et pour prouver si les séparations sont bien faites, mesurez chaque portion à part ; & ajoutant ensemble toutes les superficies trouvées, la somme des produits doit être égale à la superficie totale de ladite piece ; & ainsi faut-il faire pour séparer des termes à l'infini.

Quand il sera besoin de rapporter, pour le plus facile, le plan d'une piece de terre à mesurer, dans laquelle on a la liberté d'entrer & d'aller autour ; sans se servir ni du Rapporteur, ni de l'instrument ci-devant représenté, il faut avoir une sauterelle de bois ou de laiton, grande à discrétion, divisée en pouces & lignes, si l'on veut, pour servir d'é-

chelle au besoin, la forme de ladite sauterelle étant en équerre, à la réserve qu'elle tourne autour de son centre; c'est-à-dire, comme une regle attachée sur une autre regle, avec un clou rivé dessus & dessous, laquelle s'ouvre tant & si peu que l'on veut, pour prendre l'ouverture de toutes sortes d'angles.

Pour s'en servir, si vous voulez rapporter au petit pied quelque piece, posez votredite sauterelle sur le bord de l'angle qui l'environne, faisant en sorte que chaque jambe de ladite sauterelle soit parallele, ou suivant la ligne imaginée sur le terrein qui environne ladite piece; & puis la laissant ainsi dans son ouverture, portez-la toute ouverte sur le papier; marquez au centre d'icelle un point, & à chaque jambe un point aussi. Considérez en quel biais ou sens est situé ledit angle, pour puis après suivre la même forme; de chacun point tirez une ligne, & ces lignes vous donneront l'ouverture de l'angle demandé. On fera de même à tous les angles qui environnent ladite piece; puis mesurer la distance d'une angle à l'autre son opposé, ou par pas, pieds, perches ou toises, &c. & rapportez le tout au petit pied, par le moyen de l'échelle, suivant l'instruction donnée page 370: par ce moyen vous aurez sur le papier le plan de la place que vous desirez lever, réduit au petit pied: pour en trouver la superficie il faut faire de même que ci-devant.

Je vous dirai en passant, que lorsqu'il arrive, & qu'il s'agit de séparer un héritage en plusieurs parties, pour plusieurs personnes, il est bien plus à propos d'en lever le plan, & après le séparer également par lignes, en tant de parties que l'on voudra. Cela étant fait, bornez la terre suivant votre papier, par ce moyen vous aurez une mesure exacte de ce que vous demandez.

Pour connoître si le plan est bien levé, il faut voir si, selon votre échelle & suivant vos angles, les côtés enclosent justement ladite piece, suivant sa forme & suivant vos angles. Si cela est, c'est une marque assurée que le plan est bien levé : si autrement, il faut recommencer, ayant auparavant orienté la place avec une boussole que l'on pose contre l'un des côtés pour en connoître la déclinaison, afin que rapportant le plan sur le papier, on y puisse former l'angle de déclinaison, & le reste du plan sera achevé comme il est dit, & ledit plan sera situé selon les parties du monde.

L'Arpenteur ayant mesuré une piece de terre exactement, & ayant vu la supputation deux ou trois fois de ce qu'il aura mesuré, pour être plus certain de son mesurage, il faut qu'il délivre à la personne pour laquelle il a travaillé, un rapport fidele de sa main, contenant ce qu'il aura trouvé de mesures, suivant la coutume du lieu, dont le modele suit.

» Je soussigné tel, Juré-Arpenteur, demeurant en » tel lieu, certifie à tous qu'il appartiendra, que ce » tel jour, &c. me suis transporté exprès, à la re» quête d'un tel, Marchand, Bourgeois de Paris, ou » dénommé par Justice, sur une piece de terre située » au terroir de Rancy, appartenant audit tel, lieu » dit le Noyer-Mouchet, tenant d'une part aux ter» res sainte Genevieve, d'autre à Guillaume Gau» tier, aboutissant d'un bout aux terres saint Nico» las, & d'autre bout sur le grand chemin qui conduit » dudit Rancy au Bourget; laquelledite piece ai trou» vé contenir, suivant la mesure du lieu, 132 per» ches, valant 5 quartiers & 7 perches, comptant 20 » pieds pour perches, & 100 perches pour arpent, » qui est la mesure dudit lieu; ce que je vérifierai où » besoin sera. Fait & passé au jour & an que ci-des» sus, témoin mon seing.

L'Arpenteur doit avoir un Registre pour écrire

dans icelui tous les noms des personnes qui l'auront employé pour mesurer leurs terres, leurs qualités & demeures, jour du mois & an. Cela mis en chef, il décrira au net la longueur & largeur d'une piece de terre qu'il aura mesurée, les tenants & les aboutissants, avec la supputation faite nettement. Outre plus, il est nécessaire qu'il fasse un rapport de la piece mesurée, suivant sa forme, le plus exactement qu'il sera possible, dans sondit Registre, autour de laquelle, sur chacun côté trouvé, il mettra sa longueur ou largeur en chifre, & la superficie totale dans le milieu de ladite figure, & la supputation à côté, gardant l'ordre du style qui suit.

» D'un tel jour, telle année,

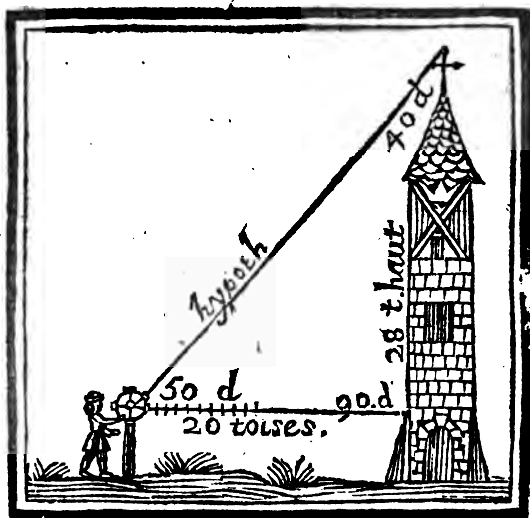
» J'ai mesuré, à la requête d'un tel, Marchand, Bourgeois de Paris, y demeurant, une piece de terre située, &c. comme ci-devant; ladite piece de terre contenant 132 perches, qui valent cinq quartiers & sept perches de plus, comme il fera voir en Justice, si le cas arrive «. Pour la démonstration de la figure de ladite piece de terre mesurée, il la fera semblable comme elle est sur le terrein.

Comme j'ai amplement parlé de la mesure des sujets accessibles & inaccessibles qui appartiennent à la Planimétrie & Longimétrie, je traiterai ensuite briévement de l'Altimétrie, qui est pour la mesure des hauteurs, tant accessiblement qu'inaccessiblement.

Soit posé pour exemple une tour ou clocher duquel on peut approcher. Pour en trouver la hauteur, il faut aller jusqu'au pied, puis reculer à droite ligne jusqu'à ce que vous apperceviez la sommité ou pointe dudit clocher. La pointe apperçue, posez votre instrument verticalement & bien perpendiculaire sur l'horison, en sorte que par le diametre dudit instrument, qui est parallele à la ligne-terre, vous voyiez un point à ladite tour, qui sera

à la hauteur de l'œil, & par l'autre pinule le sommet d'icelle Tour ; alors vous aurez l'ouverture de l'angle, & la ligne de la base avec la hauteur de la Tour formeront un triangle rectangle.

Maintenant pour trouver l'angle du sommet, il faut ajouter les deux angles de la base, & la somme étant soustraite de 180 degrés, le reste sera l'angle du sommet.



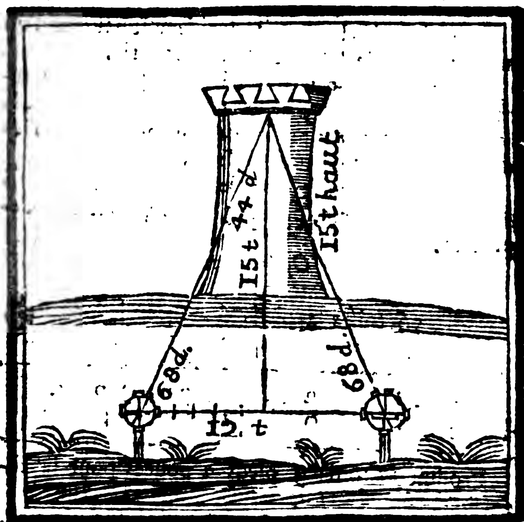
Puis mesurez depuis votre instrument jusqu'au milieu du Clocher, perpendiculairement sous la croix ; y ajoutant la hauteur du bâton de votre instrument, rapportez ensuite le tout au petit pied sur le papier, tirant une ligne occulte, qui sera la base de votredit

triangle, que vous diviserez en autant de parties trouvées sur le terrein, y faisant tomber une perpendiculaire sur icelle, tirée à l'infini, qui fera un angle droit : puis à l'autre extrémité de ladite base, former l'angle trouvé par le moyen du Rapporteur, & tirer sur cedit angle une ligne à l'infini, qui fera section à l'autre ligne, son opposée ou perpendiculaire, qui clôra ledit triangle. Ensuite prenez la longueur de votredite base avec le compas, & le transportez sur ladite ligne perpendiculaire : si la ligne est égale à la base, vous pouvez dire assurément que c'est la même longueur de la base ; mais si elle est plus grande ou plus petite, vous en trouverez la valeur sur l'échelle donnée. Et ainsi faut-il faire pour la mesure des hauteurs accessibles, comme il se voit en la figure ci-dessus.

Pour prendre la hauteur des sujets inaccessibles, comme d'une tour, ou autres choses semblables, pour lors il faut faire deux stations, supposé que le terrein où on est situé soit à niveau du sujet à mesurer, & que l'on apperçoive la sommité.

Soit pour exemple une tour, de laquelle on ne peut approcher. Pour en avoir la mesure, il faut situer son instrument en sorte que l'on ait la liberté de faire deux stations. En premier lieu, il se faut placer, & observer ce que j'ai dit ci-dessus, & en la place de votre instrument y mettre un piquet, en remarquant l'ouverture de l'angle, puis reculer à droite ligne, regardant toujours votre piquet & le sujet à mesurer où vous avez terminé votre point. Cela fait, opérez comme ci-devant) observant toujours l'angle ; puis mesurez la distance d'entre les deux stations qui composent un triangle de la façon (comme j'ai décrit ci-devant, à laquelle ajoutez deux fois la hauteur du bâton, par ce moyen vous aurez une entiere intelligence de la hauteur du sujet, comme aussi de la largeur

d'une riviere, & de la distance d'un village à un autre, & même pour lever le plan des places, supposé le sujet de niveau à l'horison où on est situé; mais s'il ne l'est pas, il faut considérer à-peu-près l'élévation où l'on est, & l'ajouter avec la hauteur trouvée pour rendre le tout égal; & si l'on est situé plus bas, il faut ôter la différence de la hauteur trouvée. Ce qui est dit ci-dessus se voit par la démonstration de la figure suivante.



J'ai enseigné, page 384, comme il faut trouver la superficie totale d'une figure, de laquelle les côtés sont connus, savoir, longueur, & largeur, & dont la mesure a été faite par perches & pieds; reste maintenant, auparavant de commencer le Traité du toisé, de faire voir que la longueur & largeur de

quelque figure que ce soit étant connues, si on les multiplie l'une par l'autre, le produit donnera une superficie quarrée, soit par perches, pieds, &c. à l'égard de l'arpentage; ou par toises, pieds, pouces, &c à l'égard du toisé; & si cette superficie est multipliée par une hauteur ou profondeur, le produit donnera le solide de la chose à mesurer ou toiser, soit par toises, par pieds, pouces ou autres mesures, comme il se voit par la question suivante.

Etant donné la longueur, épaisseur & hauteur d'un mur, trouver le solide de la maçonnerie.

Par exemple, un mur a 56 toises 4 pieds 6 pouce de longueur, & 3 pieds 4 pouces d'épaisseur, la hauteur de 3 toises 5 pieds; on demande combien ledit mur contient de toises solides.

Multipliez premiérement les 56 toises 4 pieds 6 pouces de longueur, par les 3 pieds 4 pouces de l'épaisseur.

Opération.

	56 toises	4 pieds	6 pouces de longueur,	
par		3 pieds	4 pouces d'épaisseur,	
$\frac{1}{2}$	28	2	3	pour 3 pieds.
$\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{2}$	3	0	11	pour 4 pouces.

Produit 31 toises 3 pieds 2 pouces pour la superficie.

Après avoir trouvé la superficie de la base du mur, il la faut multiplier par la hauteur : savoir, par 3 toises 5 pieds; ainsi qu'il se voit ci-après.

Opération.

	81 toises	3 pieds	2 pouces...	superficie,
par	3 toises	5 pieds.		
	94	3	6	
	15	4	7	
	10	3	0	lignes.
Prod.	120 toises	5 pieds	1 pouce	8 lignes.

ou 120 toises $\frac{185}{216}$ pour le solide du mur proposé, lesquelles fractions de la toise se doivent prendre à la raison du solide.

Or, la toise solide contient 216 pieds cubes.

Le pied 1728 pouces; le pouce 1728 lignes.

Tellement qu'ayant égard à la division ci-dessus de la toise selon ses parties, on connoîtra la valeur de la fraction égale à 185 pieds cubes.

Mais pour opérer plus sûrement, il faut réduire la longueur 56 toises 4 pieds 6 pouces en pouces, il viendra 4086 pouces; il faut réduire l'épaisseur 3 pieds 4 pouces en pouces; il viendra 40 pouces; il faut de même réduire la hauteur 3 toises 5 pieds en pouces, il viendra 276 pouces.

Il faut multiplier 4086 par 40, on aura au produit 163 440 pouces quarrés, lesquels on multipliera par 276, il viendra au produit 45109440 pouces cubes.

Pour réduire 45109440 pouces cubes en toises cubes, il faut premiérement les réduire en pieds cubes, en les divisant par 1728 pouces, valeur des pouces du pied cube, il viendra au quotient 26105 pieds cubes sans reste.

Enfin, il faut diviser 26105 par 216 pieds, valeur de la toise cube, on aura au quotient 120

toises cubes, il reste 185 pieds cubes, ce qui se pratiquera de même pour toutes les opérations de cette espece.

Quant au toisé des bâtiments, on ne considere point l'épaisseur du mur, mais seulement la surface.





TRAITÉ DE LA MESURE DES SOLIDES ET DU TOISÉ.

DÉFINITION.

1. SOLIDE est un corps, c'est-à-dire, une figure, qui a longueur, largeur & profondeur.

2. De ces solides, celui-là s'appelle cube, qui est compris de 6 quarrés égaux.

3. Parallélipipede est un solide compris de six figures parallélogrammes, desquels parallélogrammes les opposés sont semblables & égaux entr'eux, & si les angles de chacun de ces parallélogrammes sont droits, le parallélipipede s'appellera parallélipipede rectangle.

4. Prisme est une figure solide, ayant deux bases égales, semblables & paralleles, & d'autant de parallélogrammes qu'il y a de côtés en ces figures.

5. Colonne ronde ou cylindre est une figure solide, ayant deux bases circulaires & paralleles.

6. Pyramide est une figure solide, ayant pour

base une figure rectiligne, & d'autant de triangles qu'il y a de côtés à la même figure, ayant leurs sommets en un même point.

7. Cone est une figure solide, ayant pour base un cercle, & pour sommet un point pris en l'air.

8. Sphere est une figure solide, contenue d'une superficie appellée sphérique, au-dedans de laquelle il y a un point duquel toutes les lignes droites qui tendent à cette superficie sont égales entr'elles, & ce point est appellé centre de la Sphere.

9. Le diametre de la Sphere est une ligne droite, passant par le centre, terminée de part & d'autre à la circonférence d'icelle.

Maxime.

1. Tout solide est mesuré par un cube, ayant un chacun de ses côtés égal à la mesure de laquelle on voudra se servir ; par exemple, si c'est par la toise cube, ce sera une toise cube ; qui vaut 216 pieds cubiques, &c.

2. Le contenu de quelque solide que ce soit, est trouvé en multipliant la hauteur d'icelui par la superficie de sa base.

Proposition I.

Etant donné un cube, trouver sa solidité, c'est-à-dire, combien il contient de toises cubes, de parties de toises, s'il en a.

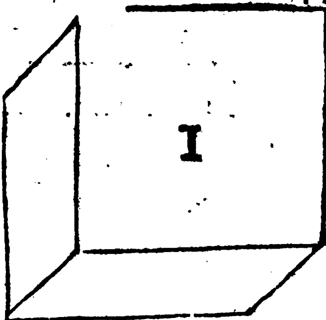
Regle.

Il faut mesurer l'un des côtés, & le multiplier deux fois par soi-même, le dernier produit sera la solidité requise.

Exemple.

Le côté mesuré soit 4 toises & 2 pieds, le mul-

tipliant par soi-même, il vient 18 toises 4 pieds 8 pouces pour la base du cube. Cela fait, multipliant cette base par la hauteur, qui est le côté mesuré, on aura 81 toises 2 pieds 2 pouces 8 lignes.



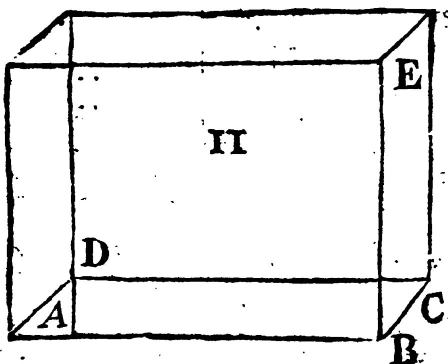
Opération.

	4 toises	2 pieds à multiplier			
par	4	2 pieds.			
	17 toises	2 pieds.			
	1	2 pieds	8 pouces.		
Sub. de la base	18 toises	4 pieds	8 pouces à multip.		
par	4 toises	2 pieds.			
	75 toises	0	8 pouces.		
	6	1	6	8 lignes.	
Solide	81 toises	2 pieds	2 p.	8 lignes.	

Cetee Regle étant faite selon la méthode, la page 419 donnera 81 toises 80 pieds cubes.

Proposition II.

Etant donné un Parallélipipede, avec la grandeur de ses côtés, trouver le contenu de la solidité.



Regle.

Il faut supposer une des faces du Parallélipipede être la base du même, de laquelle il faut trouver la superficie, ainsi qu'il a été enseigné ci-devant.

Cela fait, on mesurera sa hauteur, qui est la perpendiculaire sur le plan de la base du bas, ou sur un plan qui soit continu ; & multipliant la surperficie de la base par cette hauteur, on aura la solidité.

Exemple.

Il y a deux cas où le parallélipipede sera rectangle, ou ambligone.

S'il est rectangle, & que la base soit ABCD, de laquelle le côté AB soit 12 toises, le côté BC 8, multipliant l'un par l'autre, on aura la superficie de la même base, qui sera 96 : Cela fait, on mesurera la hauteur EC, qui est par exemple 7 toises ; puis on multipliera 96 par 7, & on aura la solidité.

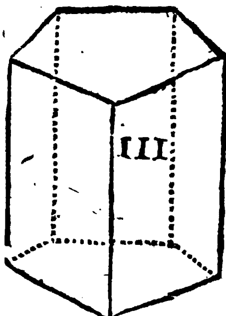
	12	toises à multiplier.
par	8	
base	96	toises à multiplier.
par	7	
Solide	672	toises.

Si le parallélipipede n'est point rectangle, on mettra la superficie de la base comme celle du Rhombe, & pour trouver sa hauteur, on abaissera une perpendiculaire du point E sur la superficie sur laquelle la base est appuyée, & la longueur de cette perpendeculaire sera la hauteur par laquelle on multipliera la superficie de la base, & le produit sera le solide.

Proposition III.

Etant donné un Prisme, trouver son solide.

Regle.



Il faut mesurer la superficifie de la base, comme aussi prendre la hauteur; & multipliant la base par cette hauteur, on aura le solide.

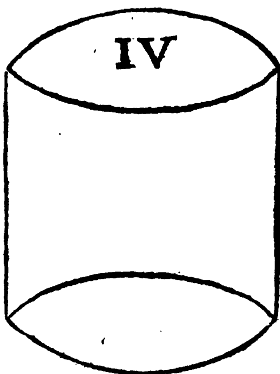
Supposé que le Prisme ait les bases exagones, & que la superficie d'une d'icelles soit de 13 toises, la hauteur de 6 toises, on multipliera 13 par 6, & il viendra 78 pour la solidité du Prisme.

On fera le même de tout Prisme, quelque base qu'il ait.

Propofition IV.

Etant donné un Cylindre, chercher fa folidité.

Regle.



Il faut premiérement mefurer la fuperficie de fa bafe, & pour le faire, il faut mefurer le diametre de fa bafe, afin que par icelui diametre on trouve la fuperficie du cercle qui lui fert de bafe ; enfuite on mefurera la hauteur du même Cylindre par le moyen ci-devant dit, multipliant la fuperficie de fa bafe par cette hauteur, on aura le folide.

Exemple.

Le diametre de la bafe foit quatre toifes, on cherchera par les regles enfeignées au Traité de l'Arpentage, quelle eft la furperficie du cercle, difant :

4	Si 14... 11... 16	38
4	11	176
16	16	144 (12 $\frac{4}{7}$
	16	1
	176	

Il vient pour la fuperficie de la bafe 12 $\frac{4}{7}$; puis multipliant cette fuperficie de la bafe par la hauteur eftimée 5 toifes,

$12\frac{3}{7}$
5

Il vient à $62\frac{1}{7}$ toiſes pour la ſolidité du Cylindre ou colonne.

Propoſition V.

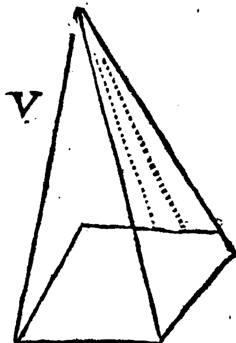
Etant donné une Pyramide à meſurer, trouver ſon ſolide.

Il faut noter que la Pyramide eſt la troiſieme partie du Priſme, ayant même baſe & même hauteur.

Donc pour trouver la ſolidité de la Pyramide:

Regle.

Il faut meſurer ſa baſe; & la multipliant par la troiſieme patie de ſa hauteur, on aura la ſolidité de la même Pyramide.



Exemple.

La baſe de la Pyramide ſoit 25 toiſes, la hauteur 8, pour avoir ſa ſolidité, on multipliera 25 par le tiers de 8 toiſes; ſavoir, 2 toiſes 4 pieds.

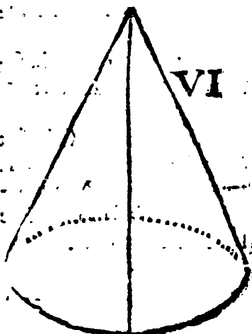
25 toises à multiplier
par 2 toises 4 pieds.

50 toises
16 4 pieds.

℞. 66 toises 4 pieds pour le solide de la Pyramide. *Voyez la page 419.*

Proposition VI.

Etant donné un Cone à mesurer, trouver sa solidité.



Tout Cone est la troisieme partie du Cylindre, ayant même base & même hauteur.

Tellement qu'il faut multiplier la base du Cone, comme aussi sa hauteur, & multiplier la base par la troisiéme partie de la même hauteur.

Supposé que la base du cone soit 16, sa hauteur 4, on multipliera 16 par la troisieme partie du 4, qui est une toise & deux pieds.

16 toises.
1 toise 2 pieds.

16 toises.
5 2 pieds.

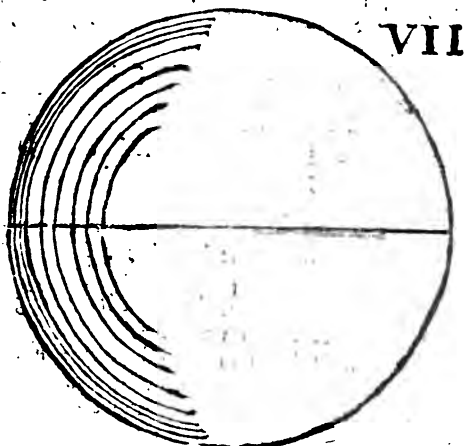
21 toises 2 pieds.
Voyez la page 419.

Il vient au produit 21 toises 2 pieds pour le solide du Cone proposé.

Mais pour avoir la superficie du Cone, il faut multiplier toute la circonférence de la base par la hauteur penchante, le produit donne la vraie superficie du Cone.

Proposition VII.

Etant donné le diametre d'une Sphere, trouver sa solidité.



Regle.

Il faut en premier lieu trouver la superficie du cercle qui a pour diametre celui de la Sphere; cela fait, on prendra quatre fois la superficie de ce cercle, & quatre fois la superficie de ce cercle est la superficie convexe de la Sphere: or, la solidité de la Sphere est trouvée en multipliant la troisieme partie

de la superficie convexe, par le semi-diametre de la même Sphere ; c'est pourquoi on trouvera premiérement la superficie convexe.

Exemple.

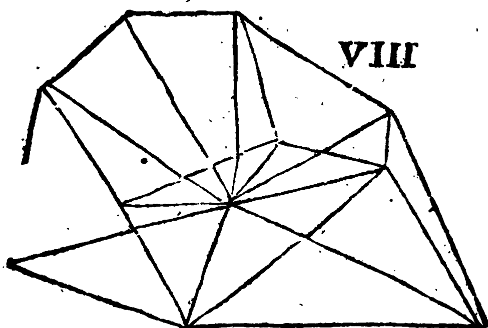
Le diametre de la Sphere soit 7 ; le cercle qui a pour diametre 7, a de superficie 38 $\frac{1}{2}$; lequel pris quatre fois, il vient 154 pour la superficie convexe de la Sphere, de laquelle tierce partie est 51 $\frac{1}{3}$; lesquels étant multipliés par la moitié du diametre, savoir, 3 $\frac{1}{2}$, il vient 179 $\frac{2}{3}$ pour la solidité.

7	Si 14..... 11			49 R. 38 $\frac{1}{2}$
7	+ 51 $\frac{1}{3}$		par	4
49	par 3 $\frac{1}{2}$			154
	154		le $\frac{1}{3}$.....	51 $\frac{1}{3}$ +
	25 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{6}$			
	179 $\frac{2}{3}$ pour la solidité.			

On fera la Régle comme il vient d'être enseigné, & on trouvera ce que l'on cherche.

Après avoir expliqué le moyen de trouver le solide des figures précédentes qui servent à mesurer les autres, nous dirons que si c'est une figure irréguliere, il faut concevoir qu'elle soit divisée en autant de Pyramides comme elle a de faces ; & mesurant chacune de ces pyramides à part, leur solide étant joint ensemble donnera le solide du tout.

On peut autrement, si la chose est tellement irréguliere que l'on n'y puisse former de Pyramides, à cause que les faces ne sont pas de superficie plate, & qu'il y aura une infinité de côtés, cela se fera par le moyen d'un vase plein d'eau, & d'une



mesure faite en forme de cube, d'autant que si on emplit ce vase premier tout-à-fait d'eau, que l'on y plonge la chose à mesurer, de nécessité il en sortira de l'eau en autant de volume que la grandeur de la chose aura été plongée ; & mesurant cette eau par le moyen de ce cube déjà dit, on trouvera combien de cubes la chose à mesurer contient.

Maintenant il s'agit du Toisé : on fera comme il suit.

Le Toisé se prend en deux façons, ou bien pour une toise en superficie, ou pour une toise solide: pour une toise solide, quand on ne spécifie point l'épaisseur des ouvrages que l'on marchande ; par exemple, d'un rempart, ou autre chose semblable, alors il faut mesurer la longueur & hauteur ; puis multipliant la longueur par la largeur, si le produit est multiplié par la hauteur, il donnera la solidité du rempart.

La même chose est d'un fossé, d'autant qu'en multipliant la longueur par la largeur, & le produit étant multiplié par la profondeur, donnera le vuide total du fossé, supposé qu'il soit égal par-tout.

Quant aux fossés qui ont talus, il faut ajouter la largeur de la base, & la largeur haute, & en prendre la moyenne proportion, qui étant multipliée par la longueur du fossé, le produit donne une superficie moyenne entre la haute & la base, qui étant multipliée par la perpendiculaire, le produit donne le solide ou le vuide du fossé requis. Il en arrivera ainsi des turcies ou levées des canaux ou rivieres.

Le même arrive au Toisé des quatre gros murs d'un bâtiment, d'autant que mesurant hors-œuvre, il se trouve davantage hors-œuvre qu'au-dedans œuvre; c'est pourquoi ajoutant le dedans mesuré avec le dehors mesuré aussi, on aura un nombre, duquel la moitié s'appelle pourtour, lequel pourtour est multiplié simplement par la hauteur pour avoir le contenu du mur; quant au marché, on a arrêté l'épaisseur du mur.

Le même arrive au Toisé d'un Puits, dont l'explication se verra, tant de figure ronde qu'en ovale, vers la fin des questions.

Le même arrivera dans le Toisé de la maçonnerie d'un Colombier rond, parce que, trouvant le pourtour, & opérant de même, on aura ce que contient le mur du Colombier.

Pour mesurer les lambris, comme seroit celui d'un Pavillon auquel il y eût un plafond, il faut mesurer la hauteur penchante du lambris, puis les deux côtés du même qui sont en haut & en bas, & ajouter ces deux longueurs-là ensemble, & de la somme en prendre la moitié, qui étant multipliée par la hauteur, donnera le nombre de toises que contient le lambris.

Cette mesure est de même que celle du Trapeze, ainsi qu'il a été enseigné.

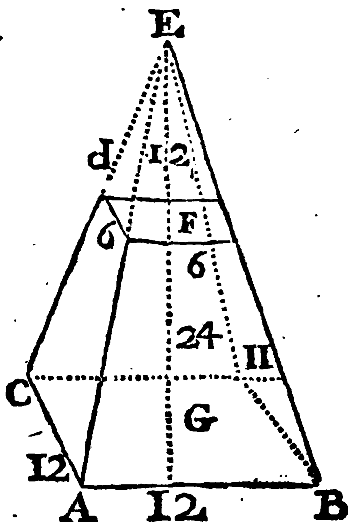
Pour mesurer les voûtes, il faut mesurer la circonférence d'icelles par le moyen d'une ligne, ou autrement,

autrement, dans laquelle il faut prendre le tiers, & l'ajouter à la même circonférence, & cette somme étant multipliée par la longueur de la voûte, donnera le contenu d'icelle : cela s'entend des voûtes circulaires.

Pour les ornements qui se font aux bâtiments, soit d'architecture ou de sculpture, comme aux cheminées, aux corniches qui sont aux entablements, &c. cela se mesure par estime.

De la mesure des Cônes & Pyramides rescindées, tronquées & coupées.

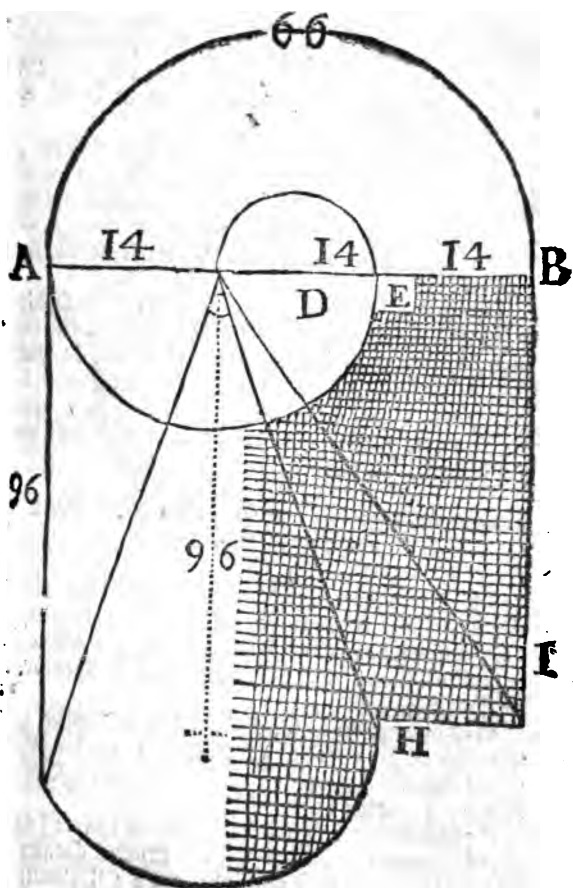
Pour trouver la mesure de toutes pyramides coupées, il faut achever ces pyramides, & trouver la



ſuperficie de leur baſe, qu'il faut multiplier par le tiers de leur perpendiculaire, comme il a été dit page 427. Mais pour trouver la petite Pyramide imaginée, il faut trouver la ſuperficie du plan de la ſection de la Pyramide tronquée, & la multiplier par le tiers de ſa perpendiculaire; & le produit étant ſouſtrait du premier produit, le reſte ſera le ſolide de la Pyramide coupée ou tronquée. Par exemple, ſoit propoſé la Pyramide tronquée ci-devant, ABCD, tronquée en D, & continuée juſqu'au point du ſommet E, la baſe ABCH a pour ſes côtés 12 pieds; la ſuperficie d'icelle ſera 144, & la perpendiculaire GE eſt trouvée de 36; ſi l'on multiplie 144 par le tiers de la perpendiculaire, qui ſera 12, il viendra 1728 pour le ſolide de toute la Pyramide ſuppoſée entiere, duquel ſolide il faut ôter la petite Pyramide DEF, qui a pour chaque côté de ſa baſe 6, ſa ſuperficie ſera 36, leſquels étant multipliés par le tiers de la perpendiculaire, que l'on ſuppoſe ici être 12, dont le tiers eſt 4, le produit donnera 144, qu'il faut ſouſtraire de 1728, qui étoit le total d'une Pyramide entiere, & il reſtera 1584 pieds ſolides pour le ſolide requis de la Pyramide tronquée.

De la meſure de la Spirale.

Pour trouver la ſuperficie d'un eſpace ſpiral, il faut multiplier chaque demi-cercle à part, comme dans cet exemple, où la ſpirale à trois révolutions, c'eſt-à-dire, trois demi-cercles: il faut premiérement poſer que le diametre du premier demi-cercle ait 14, celui du grand aura 28, & celui du troiſieme aura 42, duquel la demi-circonférence aura 66: ſi on multiplie la moitié du diametre 21 par la moitié de la demi-circonférence 33, le produit donnera la ſuperficie du plus grand & du


66
A
14
14
14
B
E
D
96
9 6
I
H

plus petit demi-cercle, qui sera 693, reste encore à trouver le moyen demi-cercle, qui a pour diametre 28 & 44 de demi-circonférence; multipliant donc 14 par 22, on aura pour superficie 308, qu'il faut ajouter à 693, il viendra 1001 pour toute la superficie requise.

Que si c'étoit la superficie haute d'un Prisme, comme il se voit ici, & qu'il fût question d'avoir le contenu solide d'icelui, il faudroit multiplier cette superficie ainsi trouvée par la hauteur AG 96, le produit donneroit 96096 pour le solide du Prisme.

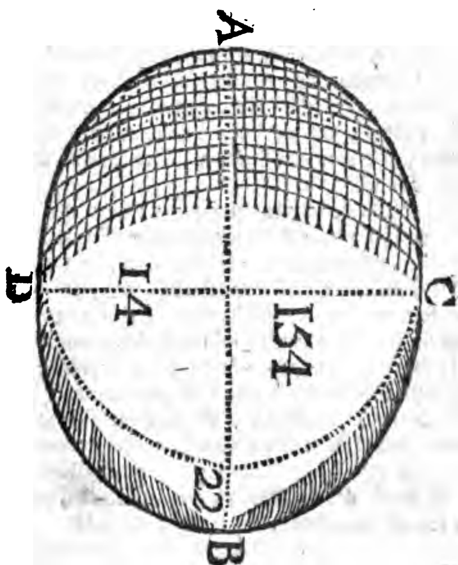
Maintenant s'il étoit requis de trouver le solide d'une Pyramide dont la base fût égale à celle du Prisme, & que sa hauteur perpendiculaire lui fût aussi égale, savoir, de 96, alors il faudroit multiplier toute la base de 1001 par le tiers de 96, qui font 32, & il viendroit 32032 pour le solide de la Pyramide GCHI.

Trouver la superficie convexe d'un Sphéroïde ou figure en forme d'œuf.

Elle se trouve en multipliant tout le long diametre AB par toute la circonférence du diametre CD, qui est ici 44: multipliant donc 44 par AB 22, le produit donne 968 pour la superficie du Sphéroïde donné.

Mais pour avoir la solidité, il faut multiplier la superficie du petit cercle, qui est ici 154, par les $\frac{2}{3}$ du grand diametre 22, qui est 14 $\frac{2}{3}$; il viendra le solide requis, à savoir, 2258 $\frac{2}{3}$.

Ou bien multipliant la même superficie 154 par $\frac{1}{6}$ du grand diametre, qui est 3 $\frac{2}{3}$, le produit donnera 564 $\frac{2}{3}$, lesquels il faut multiplier par 4; il viendra au produit la même solidité 2258 $\frac{2}{3}$; ce qu'il falloit démontrer par la figure suivante.



De la mesure des Vaisseaux.

S'il étoit proposé de mesurer un muid ou autre vaisseau de telle grandeur que l'on voudra, pour en avoir le contenu, il faut premiérement en avoir un échantillon cubique, contenant un pot ou une pinte, selon la mesure du pays, puis mesurer le diametre de l'un des bouts du tonneau par la hauteur de l'échantillon, comme aussi celui du bondon, qui est toujours plus grand, à cause que les douves sont gouges; cela fait, il faut trouver la superficie du cercle du bout du tonneau, & celle du dia-

mettre du bondon, ce qui se fera par la proportion de 7 à 22, comme il a été enseigné en la superficie du cercle ; puis ayant ajouté ces deux superficies, on en prendra la moitié, que l'on multipliera par la longueur du tonneau, mesurée par ledit échantillon, & le produit donnera la quantité des pots, pintes, ou de telle autre mesure que l'on voudra, que contient ledit vaisseau, selon l'échantillon donné.

Que s'il se rencontre quelque vaisseau qui ait un des cercles de l'un des bouts plus grand que l'autre, alors il se trouvera trois cercles dont les superficies seront différentes, qu'il faudra ajouter, puis diviser leurs sommes par les différences, qui sont trois, & le quotient étant multiplié par la longueur du vaisseau, le produit donnera le contenu requis.

Il est à remarquer que l'on peut trouver le contenu de tous vaisseaux, de quelque forme qu'ils soient, ayant entendu les mesures des corps solides ci-devant enseignées ; car il y a même raison à trouver le vuide d'un vaisseau, que le solide d'un corps qui lui est semblable.

Du Toisé du Bois.

Le bois se compte au cent de pieces ; or, la piece de bois est celle qui, ayant une toise de long, a 72 pouces quarrés de grosseur, ou bien deux toises de long, & 36 pouces de grosseur.

Néanmoins, parce qu'on ne fait guere de pieces de bois de 6 pouces de large, & 8 pouces de haut, & que communément on les fait de 5 à 7, quoiqu'elles ne fassent que 35 pouces, on ne laisse pas de prendre 35, comme si c'étoit 6 sur 6. Or, voulant trouver combien de pieces de bois de 3 pouces sur 4 sont contenues en 58 chevrons, ayant chacun 15 pieds de longueur, on multipliera 58 par 2 toi-

ses 3 pieds, il viendra 145 toises ; & parce que le bois est de 3 pouces sur 4, qui fait 12 pouces, il faut faire une regle de Trois, disant : Si 72 donnent 12, combien 145 ? faisant la regle, il viendra au quotient de la division 24 pieces, & $\frac{1}{6}$ d'une piece.

Autre Exemple.

Une poutre a de long 18 pieds, & de grosseur 15 pouces sur 14, on demande combien elle contient de pieces.

Il faut multiplier les 15 pouces par les 14, il vient 210 pour la grosseur ; cela fait, il faut dire par regle, comme à la précédente :

Si 72.... 210.... 3 ?

Faisant la regle, il viendra au quotient 8 pieces $\frac{3}{4}$, d'où il suit le calcul suivant.

6 Chevrons, chacun de 3 sur 4 pouces de gros sur 6 pieds de long, valent 1 piece.

3 Chevrons de 3 à 4 pouces de gros sur 12 pieds de long, valent 1 piece.

3 Poteaux de 4 à 6 pouces de gros sur 6 pieds de long, valent 1 piece.

2 Poteaux de 4 à 6 pouces de gros sur 9 pieds de long, valent 1 piece.

1 Poteau de 8 à 9 pouces de gros sur 6 pieds de long, vaut 1 piece.

1 Piece de bois de 12 sur 12 pouces de gros, ou de 18 sur 8, ou de 16 sur 9, &c. sur 4 toises de long, vaut 8 pieces.

1 Piece de 24 pouces sur 9 de gros, ou d'un pied & demi sur 1 pied de gros de 4 toises de long, vaut 12 pieces.

On pourra encore trouver les pieds cubes d'une piece de bois, soit chevron ou poutre, sans avoir égard à la piece, comme ci-devant, en ajoutant les deux superficies des deux bouts, & prenant la moi-

tié d'icelle qu'il faut multiplier par la longueur, soit du chevron ou de la poutre, ou telle autre piece que l'on voudra, le produit donnera le contenu solide d'icelle.

Mais il faut remarquer que les superficies du bout étant des pouces, il faut multiplier leur moitié par toute la longueur réduite aussi en pouces ; puis divisant leur produit par le nombre des pouces du pied cube, qui sont 1728, le quotient donnera le nombre des pieds cubes contenus dans la piece de bois.

Du toisé des Couvertures.

Pour toiser une couverture, si elle est quarrée, on la mesurera tout ainsi qu'un quarré-long ; savoir, prenant la hauteur & la longueur, & multipliant l'un par l'autre, on aura ce que l'on cherche.

Si c'est celle d'un Pavillon, on la mesurera tout ainsi qu'il a été dit ci-dessus de celle d'un lambris.

Enfin, si c'est celle d'un Dôme, on la mesurera comme on a fait la superficie convexe de la Sphere.

Mais si c'est une couverture en forme de Cône ou Pyramide ronde, il sera aisé de trouver sa superficie ; car ayant mesuré la circonférence de sa base, la moitié d'icelle sera multipliée par la hauteur penchante ; savoir, depuis le sommet jusqu'à la circonférence, & le produit donnera la superficie de la Pyramide ; car si lon conçoit que la base de la Pyramide est une partie de circonférence d'un cercle, & que la cime du Cône ou Pyramide soit le centre dudit cercle, il s'ensuit que cette hauteur est le demi-diametre dudit cercle ; & partant, si on multiplie la moitié de l'arc qui est la base, par cette hauteur, qui est son demi-diametre, on aura la superficie convexe de la Pyramide, selon la démonstration des parties du cercle ci-devant, page 398 de l'Arpentage.

Ainsi, on peut trouver la superficie de tous les corps solides. Par exemple, voulant trouver la superficie de la terre, sa circonférence de laquelle a 360 degrés, chaque degré 15 lieues d'Allemagne, & 25 de France, & selon quelques-uns 30 petites; posons qu'elle en ait 30 de France, on les multipliera par les 360 degrés, il viendra 10800 pour la circonférence. Et par la Regle de proportion, si 22 donnent 7, combien 10800? il viendra 3436 $\frac{4}{11}$ pour le diametre terrestre; & pour avoir la superficie du plus grand cercle, il faut multiplier la moitié de la circonférence par le demi-diametre, & on aura la superficie du plus grand cercle; mais si on veut la superficie convexe; il faut multiplier toute la circonférence par tout le diametre, le produit donnera le requis pour la convexité de toute la terre.

Fin du Traité du Toisé.

ABREGÉ
DE
L'ALGÈBRE,

Et de son usage pour la résolution de plusieurs Questions que je proposerai ci-après.

Comme l'Algèbre, qui est nommé de plusieurs *le grand Art*, est une science extrêmement difficile à comprendre, & que mal-aisément la peut-on rendre intelligible, si ce n'est dans l'étendue d'un volume entier, les Savants s'étonneront peut-être que j'aie entrepris d'en dire ici quelque chose, vu que plusieurs grands hommes, tant des siecles passés que du présent, après y avoir consommé plusieurs années d'études, dont ils rendent témoignage par leurs écrits, nous l'ont laissée encore assez obscure ; mais s'ils considerent que mon dessein n'a point été d'en traiter à fond, mais de donner seulement l'explication des quatres préceptes que l'on appelle Addition, Soustraction, Multiplication & Division, pour servir de clef & d'instruction à ceux qui n'ont encore aucune connoissance de cette science, leur faciliter les moyens de lire dans les divers Livres de quantité d'Auteurs, qui ont traité particuliérement & amplement de l'Algebre ; ceux-là, dis-je, n'y doivent point trouver à redire, puisque ce n'est pas pour eux que j'ai travaillé en cette rencontre ; & ils doivent souffrir

ſans jalouſie mon petit travail, dans l'eſpérance que le Public en recevra de la ſatisfaction. Et en effet, je n'en aurois rien écrit du tout, ſi ce n'eſt que ci-après je propoſerai quelques queſtions ſur les Regles de Compagnie, ſur les fauſſes poſitions ſimples & doubles, ſur les progreſſions, ſur les racines quarrées & cubiques, & autres ſujets, deſquels, pour abréger les opérations qui ſeroient trop longues par la voie ordinaire, je me ſervirai de quelques caracteres & ſignes d'Algebre, pour en donner la réponſe, qui ſe trouvera avec beaucoup plus de facilité que par le grand chemin de l'Arithmétique commune; outre qu'il ſe trouve pluſieurs queſtions qui, quoiqu'elles ne paroiſſent pas d'abord extraordinaires, néanmoins ne ſe peuvent réſoudre que par l'artifice & ſubtilité de l'Algebre.

Avant que de commencer l'explication des préceptes ci-deſſus, je ferai connoître les figures ou caracteres deſquels on ſe ſert dans l'Algebre, avec leurs ſignes différents.

Pour les caracteres, en quelque propoſition que l'on faſſe, il faut toujours ſe ſervir des mêmes figures de l'Arithmétique, comme 1, 2, 3, 4, &c.

Pour les ſignes, on les voit ci-deſſous avec leur ſignification.

P ſignifie plus.
M moins.
R racine.
Q quarré.
C cube.

Ayant dit ce que ci-deſſus pour la connoiſſance des figures, caracteres & ſignes de l'Algebre, je commencerai l'explication des quatre préceptes ou opérations d'icelles.

Et premiérement de l'Addition.

Premiere Regle.

Pour faire Addition d'Algebre, il faut apprendre par cœur les maximes suivantes.

1. Ajoutant plus avec plus, la somme est plus.

2. Ajoutant aussi moins avec moins, la somme est moins.

3. Mais si on ajoute plus avec moins, ou moins avec plus, alors il faut soustraire le petit nombre du grand, & donner au reste, qui sera la somme, le signe du plus grand nombre.

Exemple d'Addition, où tout est plus.

On veut ajouter les nombres suivants.

456...	P...	17	La preuve de l'Addi-
643	P	19	tion d'Algebre se fait
37	P	13	comme à l'Arithméti-
109	P	12	que vulgaire.

Somme 1245... P... 61 c'est-à-dire, 1306.
Preuve 12ø 1ø

Explication.

Il faut ajouter les P 17, 19, 13 & 12, la somme est P 61, qu'il faut écrire dessous la ligne, comme il se voit.

Cela fait, il faut ajouter les nombres absolus selon l'ordre de l'Addition, puis posant la somme sous la même ligne, il viendra 1245 P 61, c'est-à-dire, 1306, pour la somme totale de l'Addition ci-dessus.

Autre Exemple d'Addition par moins.

Pour l'opération il faut observer le même ordre qu'en l'Addition par plus ci-dessus; il n'y a différence que du signe qui est moins.

Comme si on veut ajouter les nombres suivants :

	25 ... M ... 12		La preuve se fait comme celle de l'Addition ci-dessus.
	34 M 7		
	48 M 5		
Somme	107 ... M ... 24	c'est-à-dire 83.	

Autre Exemple d'Addition où il y a plus & moins, ou moins & plus.

On peut ajouter les nombres suivants.

	3278 ... M ... 32	
	119 P 15	+ Preuve de l'Addition ci-contre.
	472 M 18	
	1555 P 9	
Somme	5424 ... M ... 26	c'est-à-dire 5398 pour la somme totale de l'Addition ci-dessus.
Preuve	xxxø	

Explication.

Pour faire cette Regle, il faut faire addition des M 32 & M 18, il viendra M 50.

Il faut aussi ajouter les P 15 avec les P 9, il viendra P 24.

Ensuite, ôtant P 24 de M 50, le reste sera M 26 à cause que le plus grand nombre est noté du signe de M; pour l'addition des entiers, on fera comme à l'ordinaire.

Et si le plus grand nombre avoit été noté du signe de P, le reste auroit été aussi noté du signe de P, comme il a été dit dans la troisieme maxime.

Preuve de l'Addition ci-dessus.

Pour preuve, il faut commencer à soustraire les nombres entiers par la main gauche, comme ci-devant; & à l'égard des nombres qui sont notés de P & de M, il faut trouver la différence qu'il y a entre iceux; & cette même différence doit être égale à

2216. égal à l'operation
134. ci dessus
434.
1564
[illegible] fait le 26 juillet

M 26 de la ſomme totale ci-deſſus, laquelle derniere explication eſt un effet du précepte de la Souſtraction que j'expliquerai ci-après.

On obſervera le même ordre aux autres additions où il y aura plus ou moins, ou moins & plus, tant pour la Regle que pour la preuve.

Souſtraction, ſeconde Regle.

DANS la Souſtraction d'Algebre, il y a pluſieurs obſervations à faire, comme il ſe verra ci-après.

1. *Obſervation.* Si on veut ôter P de P, il reſtera la différence des deux nombres avec le ſigne de P, comme il ſe voit dans les deux exemples ſuivants.

Et ſi on veut ôter de moins, il reſtera auſſi la différence des deux nombres avec le ſigne de moins.

Premier Exemple.

On veut ôter 29 P. 13 de 48 P. 17, on demande le reſte.

Faiſant la Souſtraction, comme il a été dit reſtera 19 P. 4.

Opération.

Dette	48	P	17
Paie	29	P	13
Reſte	19	P	4, c'eſt-à-dire, 23.
Preuve	48	P	17

Pour preuve, ajoutez la paie avec le reſte, c'eſt-à-dire, 29 P 13 avec 19 P 4, la ſomme ſera 48 P 17, & c'eſt la dette, comme il a été propoſé.

Second Exemple.

On veut ſouſtraire 7 M 11 de 15 M 14, on demande le reſte.

Pour preuve, ajoutez la paie & le reste selon le précepte de l'Addition, & la somme sera égale à la dette.

J'aurois pu m'exempter, pour éviter la prolixité, de faire toutes les preuves de soustraction ci-devant; néanmoins comme, en les faisant, on connoît non-seulement si la soustraction a été bien faite, mais encore on se fortifie davantage dans l'addition en la pratiquant, j'ai cru que le Lecteur en recevroit du soulagement.

Multiplication, troisieme Regle.

AVANT que de commencer à proposer des exemples sur la Multiplication d'Algebre, on doit observer les maximes suivantes.

Quand on multiplie P par P, il vient plus.

Multipliant M par M, il vient P.

Multipliant M par P, ou P par M, le produit est toujours M.

Quand on multipliera des RR par un ou plusieurs nombres, il viendra RR. Multipliant R par R, il viendra Q.

Et multipliant R par Q, il viendra C.

Premier Exemple de Multiplication d'Algebre, qui est de P par P.

On veut multiplier 12 P 5 par 7 P 15, on demande le produit. *Opération.*

		12 P	5
par		7 P	15.
	P	180 P	75
84	P	35	
84	P	215 P	75 c'est-à-dire 374.

Construction de la Regle.

Il faut premiérement multiplier les P 5 par les P 15, il viendra P 75.

Puis faut multiplier P 15 par 12, il viendra 180. Ensuite, on multipliera P 5 par 7, il viendra P 35, qu'il faut écrire sous 180 en leur rang.

Enfin, il faut multiplier les nombres absolus 12 & 7 l'un par l'autre, le produit sera 84, & ajoutant les produits particuliers, il viendra pour produit total 84, P 215, P 75, qui font ensemble 374, & c'est la réponse.

Autre Exemple de Multiplication de M par M.

On veut multiplier 12 M 5 par 7 M 4.

Opération.

		12	M	5	à multiplier
par		7	M	4	
	M	48	P	20	
84	M	35			

Prod. 84 M 83 P 20; c'est-à-dire que le prod. de 12 M 5 par 7 M 4 n'est que 21.

Explication de la Regle.

Il faut multiplier M 5 par M 4, il viendra P 20.

Ensuite il faut multiplier 12 par M 4, il viendra M 48.

Il faut aussi multiplier 7 par M 5, il viendra M 35, que l'on posera sous 48 avec le signe de M.

Enfin, il faut multiplier 12 par 7, il viendra 84, posant le tout comme il se voit, puis ajoutant tous les produits, la somme sera 84 M 83 P 20.

Autre Exemple.

On veut multiplier 12 M 5 par 7 M 15.

Opération.

	7	M	15 à multiplier
par	12	M	5
	M 180	P	75
	84	M	35

Produit 84 M 215 P 75, c'est-à-dire, que le produit est M 56.

Explication de la Regle.

Il faut faire l'opération entiere comme à l'exemple ci-dessus, il viendra au produit 84 M 215 P 75, & le tout ajouté ensemble, fait M 56.

Il y a à considérer dans cet exemple, que multipliant 12 M 5 par 7 M 15, ce n'est que multiplier 7 par M 8; tellement que si on multiplie P 7, comme nombres absolus, par M 8, il viendra 56, qui est la preuve par laquelle on voit que la Multiplication de 12 M 5 par 7 M. 15 ne fait aussi que M 56.

Autre Exemple de Multiplication de plus par moins.

On veut multiplier 74 M 7 par 26 P 9.

Opération.

	74	M	7 à multiplier
par	26	P	9
		P	666 M 63
	444	M	182
	148		

Produit 1924 P 484 M 63, c'est-à-dire 2345.

Explication de la Regle.

Il faut multiplier M 7 par P 9, il viendra 63, qu'il faut écrire avec le signe de M.

Ensuite on multipliera 74 par P 9, il viendra P 666. Derechef on multipliera 26 par M 7, le produit sera 182, qu'il faut écrire avec son signe de M.

Ensuite on multipliera 74 par 26, & les deux produits, qui sont 444 & 148, seront écrits selon l'ordre de la multiplication.

Enfin, on ajoutera tous les produits ensemble, commençant à écrire M 63 sous la ligne tirée; puis ajoutant les P 666, avec M 182, suivant le précepte d'Addition d'Algebre, la somme sera P 484, qui est la différence des deux nombres, avec le signe du plus grand, que l'on écrira sous la même ligne; & continuant l'addition des nombres absolus, la somme, qui est 1924, sera encore écrite en son ordre sous ladite ligne; & le tout étant ainsi ajouté, le produit total est 1924 P 484 M 63, c'est-à-dire, 2345.

Et afin de démontrer la chose familiérement, considérez que 74 M 7 ne valent que 67, qui est le nombre à multiplier; considérez aussi que les 26 P 9, qui est le multiplicateur, ne font que 35, & que multipliant 67 par 35, le produit sera 2365, comme par la Multiplication de l'Algebre ci-dessus.

Preuve de la Multiplication.

Comme j'ai prouvé ci-devant l'addition par la soustraction, & la soustraction par l'addition, comme dans l'Arithmétique vulgaire, ainsi la multiplication se doit prouver par la division.

Mais d'autant que la division n'a pas encore été expliquée, je réserverai la preuve de la multiplication après l'explication de la division, comme il se verra ci-après.

Autre Exemple de Multiplication.

On veut multiplier 4 R P 9 par 3 R P 7.

Opération.

	4 R	P	9	à multiplier	
par	3 R	P	7		
	P 28 R	P 63			
12	Q P	27 R			
Produit 12	Q P	15 R P 63			

Vous ferez l'opération suivant le précepte ci-devant enseigné.

Autre Exemple.

On veut multiplier 2 R M 3 $\frac{1}{4}$ par 3 R M 2 $\frac{1}{2}$.

Opération.

	2 R	M	3 $\frac{1}{4}$	à multiplier	
par	3 R	M	2 $\frac{1}{2}$		
	M 5 R	P	8 $\frac{1}{8}$		
	6 Q M 9 $\frac{3}{4}$ R				
Prod.	6 Q M 14 $\frac{3}{4}$ R	P	8 $\frac{1}{8}$		

Il faut remarquer dans l'opération ci-dessus, que la multiplication de M 3 $\frac{1}{4}$ par M 2 $\frac{1}{2}$, donne au produit P 8 $\frac{1}{8}$, selon l'ordre de la multiplication des fractions ; puis multipliant 2 R par M 2 $\frac{1}{2}$, il viendra M 5 R. Multipliant aussi 3 R par M 3 $\frac{1}{4}$, il viendra M 9 $\frac{3}{4}$ R. Enfin si on multiplie 2 R par 3 R, il viendra 6 quarrés ; & le tout ajouté ensemble, le produit est 6 Q M 14 $\frac{3}{4}$ R P 8 $\frac{1}{8}$, comme il se voit dans l'opération ci-dessus.

Autre Exemple.

On veut multiplier 4 R P 7 $\frac{1}{4}$ par 3 R M 2 $\frac{5}{4}$.

Opération.

	4 R	P	7 $\frac{2}{3}$	à multiplier	
par	3 R	M	2 $\frac{3}{4}$		
	M 11 R	M	21 $\frac{1}{12}$.		
	12 Q P 23 R				
Produit	12 Q P 12 R	M	21 $\frac{1}{12}$.		

Pour l'opération, il faut suivre l'ordre de la multiplication en fraction, & le précepte de la multiplication d'Algebre.

Autre Exemple.

On veut multiplier 4 Q P 3 R M 7 par 6 R.

Opération.

	4 Q P 3 R M 7	à multiplier
par	6 R.	
Produit	24 C P 18 Q M 42 R.	

Pour faire cette multiplication, j'ai multiplié M 7 par 6 R, il vient M 42. R, parce que le multipliant M. par P fait toujours M, comme il a été dit ci-devant. Ensuite j'ai multiplié P 3 R par les mêmes 6 R, le produit est P 18 Q, à cause que racine multipliée par R, produit Q, comme il a été aussi enseigné: Enfin, je multiplie 4 Q par les mêmes 6 R, il vient 24 C, parce que Q multiplié par R, produit C.

Division, quatrieme Regle.

COMME dans l'Addition, Soustraction & Multiplication d'Algebre, il y a plusieurs observations qu'il est nécessaire de savoir par mémoire, il en est de même dans la Division, où l'on fera les observations suivantes.

1. Que divisant par plus, il vient plus.

Exemple de plus par plus.

On veut diviser 24 P 16 par 4.

Il faut écrire 24 P 16 pour nombre à diviser, comme il se voit, & tirer une ligne dessous comme à la division ordinaire, puis poser le diviseur 4 sous 24, puis dire, 4 en 24, il y est 6 justement, qu'il faut écrire au quotient; ensuite il faut avancer le même diviseur 4 sous P 16, & dire 4 en P 16, il est 4 fois, qu'il faut écrire au quotient avec son signe de P, comme il se voit par l'opération.

Opération.

24 P 16 (6 P 4

4 4

De sorte que si on divise 24 P 16 par 4, il viendra 6 P 4 au quotient.

Pour preuve, il faut multiplier le quotient 6 P 4 par le diviseur 4, le produit sera 24 P 16, qui est le nombre à diviser.

Autre Exemple de Division de plus par moins.

2. *Observation.* Quand on divisera plus par moins, il viendra toujours moins.

On veut diviser 36 P 27 par M 9.

Ayant disposé le diviseur M 9 sous 36 P 27, nombre à diviser comme ci-dessous, on dira en 36 combien de fois M 9, il y est 4 fois, & il ne restera rien: on posera donc M 4 au quotient; puis avançant le diviseur M 9 sous P 27, on dira encore en P 27, combien de fois 9, il y est 3 fois, & il ne reste rien; on posera donc M 3 au quotient, & ainsi on aura M 4 M 3 pour le quotient de la division.

Opération.

Nombre à diviser 36 P 27 Quotient.

Diviseur M 9 M 9

Pour preuve, si on multiplie le quotient, qui est M 4 M 3, par le diviseur M 9, le produit sera

36 P 27, qui étoit le nombre à diviser.

Autre Exemple de Division de M par P.

3. *Observation.* Quand on divise M par P, il vient moins.

On veut diviser M 45 M 30 par P 3.

Opération.

	M 1	
Nombre à diviser	M 45 M 30	(M 15 M 10
Diviseur	P 33 P 33	

Ayant fait la division, il est venu M 15 M 10 au quotient.

Pour preuve, si on multiplie M 15 M 10 par P 3, le produit sera M 45 M 30, qui est la somme à diviser.

4. *Observation.* Quand on divisera M par M, le quotient sera P.

Exemple.

On veut diviser M 72 M 18 par M 6.

Opération.

M 1
M 72 M 18 ——— (12 P 3
M 66 M 6

Ayant fait la division comme ci-dessus, il est venu 12 P 3 au quotient.

Et pour preuve, si on multiplie 12 P 3 par M 6, le produit sera M 72 M 18, qui est le nombre qui a été divisé.



Multiplication

Multiplication d'Algebre, de laquelle la preuve se fera par la Division suivante.

On veut multiplier 45 M 7
par 36 P 3

P 135 M 21
270 M 252
135

Produit 1620 M 117 M 21

Ayant fait la Multiplication ci-dessus comme il a été enseigné, il est venu au produit 1620 M 117 M 21.

Preuve.

La preuve se fait comme à l'Arithmétique ordinaire ; savoir, en divisant le produit par le nombre à multiplier, & il viendra le multiplicateur ; ou autrement, divisant le même produit par le multiplicateur, il viendra le nombre à multiplier.

Exemple.

On veut diviser 1620 M 117 M 21, qui est le produit ci-dessus, par 45 M 7, nombre à multiplier.

Opération.

P 11
17 P 108 Quotient
1620 M 117 M 21 (36 P 3.

48 M 77 7
48 48

La division étant ainsi faite, il est venu 36 P 3 au quotient, qui est le multiplicateur ; & partant la preuve de la multiplication est bien faite par la division.

Explication de la Division.

Comme il y a plusieurs observations dans l'exemple de division ci-dessus, j'ai jugé nécessaire d'en

donner l'explication, pour servir d'instruction à toutes les autres.

Il faut écrire le nombre à diviser, 1620 M 117 M 21, comme il se voit; puis poser le diviseur 45 M 7, savoir, 45 sous 162, & M 7 sous 117. Cela fait, on dira, en 16 combien de fois 4, il s'y trouve 3 fois, qu'il faut multiplier & soustraire du dividende 162, il restera 27, que l'on écrira dans leur rang. Ensuite on dira, 3 fois M 7 font 21, ôtés de M 11, il reste P 10, que l'on écrira sur M 11, comme il se voit.

Cela fait, il faut avancer le diviseur 45 M 7 d'un degré, comme ci-devant, puis dire, 4 en 27, il est 6 fois, qu'il faut écrire au quotient; puis multipliant le diviseur 45 par ce même 6, il viendra 270, qu'il faut ôter du même nombre, & il ne reste rien. Il faut aussi multiplier 6 par M 7, il viendra M 42, qu'il faut ôter de P 100 M 7, c'est-à-dire, 93, en cette sorte, M 2 ôtés de P 3, il reste P 5, qu'il faut écrire au-dessus de 7; & M 4 ôtés de P 9, il reste P 13, comme veut la Regle.

Il faut avancer derechef le diviseur, & poser 45 M 7 sous M 117 M 21, comme il se voit par l'opération entiere; puis dire, 4 en P 13, il y est 3 qu'il faut écrire au quotient, avec son signe de plus; & multipliant le quotient P 3 par le diviseur 45, il viendra 135, lesquels ôtés de 135, il ne reste rien. Multipliant encore P 3 par M 7, il viendra M 21, ôtés de M 21, il ne reste rien.

D'où s'ensuit que la multiplication ci-devant a été bien faite, puisqu'il est venu 36 P 3, qui étoit le multiplicateur.

Seconde preuve de la même Multiplication.

On veut divise 1620 M 117 M 21 par 36 P 3; & faisant la division, il viendra 45 M 7, qui étoit le nombre à multiplier.

Opération.

```
                      80
          18   M     232                 quotient.
dividende 1620 M     117  M   11  ( 45 M 7
          -----------------------
diviseur  366  P     33   P   3
          3          36
```

R. 45 M 7 pour nombre à multiplier, & c'est une seconde preuve de la même multiplication proposée ci-devant.

Pour la division ci-dessus, je ne l'explique pas, parce que je suppose qu'on la doit entendre par l'explication que j'ai donnée des exemples précédents.

Ayant prouvé la multiplication par la division, il s'agit maintenant de prouver aussi la division par son contraire, qui est la multiplication ; & pour faire cela, je proposerai l'exemple de division ci-après.

On veut diviser 24528 P4916 M 954 par 56 P 18.

Opération de la Division.

```
                        1
                        4
                        92
                        87
             4          61
           214          2332
dividende 24528        4916 M 954
          ---------------------------  ( 438 M 53.
diviseur   56      P 18      P 18            quotient.
            56     P  18     P  18
             56 P      18
                        56
                         56
```

R. 438 M. 53 pour le quotient de la division.

Pour preuve, il faut multiplier le quotient 438 M

par le diviseur 56 P 18, & le produit donnera nombre à diviser, ou le dividende ci-dessus.

pération de la Multiplication, pour servir de preuve a la Division précédente.

		438 M	53	à multiplier
par		56 P	18	
	P	3504 M	424	
	P	438 M	53	
	M	168		
2628 M	289			
2160				

Produit 24528 P 4916 M 954, qui est le mbre à diviser, d'où l'on connoît que la division été bien faite.

FIN.

Après avoir expliqué les quatre préceptes d'Algebre, pour les mettre en pratique, je ferai suivre cirès plusieurs questions sur divers sujets desquelles unes se résoudront par l'Arithmétique, ou par Algebre simplement; d'autres par toutes les deux nieres, afin de faire voir l'abréviation & la facié de l'une à l'égard de l'autre.

LUSIEURS QUESTIONS sur différents sujets,

Et premiérement sur la Regle de Compagnie.

TROIS hommes ont fait une compagnie, & ont mis chacun une certaine somme : le premier a s 32 livres; le second a mis le tiers de la somme ale; le troisieme a mis le quart de la même somtotale : on demande la mise de chacun, & ce

qu'ils doivent avoir pour leur part du gain, qui est 100 liv.

Considérez que 32 liv. mise du premier, est le résidu d'un certain nombre, dont le $\frac{1}{3}$ & le $\frac{1}{4}$ sont ôtés.

Supposé que ce nombre soit 12, qui représente la mise de tous trois, si on en ôte le tiers & le quart, le reste sera 5 pour la mise du premier, & doit être 32; maintenant dites:

Si 5 sont restés de 12, de combien resteront 32?

R. De 76 $\frac{4}{5}$.

Pour preuve, je dis que si vous ôtés le $\frac{1}{3}$ de 76 $\frac{4}{5}$, qui est 25 $\frac{3}{5}$, & le quart des mêmes 76 $\frac{4}{5}$, qui est 19 $\frac{1}{5}$, le reste sera 32 pour la mise du prémier, comme il a été proposé; la mise du second sera 25 $\frac{3}{5}$, & la mise du troisieme 19 $\frac{1}{5}$.

Il reste maintenant de donner à chacun sa part du gain, qui est 100 liv. Pour faire cela, suivez l'ordre de la Regle de Compagnie, & vous trouverez que le premier,

qui a mis	32 liv. aura	41 liv.	13 s.	4. den.
mise du second	25 $\frac{3}{5}$	33	6	8
mise du trois.	19 $\frac{1}{5}$	25		
mises	76 $\frac{4}{5}$ gain	100, & c'est la preuve.		

Seconde Question.

Quatre autres ont fait compagnie, & ont gagné 2000 liv. en un voyage. Par accord entr'eux, le premier y est entré pour $\frac{1}{2}$, le second pour $\frac{2}{3}$, le troisieme pour les $\frac{3}{4}$, & le quatrieme pour les $\frac{5}{6}$; on demande combien chacun aura pour sa part des 2000 liv. à raison du droit qu'il a dans la société.

Pour faire cette Regle, & d'autres semblables, trouvez un nombre le plus petit qu'il se pourra, qui soit divisible justement par tous les dénominateurs des mises proposées. Ce nombre peut être 12, duquel la moitié est 6, les $\frac{2}{3}$ sont 8, les $\frac{3}{4}$ sont 9,

& les $\frac{1}{6}$ font 10. Cela fait, ajoutez 6, 8, 9 & 10, la somme est 33, qui est la mise totale ; puis dites : Si 33, mise totale, ont gagné 2000 liv. combien gagnera la mise de chacun en particulier ? Faisant les quatre regles de Trois selon le précepte de la Regle de Compagnie, il viendra le gain de chacun, comme il se voit ci-dessous.

	6		363 $\frac{21}{33}$
Si 33 liv. 2000 liv. comb.	8	Rép.	484 $\frac{28}{33}$
	9		545 $\frac{15}{33}$
	10		606 $\frac{2}{33}$
Preuve. Mises	33	gain	2000 l.

Troisieme Question.

Trois hommes ont fait compagnie & bourse commune : le premier a mis 35 liv. le second 20 liv. on demande ce que doit mettre le troisieme pour avoir la moitié du gain, qui est 1000 liv. & ce que doit avoir de profit chacun des deux autres.

Il faut considérer que puisque le troisieme doit avoir la moitié du gain, il doit mettre autant que les deux autres : faites donc addition des mises des deux premiers, qui sont 35 & 20, il viendra 55 ; & c'est ce que doit mettre le troisieme pour avoir la moitié du gain, comme veut la question.

Ajoutez donc 55, somme de la mise des deux premiers, avec 55, mise du troisieme, il viendra 110 pour mise totale ; puis opérez selon la Regle de Compagnie, disant : Si 110, mise totale, ont gagné 1000 liv. combien chaque mise en particulier.

Faisant la Regle, on trouvera le gain de chacun.

Opération.

Mise totale,	gain total,	mises part.	gains partic.
Si 110 liv.	1000 liv.	35 liv.	318 $\frac{2}{11}$
		20 Resp.	181 $\frac{9}{11}$
		55	500

Preuve. mises 110 gain. 1000 l.

Quatrieme Question.

Trois Marchands se sont associés ; le premier a mis 1500 livres, le deuxieme 1800 livres, le troisieme 1200 livres, & ayant besoin de quelqu'un pour agir dans leur société, ils ont associé un Facteur avec eux, qui a mis 600 liv. lequel doit retirer profit de son argent en même raison que les trois Marchands, & en outre ont accordé avec lui, que pour sa peine il participera au gain total à raison de 6 pour cent. Ils ont gagné 2500 livres ; savoir, combien chaque Associé aura pour sa part du profit.

Il faut premiérement voir combien se monte le gain de 2500 liv. à 6 pour 100 ; on trouve que c'est 150 liv. qu'il faut soustraire de 2500 liv. gain total, il reste 2350 liv. qu'il faut distribuer proportionnellement aux quatre Associés, parce que le Facteur tient rang d'Associé à cause des 600 liv. qu'il a mises. On assemblera donc les mises, & la somme totale sera 5100 liv. puis faisant la Règle de Compagnie à l'ordinaire, on trouvera la part de chacun, comme il se voit ci-dessous.

Opération.

Mise totale,	gain total,	mises part.	gains partic.
Si 5100	2330	1500 liv.	691 $\frac{9}{51}$
		1800 Resp.	829 $\frac{21}{51}$
		1200	552 $\frac{48}{51}$
		600	276 $\frac{24}{51}$

mise totale 5100 liv. 2350

Cinquieme Question.

Trois Marchands ont fait compagnie ; le premier a mis une somme, le deuxieme a mis 7 liv. plus que le premier, & le troisieme à mis 18 liv. plus que le second ; & la mise du premier étant multipliée par celle du troisieme, 1650, ils ont gagné 100 liv. on demande le gain de chacun.

Considérez la différence qu'il y a de la mise du premier à celle du troisieme, que l'on trouvera être 25 : maintenant il faut quarrer 25, il vient 625, qu'il faut ajouter au quadruple du produit, qui est 1650, il viendra 6600 ; lesquelles jointes avec 625, la somme sera 7225, dont la racine quarrée est 85 ; & si de cette racine on en ôte la différence susdite, savoir 25, le reste sera 60, dont la moitié, qui est 30, sera la mise du premier ; & pour avoir la mise du troisieme, on ajoutera la différence 25 avec la racine 85, la somme sera 110, dont la moitié, qui est 55, sera sa mise ; & si on ajoute 7 à 30, mise du premier, il viendra 37 pour la mise du second ; cela fait, ayant les trois mises 30, 37 & 55, on fera la Regle de Compagnie à l'ordinaire, & on trouvera le gain de chacun.

Opération.

	Mise totale,	gain total,		mise part.		gains partic.
Si	122 liv.	100 liv.	comb.	30		$24 \frac{16}{61}$
				37	Resp.	$30 \frac{20}{61}$
				55		$45 \frac{5}{61}$
			mise totale liv.	122	gain	100 l.

Sixieme Question.

Trois autres ont fait compagnie ; le premier a mis une somme, le second a fourni 6 pieces de drap, & le troisieme a mis 1000 liv. ils ont gagné 2000 liv. dont le premier a eu pour sa part 700 liv. le second 800 liv. on demande la mise du premier, la valeur des six pieces de drap, & aussi le gain du troisieme.

La mise du troisieme étant connue, qui est 1000 liv. si on ajoute le gain du premier & du second; savoir, 700 liv. & 800 liv. il viendra 1500 liv. partant, il restera 500 liv. pour le gain du troisieme; puis il faut dire:

Si 500 liv. de gain viennent de 1000 liv. de mise, d'où viendront 700 liv. qui est le gain du premier: R. de 1400 liv. & c'est sa mise.

Ensuite si 500 liv. de gain viennent de 1000 liv. de mise, d'où viendront 800 liv. R. de 1600 liv. pour la valeur de six pieces de drap, & c'est la mise du second. Et ainsi on voit que le premier a mis 1400 liv. le second 1600 liv. & le troisieme 1000 l. & que partageant la somme de 2000 liv. entr'eux, selon l'ordre de la Regle de Compagnie,

Le premier pour	1400 liv. aura	700
Le second pour	1600	800
Le troisieme pour	1000	500
mises liv.	4000 gain l.	2000

& c'est la preuve.

Septieme Question.

Trois autres ont mis en compagnie 14 △, & on ne sait point la mise d'aucun en particulier; on demande la mise de chacun, sans s'enquérir d'aucun gain, en supposant seulement que l'argent du premier ait demeuré 5 mois, celui du second 22 mois, & celui du troisieme 39 mois.

Assemblez les 5 mois, 22 mois & 39 mois, la somme est 66; puis dites pour le premier:

Si 66 mois donnent 14 △ de mise, qui est la mise de tous les trois, combien 5 mois, combien 22 mois, & combien 39 mois; & faisant la Regle, on trouvera la mise de chacun, comme il se voit ci-après.

V v

Opération.

			mise,
	5 mois	△	$1\frac{2}{33}$
Si 66 mois 14 △, combien	22 Resp.	△	$4\frac{22}{33}$
	39	△	$8\frac{9}{33}$
	mois 66 mise		14 △

Huitieme Question.

Deux Marchands ont fait compagnie ensemble ; le premier a mis le premier jour de Janvier 1280 liv. le deuxieme ne peut rien mettre jusqu'au premier jour d'Avril : l'on demande combien il doit mettre, afin qu'il ait la $\frac{1}{2}$ du gain.

Multipliez 1280, mise du premier, par 12 mois que son argent a demeuré en la compagnie, le produit sera 15360 pour sa mise, & autant doit être la mise du second, à cause qu'il doit avoir la moitié du gain ; mais parce qu'il ne met rien jusqu'au premier jour d'Avril, son argent n'y sera donc que 9 mois : Divisez 15360 par 9, & ce qui viendra au quotient sera ce que doit mettre le deuxieme Associé le premier jour d'Avril, savoir 1706 $\frac{2}{3}$, & s'il est question de partager entr'eux 1000 liv. qu'ils ont gagnées, ils auront chacun 500 liv. selon la condition accordée entr'eux.

Pour trouver l'égalité de leur mise, si vous multipliez la mise du second par 9, le produit sera égal à la mise du premier, multipliée par 12 mois.

Neuvieme Question.

Un particulier voulant récompenser ses Domestiques, a fait son testament comme il suit.

Je donne & legue à mes trois Domestiques, qui seront à mon service lors de mon décès, la somme de 3000 livres de rente leur vie durant, à condition qu'ils partageront lesdites 3000 liv. à proportion de leur âge, & du temps qu'ils auront été à mon service.

Le premier est âgé de 75 ans, il a 48 ans de service.

Le second est âgé de 66 ans 8 mois, il a 45 ans de service.

Le troisieme est âgé de 60 ans, il a 40 ans de service: on demande ce que chacun doit avoir pour sa part desdites 3000 livres.

Voyez l'explication de la Regle de Compagnie par temps, pages 278 & 279, vous trouverez que le premier doit avoir 1200 livres, le second 1000 liv. & le troisieme 800 livres.

Dixieme Question.

Trois Particuliers ons fait un fossé de 100 toises cubes, pour la somme de 285 liv. Le premier y a travaillé 10 heures par jour pendant 50 jours, le deuxieme y a travaillé 12 heures par jour pendant 30 jours, le troisieme 14 heures par jour pendant 20 jours; on demande le gain de chaque Particulier.

Voyez la Regle de Compagnie par temps, pages 278 & 279, vous trouverez que le premier doit avoir 125 livres, le second 90 livres, & le troisieme 70 livres.

Pour preuve que la Regle est bien faite, divisez 125 livres, gain du premier, par 500 heures qu'il a travaillé, il viendra au quotient 5 sols par heure. Divisez 90 livres, gain du second, par 360 heures qu'il a travaillé, il viendra aussi 5 sols au quotient; enfin, divisez 70 livres, gain du troisieme, par 280 heures qu'il a travaillé, il viendra encore 5 sols au quotient, c'est-à-dire, que chaque Particulier a gagné 5 sols par heure, & c'est la preuve que la Regle est bien faite.

Si on applique cette méthode à toutes les Regles de Compagnie, tant à temps égal qu'à temps inégal, il viendra une même réponse à tous les quotients.

Onzieme Question.

Trois autres ont fait compagnie, le premier & le troisieme ont mis ensemble 804 liv. le deuxieme & le troisieme ont mis 976 livres, & le premier & le deuxieme ont mis 732 liv. ils ont gagné 671 liv. on demande combien il appartient à chacun à proportion de leur mise.

Pour résoudre cette Regle, il faut ajouter 804, 976 & 732, leur somme sera 2512, qu'il faut diviser par 1 moins qu'ils ne sont de Marchands, savoir par 2 & le quotient sera 1256 : Or, pour avoir la mise de chacun en particulier, il faut soustraire de 1256 la mise du premier & du troisieme, le reste sera 425 pour la mise du second; & pour avoir la mise du premier, ôtez aussi 976 qui est la mise du second & du troisieme, de 1256, le reste sera 280, & c'est la mise du premier : maintenant pour avoir la mise du troisieme, il faut aussi soustraire 732, mise du premier & du deuxieme des mêmes 1256, le reste sera 524 pour la mise du troisieme; & puisque leurs mises sont connues, il sera facile de trouver le gain de chacun, opérant par la Regle de Compagnie.

Douzieme Question.

Cinq Marchands ont fait compagnie ; on ne sait point la mise de chacun en particulier, elle est seulement de deux en deux.

La mise du cinquieme & du premier est 672 livres.

La mise du cinquieme & du quatrieme font ensemble 864 livres.

La mise du quatrieme & du troisieme ensemble est 684 liv.

Et la mise du deuxieme & du premier jointes ensemble 436 livres.

Et l'argent du troisieme avec celui du deuxieme fait 584; ils ont gagné 1506 liv. on demande com-

bien chacun doit avoir pour sa part, à proportion de sa mise. Le premier a mis 172.

Treisieme Question.

Quatre Marchands ont mis 140 △ en bourse commune, & ont gagné 400 livres ; mais l'argent que chacun a donné pour sa part est inconnu : toutefois on sait bien que le premier a donné 22 △ moins que le troisieme, & le second 36 △ moins que le quatrieme, & que les écus du premier & ceux du quatrieme étant multipliés l'un par l'autre, produisent 1020 △ ; on demande la mise & le gain de chacun.

Considérez que l'excès du premier au troisieme est 22, & l'excès du deuxieme au quatrieme est 36, leur différence est 14, qu'il faut ajouter à 140 mise totale, la somme sera 154 △, dont la moitié 77 est la mise du premier & du quatrieme ensemble.

Et parce que leurs écus étant multipliés ensemble font 1020, il n'y a plus qu'à trouver deux nombres, qui ajoutés ensemble fassent 77, & multipliés l'un par l'autre, fassent 1020 ; ce qui étant observé, on trouvera que le premier Associé a mis 17 △, le quatrieme a mis 60 △, la mise des deux autres est facile à trouver.

Quatorzieme Question.

Deux Marchands ont fait société ensemble ; le premier, avec une somme qu'il a mise, a gagné 8 livres ; le second avec 6 livres qu'il a mises, a gagné une autre somme ; de sorte que les mises & les gains de l'un & de l'autre ensemble font 40 livres on demande la mise du premier, & le gain du deuxieme.

Je pose que la mise du premer soit 1 R, laquelle jointe avec son gain, fait 1 R. P. 8 qu'il faut ajouter avec 6 liv. mise du deuxieme, la somme sera 14 P 1 R qu'il faut soustraire de 40, il reste 26 M 1 R pour le gain du deuxieme : maintenant il faut dire par Regle de Trois.

Si 1 R mise du premier lui a gagné 8 liv. combien

gagneront 6 liv. mise du deuxieme, il viendra $\frac{48}{1}$ pour le gain du deuxieme, mais il avoit été déjà trouvé par raisonnement être 26 M 1 ℞ il y aura donc égalité entre $\frac{48}{1}$ de racine, & 26 M 1 ℞, & par multiplication en croix, il viendra encore égalité entre 1 Q & 26 ℞ M 48. Cela fait, quarrez la moitié des ℞ 13, il viendra 169, dont il faut ôter l'absolu, puisqu'il a le signe de M, & la ℞ du reste 121 sera 11, qu'il faut ôter de la moitié de ladite moitié des ℞ 13, le reste 2 est la mise du premier. Et si vous ajoutez 13 à la ℞ 11, la somme 44 sera le gain du second, comme veut la question.

Quinzieme Question.

Trois Marchands ont fait compagnie : le premier a mis une somme inconnue, le second a mis le double du premier plus 3, & le troisieme a mis le produit de la mise du premier, étant multipliée par la mise du deuxieme, leurs mises étant ajoutées en cet état, font 1983 ; ils ont gagné 864 liv. on demande le gain de chacun. Il est premiérement nécessaire de savoir leurs mises, qui étant connues, le reste sera facile, par la Regle de Compagnie naturelle.

Construction de la Regle.

Pour trouver les mises de chaque Associé, je pose que la mise du premier soit 1 ℞, la somme du second sera donc 2 ℞ P 3, & multipliant 1 ℞. par 2 ℞ P 3, il viendra 2 Q plus 3 ℞ pour la mise du troisieme. Et ajoutant la mise des deux premiers avec la mise du troisieme, la somme sera 2 P Q P 6 ℞ 3 égaux à 1983 : & par transposition les P 3, se convertiront en moins de chaque part, & il viendra égalité entre 2 Q & 1980 M 6 ℞, & divisant 1980 M 6 ℞ par 2 Q, le quotient sera 990 M 3 ℞. Enfin faites l'extraction cossique en cette sorte (*Nota*) au quarré de la moitié du nombre des ℞ ℞, il faut y ajouter l'absolu, puisqu'il a le signe de plus, il viendra $\frac{3969}{4}$, desquels la racine quarrée est $\frac{63}{2}$, desquels il faut ôter

la moitié des R R, à cause qu'elles ont le signe de M, il restera $\frac{60}{2}$ ou 30 pour la mise du premier, celle du deuxieme sera donc 60 & celle du troisieme sera 1890.

Opération.

	1 ℞	mise du premier à multiplier
par	2 ℞ P 3	mise du second.
Produit	2 Q P 3 ℞	mise du troisieme.
	4 ℞ P 3	mise du second.
	1 ℞	mise du premier.

Somme des mises 2 QP 6 ℞ P 3 ég. à 1980.
par transpos. 2 Q ég. à 1980 M 6 ℞. (*Nota*)

990 M 3 ℞.

$1\frac{1}{2}$
$1\frac{1}{2}$
$2\frac{1}{4}$

$2\frac{1}{4}$
992 $\frac{1}{4}$.

63 demi ou $\frac{63}{2}$ 30 m. du prem.
63 m. du sec.

reste 60 demi ou $\frac{60}{2}$ 1890 m. du troisieme.

Ayant trouvé les mises de chaque Associé, le gain est aisé à trouver par l'ordre de la Regle de Compagnie.

Question seizieme sur le même sujet de la cinquieme.

Trois hommes ont fait compagnie : le premier a mis une somme, le deuxieme a mis 7 liv. plus que le premier, & le troisieme a mis 18 liv. 13 sols 4 den. plus que le deuxieme ; &, multipliant la mise du premier par celle du troisieme, il vient 980 liv. ils ont gagné 100 livres ; on demande la mise & le gain de chacun.

Construction.

Considérez la différence de la mise du premier à celle du troisieme, vous trouverez $25\frac{2}{3}$, il n'y a

donc qu'à trouver deux nombres, dont la différence soit 25, & que le produit soit 980.

Pour faire cela, ajoutez le quarré de la différence avec le quadruple du produit, il viendra $\frac{41209}{9}$ pour le quarré de la somme, desquels la racine quarrée est 67 $\frac{2}{3}$, pour la somme des deux nombres, de laquelle somme, si j'ôte la différence 25 $\frac{2}{3}$, il restera 42, dont la moitié est 21, pour la mise du premier; celle du second sera donc 28, & celle du troisieme sera 46 $\frac{2}{3}$.

Maintenant pour trouver le gain de chacun, assemblez les mises, qui sont +.

+ 21
28
46 $\frac{2}{3}$
---
95 $\frac{2}{3}$ Somme totale des mises; & faisant la Regle de Compagnie à l'ordinaire, on trouvera le gain de chacun.

Dix-septieme Question.

Quatre autres ont fait compagnie; le premier a mis une somme; le second 10 liv. plus que le premier; le troisieme autant que le deuxieme moins 2 liv. & le quatrieme a mis 10 liv. plus que le troisieme; puis multipliant la mise du premier par celle du quatrieme, il vient 40; on demande combien ils auront chacun de 100 liv. qu'ils ont gagnées.

Pour faire cette Regle & toutes autres semblables, il faut premiérement trouver les mises de chacun. Pour faire cela, considérez la différence de la mise du premier à celle du quatrieme; elle est 18; quarrez donc 18, son quarré est 324; auquel il faut ajouter le quadruple du produit, sera 484, dont la racine est 22; mais si vous ajoutez la différence 18 avec 22, il viendra 40, dont la moitié qui est 20

fera la mise du quatrieme ; & si vous ôtez 18 de 22, le reste sera 4, dont la moitié qui est 2 sera la mise du premier ; le second a donc mis 12 liv. & le troisieme 10 liv. Cela fait, pour trouver le gain de chacun, il faut faire la Regle de Compagnie à l'ordinaire.

Mises.

2
12
10
20

Si 44 ont gagné 100 liv. combien 2 liv. &c. & faisant les 4 Regles de trois, on trouvera le gain de chacun.

SAVOIR

pour le premier	4 liv.	$\frac{6}{11}$
pour le second	27	$\frac{3}{11}$
pour le troisieme	22	$\frac{8}{11}$
pour le quatrieme	45	$\frac{5}{11}$
Somme	100 livres.	

Questions sur les fractions.

Quelqu'un dit que s'il avoit distribué les $\frac{2}{3}$ les $\frac{3}{4}$ des $\frac{5}{6}$ de l'argent qu'il a, il auroit donné 48 liv. on demande combien il avoit d'argent.

Je suppose que 72 soit la somme qu'il avoit, de laquelle les parties ci-dessus étant prises, se montent à 162 liv.

Après quoi on dira par Regle de Trois, si 162 viennent de 72, d'où viendront 4, R $37\frac{1}{3}$ ou $\frac{8}{9}$, dont les $\frac{2}{3}$ les $\frac{3}{4}$ & les $\frac{5}{6}$ font 84, comme il se voit par les opérations ci-après.

Si.... 162.... 72.... 84

par

$\frac{2}{3}\,\frac{3}{4}\,\frac{5}{6}$

72 dénom.

$\frac{2}{3}$ 48
$\frac{3}{4}$ 54
$\frac{5}{6}$ 60

162

72

168
588

6048
5
2284
6048

(37 $\frac{1}{3}$ ou $\frac{1}{3}$

2622
26

37 $\frac{1}{3}$

24 $\frac{8}{9}$
28
31 $\frac{1}{9}$

Preuve 84

Autre Question.

Trouver un nombre, duquel en ayant ôté $\frac{1}{4}$ & $\frac{1}{3}$, le reste soit 10.

Je pose que ce nombre soit 12, le tiers est 4, & le quart est 3, qui sont 7, lesquels ôtés de 12, il reste 5, puis dire par Regle de Trois.

Si 5 viennent de 12, d'où viendront 10: faites la Regle, & vous trouverez 24 pour le nombre requis.

Pour preuve, le tiers de 24 est 8, & le quart de 24 est 6, ajoutant 8 avec 6 font 14, lesquels ôtés de 24, le reste est 10, comme veut la question.

Autre Question.

Trouver un nombre, duquel en ayant ôté le tiers & le quart, le reste soit 48.

Je suppose que le nombre soit 96, duquel le tiers & le quart sont 56, lesquels ôtés de 96, le reste est 40, & devoit rester 48, ensuite il faut dire par Regle de Trois.

Si 40 viennent de 96, d'où viendront 48

		96
	$115\frac{1}{5}$	288
+	$67\frac{1}{5}$ à ôter	432
Reste	48 qui est la preuve	4608
	$\frac{8}{40}$ Resp.	$115\frac{1}{5}$ nombre requis.
		$\frac{1}{3}$ $38\frac{2}{5}$
		$\frac{1}{4}$ $28\frac{4}{5}$
		+ $67\frac{1}{5}$

Autre Question.

Trouver deux nombres, tels qu'étant ajoutés ensemble leur somme soit $31\frac{7}{12}$, & divisant le grand nombre par le moindre, le quotient soit 8.

Pour faire cela, ajoutez 1 au quotient, requis 8, ce seront 9 pour diviseur de $31\frac{7}{12}$, & le quotient sera $3\frac{55}{108}$, pour le petit nombre, lesquels ôtés de $31\frac{7}{12}$, le reste sera $28\frac{8}{108}$, pour le grand nombre.

Divers Théoremes avec leur application.

Trouver deux nombres tels que les $\frac{4}{5}$ de l'un soient égaux aux $\frac{5}{7}$ de l'autre, & que leur différence soit $5\frac{1}{2}$.

Multipliez en croix $\frac{4}{5}$ par $\frac{5}{7}$, il viendra 25 & 28, les $\frac{4}{5}$ de 25 sont 20, & les $\frac{5}{7}$ de 28 sont aussi 20, mais leur différence n'est que 3, & devoit être $5\frac{1}{2}$, donc 25 & 28 ne sont pas les deux nombres que l'on cherche.

Pour les trouver, il faut diviser $5\frac{1}{2}$ que l'on cherche par les 3 qui sont venus, il viendra $1\frac{5}{6}$; cela fait, il faut multiplier 28 par $1\frac{5}{6}$, il viendra $51\frac{1}{3}$.

Il faut aussi multiplier 24 par 1 $\frac{1}{6}$, il viendra 45 $\frac{5}{6}$, partant je dis que $\frac{1}{3}$ & 45 $\frac{5}{6}$ sont les deux nombres que l'on cherche.

Pour preuve, on voit que la différence de 51 $\frac{1}{3}$ à 45 $\frac{5}{6}$ est 5 $\frac{1}{2}$.

Et de plus que les $\frac{4}{5}$ de 45 $\frac{5}{6}$ sont égaux aux $\frac{5}{7}$ de 51 $\frac{1}{3}$.

Application

Un Marchand a deux pieces d'étoffes, les $\frac{4}{5}$ de l'une sont égaux aux $\frac{5}{7}$ de de l'autre, & leur différence est 5 aunes $\frac{1}{2}$; on demande la longueur de chacune; R. 45 $\frac{5}{6}$ pour l'une, & 51 $\frac{1}{3}$ pour l'autre.

Deuxieme Theoreme sur le même sujet.

Trouver deux nombres, desquels la différence soit 1, & que les $\frac{3}{5}$ de l'un soient égaux aux $\frac{5}{7}$ de l'autre.

Multipliez en croix $\frac{3}{5}$ par $\frac{5}{7}$, il viendra 21 & 25, puis divisez 1, qui devoit venir par la différence de 25 à 21 qui est 4, il viendra $\frac{1}{4}$ pour quotient.

Cela fait, multipliez 21 par $\frac{1}{4}$, il viendra 5 $\frac{1}{4}$: multipliez aussi 25 par $\frac{1}{4}$, il viendra 6 $\frac{1}{4}$: Par-là on voit que 5 $\frac{1}{4}$ & 6 $\frac{1}{4}$ sont les deux nombres requis.

Preuve.

Pour preuve, tirez les $\frac{3}{5}$ de 6 $\frac{1}{4}$, il viendra 3 $\frac{3}{4}$; tirez aussi les $\frac{5}{7}$, de 5 $\frac{1}{4}$, il viendra aussi 3 $\frac{3}{4}$ qui est l'égalité.

Pour autre seconde preuve, on voit que la différence de 5 $\frac{1}{4}$ à 6 $\frac{1}{4}$ est 1, comme il est requis.

Application.

Un Marchand a deux pieces d'étoffe; les $\frac{3}{5}$ de l'une sont égaux aux $\frac{5}{7}$ de l'autre, & leur différence est 1 aune; on demande la longueur de chacune. R. 5 $\frac{1}{4}$ & 6 $\frac{1}{4}$.

Théoreme 3.

Trouver deux nombres en proportion quadruple, lesquels fassent autant ajoutés que multipliés.

Ayant pris deux nombres à plaisir qui soient en proportion quadruple, comme 4 à 16, on divisera

leur forme qui est 20, par chacun d'iceux, savoir par 4 & par 16, & leurs quotients seront autant ajoutés que multipliés.

Divisant donc 20 par 4, il viendra 5; divisant aussi 20 par 16, il viendra $1\frac{1}{4}$, donc 5 & $1\frac{1}{4}$ sont les nombres requis.

Pour preuve, si on ajoute 5 avec $1\frac{1}{4}$, le produit sera $6\frac{1}{4}$, & si on multiplie les mêmes 5 par un $\frac{1}{4}$, le produit sera aussi $6\frac{1}{4}$.

Et pour seconde preuve, on voit que ces deux nombres $1\frac{1}{4}$ & 5 sont en proportion quadruple, comme veut la question.

Théoreme 4.

Trouver un nombre, qui étant multiplié par 48, & ajoutant à son produit 160, fasse autant que le même nombre multiplié par 56, après en avoir ôté 400.

Pour faire cela, il faut ajouter le plus ou le moins; savoir, 160 & 400, la somme sera 560, qu'il faut diviser par 8, qui est la différence 48 à 56, & il viendra 70, pour le nombre que l'on cherche.

Pour preuve, il faut multiplier 70 par 48, il viendra 3360, auxquels ajoutant 160, la somme sera 3520.

Multipliez aussi les mêmes 70 par 56, le produit sera 3920, duquel ôtant les 400 proposés, le reste sera 3520, comme ci-dessus.

Autre Théoreme.

On peut séparer 25 en deux parties, telles que divisant la grande par la petite, le quotient soit 15 $\frac{3}{4}$.

Ajoutant 1 à 25 $\frac{3}{4}$, la somme sera 26 $\frac{3}{4}$, & ce sera le dénominateur des 25, nombre à diviser, la somme sera $\frac{100}{107}$, pour la moindre partie, laquelle étant soustraite de 25, il restera 24 $\frac{7}{107}$ pour la grande partie.

Pour preuve, divisez 24 $\frac{7}{107}$, par la moindre partie, qui est $\frac{100}{107}$, & le quotient sera 25 $\frac{3}{4}$, comme veut la question.

Question sur la fausse position simple.

Trouver un nombre duquel en ayant ôté le $\frac{1}{3}$, le $\frac{1}{4}$ & le $\frac{1}{6}$, le reste soit 64.

Application.

C'est comme qui diroit : Quatre personnes ont une certaine somme à répartir entr'eux ; le premier en doit avoir $\frac{1}{3}$, le second $\frac{1}{4}$, le troisieme $\frac{1}{6}$ & le quatrieme le reste ; on demande quelle est la somme qu'ils ont à répartir entr'eux.

Pour le savoir, prenez un nombre à plaisir, comme 12, dont le tiers est 4, le quart est 3, le sixieme est 2 ; ajoutant 4, 3 & 2 la somme est 9, ôtez 9 de 12, il reste 3, & devoit rester 64, dites donc par Regle de Trois : Si 3 sont restés de 12, d'où resteront 64, R. de 256. Pour preuve, tirez le tiers, le quart & le sixieme de 256, ces trois parties ajoutées feront 192, lesquels ôtés de 256, le reste sera 64, comme veut la question.

Autre Application.

Il y a une piece de drap de laquelle $\frac{1}{3}$ est rouge, $\frac{1}{4}$ est blanc, & $\frac{1}{6}$ est jaune, & 16 aunes de couleur noire, on demande combien cette piece contient d'aunes.

Faites comme ci-dessus, & vous trouverez 64 aunes pour la longueur de ladite piece.

Autre Application.

Les $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ & $\frac{1}{8}$, d'une piece de bois sont cachées dans un bâtiment, & il en paroît en dehors 7 $\frac{1}{2}$ pieds ; on demande combien cette piece a de longueur.

Suivez l'explication ci-dessus, & vous trouverez 25 pieds $\frac{5}{7}$, pour la longueur de ladite piece de bois.

Pour preuve, tirez $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ & $\frac{1}{8}$ de 25 $\frac{5}{7}$, & y ajoutez 7 $\frac{1}{2}$, la somme sera les mêmes 25 $\frac{5}{7}$ comme ci-dessus.

Autre question sur la fausse position.

Quel est le nombre, lequel étant divisé par 7, &

le quotient multiplié par 15, fasse au produit 450.

Je pose que ce nombre soit 7, lequel divisé par 7, il vient 1 au quotient, lequel multiplié par 15, fait 15, & devoit être 450, dites: Si 15 viennent de 7, d'où 450. R. 210 pour le nombre requis.

Pour preuve, divisez 210 par 7, le quotient sera 30, & 30 multipliés par 15, le produit est 450, comme il est requis.

Autre Question sur le même sujet.

Trois Marchands ont 1000 livres à partager ; le premier en doit prendre une partie ; le second en doit prendre deux fois autant plus 7, & le troisieme en doit avoir autant que les deux premiers moins 5, savoir combien chacun aura pour sa part.

Considérez l'opération ci-dessous, & vous trouverez la part du premier être 165 liv. $\frac{1}{6}$, & la part des autres ensuite.

Opération.

	55 991	
1		165 $\frac{1}{6}$ part du premier.
2 P 7	666	337 $\frac{2}{6}$ part du second.
3 P 7 M 5		497 $\frac{3}{6}$ part du troisieme.
6 P 9 ég. à 1000		1000
6 égal à 991 à diviser par		6.

Autre Question sur le même sujet.

Trouver deux nombres, lesquels multipliés l'un par l'autre, fassent au produit 12, & divisant le grand par le petit, le quotient soit 1 $\frac{1}{2}$.

Pour l'opération, divisez 12 par 1 $\frac{1}{2}$, il viendra 8 pour le petit nombre, & 12 sera le grand nombre.

Grand nombre 12 ou $\frac{24}{2}$

Petit nombre 8

Quotient 1 $\frac{1}{2}$ ou $\frac{3}{2}$

$$\frac{24}{3}(8$$

Ayant trouvé que le grand nombre est 12, & le petit nombre 8, si on divise 12 par 8, il viendra au quotient 1 $\frac{1}{2}$; si on multiplie 8 par 1 $\frac{1}{2}$, il viendra 12, comme le veut la question.

Autre Question.

Un Général d'Armée perdit sa caisse militaire dans une déroute, dans laquelle il y avoit 534600 livres contenues en 100 sacs; il y avoit des sacs de louis d'or chacun de 24000 livres, des sacs d'écus de 6 livres contenant chacun 3720 livres, & des sacs de pieces de 24 sols contenant chacun 3000 livres: on demande combien il y avoit de sacs de louis d'or, de sacs d'écus de 6 livres, & de sacs de pieces de 24 sols dans ladite caisse.

Pour résoudre cette question, il faut suivre l'explication du premier exemple de la nouvelle Méthode d'alliage, *page* 234. On prévient ceux qui voudront résoudre cette question, qu'il n'y a qu'une seule solution, ou, pour mieux dire, une seule combinaison.

Questions sur les deux fausses positions.

Question premiere.

Quel est le nombre, lequel étant multiplié par 3, & qu'à la moitié du produit on y eût ajouté $\frac{1}{3}\frac{1}{4}\frac{1}{6}\frac{1}{8}$ plus 25, le tout fasse 250.

Pour faire cela, il faut suivre l'ordre de la Regle de deux fausses positions, prenant premiérement un nombre à plaisir, comme 16, lequel étant multiplié

plié par 3 le produit est 48, dont la moitié est 24; & si on ajoute le tiers, le quart, le sixieme, le huitieme de 24 avec les mêmes 24 & 25 de plus, la somme sera 70, & devoit être 250; on a donc erré par moins de 180.

Pour seconde hypothese, on prendra 32, & poursuivant avec iceux comme ci-dessus, on trouvera 115, & devoit être 250; il y a donc encore erreur par moins de 135; cela étant trouvé, le reste est facile, & achevant l'opération, on trouvera le nombre que l'on cherche.

Application.

Un Architecte est interrogé du nombre des toises d'ouvrages qu'il a faites; il répond: Si les toises d'ouvrages que j'ai faites étoient multipliées par 3, & qu'à la moitié du produit on y eût ajouté $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$, & $\frac{1}{8}$ & plus 25, j'en aurois fait 250; on demande combien il avoit fait de toises. R. 80 toises, comme veut la question ci-dessus.

Question seconde.

Un homme faisant testament, a laissé 500 liv. à son fils & à sa fille, à la charge qu'il veut que la cinquieme partie de la part du fils surpasse la quatrieme partie de la part de la fille de 8, on demande ce qu'ils auront chacun.

Je pose que la part de la fille soit 12, son quart est 3, & ajoutant 8 avec 3, la somme est 11; donc 11 est la cinquieme partie de ce que doit avoir le fils, & multipliant 11 par 5, le produit est 55 pour la part du fils, qui, ajoutés avec 12, part de la fille, fait 67, & devoit faire 500; ôtant 67 de 500, le reste sera 433, qu'il faut poser en cette sorte, 12 M 433.

Ensuite on prendra un autre nombre à plaisir, savoir, 16 pour la fille, son quart est 4, lesquels ajoutés avec 8, font 12 donc 12 est la cinquieme partie du fils: multipliez 12 par 5, il viendra 60

pour sa part entiere, qui, ajoutés avec 16, part de la fille, feront 76, & il devoit venir 500. Si on ôte 96 de 500, le reste sera 424, qu'il faut poser sous la premiere hypothese, en cette sorte, 16 M 424; puis opérant selon le précepte de la Regle des deux fausses positions, on trouvera 295 $\frac{5}{9}$ pour la part du fils, & 204 $\frac{4}{9}$ pour la part de la fille.

Pour preuve, ajoutez ces deux portions, il viendra juste 500 liv. & pour seconde preuve, tirez la cinquieme partie de la part du fils, & y ajoutez 8, il viendra 51 $\frac{1}{9}$, lesquels multipliés par 4, il viendra 204 $\frac{4}{9}$ pour la part de la fille, comme veut la question.

Question troisieme.

Un Architecte a pris un tailleur de pierre pour 60 jours, auquel il a donné 32 sols par jour les jours qu'il a travaillé; & les jours qu'il a chommé, il a restitué à l'Architecte 6 sols par jour; & au bout de 60 jours ils comptent ensemble, par lequel compte le tailleur de pierre a reçu 37 liv. 6 sols; on demande combien il a travaillé de jours.

Je pose qu'il a travaillé 20 jours, à 32 sols, ce font 32 liv. & qu'il ait chommé 40 jours, à 6 sols, font 12 liv. à rabattre de 32 liv. il reste 20 liv. qu'il a reçues, & devoit recevoir 37 liv. 6 sols; il y a donc erreur par moins de 17 $\frac{3}{10}$, qu'il faut poser en cette sorte, 20 M 17 $\frac{3}{10}$.

Je pose qu'il ait travaillé 30 jours à 32 sols, ce sont 48 liv. & chommé 30 jours à 6 sols, ce sont 9 liv. à rabattre de 48 liv. il reste 39 liv. qu'il a reçues, & ne devoit recevoir que 37 liv. 6 sols, il y a donc erreur par plus de 1 $\frac{7}{10}$, qu'il faut poser en cette sorte, 30 P 1 $\frac{7}{10}$.

Opération.

```
     20 M 17 3/10              17 3/10
     30 P  1 7/10               7 7/10
par  17 3/20  20               ————————
     ————————————————          19 divis.
     510       20
       9       14
      34      ————
     ————      34
     553
     272
     383
   ————— ( 29 2/19 de jour qu'il a travaillé.
     899   30 17/19 de jour qu'il a chommé.
      1
```

Pour preuve, si vous multipliez les 29 $\frac{2}{19}$ de jour qu'il a travaillé par 32 sols, il viendra 46 livres 11 sols 4 den. $\frac{8}{19}$ qu'il auroit dû recevoir.

Si aussi vous multipliez les 30 $\frac{17}{19}$ de jour qu'il a chommé, il viendra 9 liv. 5 sols 4 den. $\frac{8}{19}$ qu'il faut soustraire, & ce sera 37 liv. 6 sols, comme veut la question.

Question quatrieme.

Un Marchand a acheté 12 pieces de marchandises qui coûtent 96 liv. la deuxieme coûte 1 liv. plus que la premiere, & la troisieme 1 liv. plus que la deuxieme, & toujours en augmentant d'une livre jusqu'à la derniere : on demande combien a coûté la premiere, & toutes les autres ensuite.

Je pose que la premiere ait coûté 1 liv. la deuxieme coûtera 2 liv. la troisieme coûtera 3 liv. ainsi de suite jusqu'à la douzieme, qui coûtera 12 livres ; puis ajoutant, selon l'addition de la progression arithmétique, la somme sera 78, & devoit être 96 ; il y a donc erreur par M de 18, que l'on posera en cette sorte, 1 M 18.

Pour feconde position, je pofe que la premiere ait coûté 2 liv. la feconde coûtera 3 liv. la troifieme coûtera 4 liv. & ainfi jufqu'à la douzieme, qui coûtera 13 liv. puis faifant addition des 12 pieces, la fomme fera 90, il y a donc erreur par M de 6, que l'on pofera en cette forte, 2 M 6, le tout comme il fe voit ci-deffous par l'opération, on trouvera que la premiere coûtera 2 $\frac{1}{2}$, la feconde 3 $\frac{1}{2}$, & ainfi jufqu'à la douzieme, qui coûtera 13 $\frac{1}{2}$; puis ajoutant, felon l'addition de la progeffion arithmétique, la fomme fera 96, comme veut la queftion.

Opération.

Prem. pofition. Seconde pofition.

1 7 2 8 — 1 moins 18 — 36
2 8 3 9 — 2 moins 6 — 6
3 9 4 10
4 10 5 11 — 12 — 30
5 11 6 12 — 6
6 12 7 13 — 36

12 12 — 12

plus 1 plus 2

font 13 font 15
par 6 par 6

78 90

(2 $\frac{1}{2}$ Prem. piece. 8 $\frac{1}{2}$
3 $\frac{1}{2}$ 9 $\frac{1}{2}$
4 $\frac{1}{2}$ 10 $\frac{1}{2}$
5 $\frac{1}{2}$ 11 $\frac{1}{2}$
6 $\frac{1}{2}$ 12 $\frac{1}{2}$
7 $\frac{1}{2}$ 13 $\frac{1}{2}$

13 $\frac{1}{2}$
plus 2 $\frac{1}{2}$

16
par 6

96 comme il eft requis.

Question cinquieme.

Un Seigneur a acheté six bassins d'argent qui lui ont coûté 1015 liv. 10 sols : le second lui a coûté 1 livre plus que le premier, le troisieme 1 liv. plus que le second, ainsi des autres jusqu'au dernier ; on demande combien coûte le premier, & les autres ensuite.

Pour la résolution de cette question, suivez l'ordre de l'explication de la question ci-devant, & vous trouverez que le premier bassin coûtera 166 liv. 15 s. La valeur des autres est facile à trouver.

Avertissement.

Cette même question, outre qu'elle se résout par les deux fausses positions, elle se résout aussi par l'algebre avec plus de facilité, comme ci-après.

Explication.

Je pose que le premier bassin coûte 1 R. le second coûtera 1 R P 1 ; ainsi les 6 coûteront 6 R P 15, égaux 1015 liv. 10 sols, & ôtant P 15 de 1015 liv. 10 sols, le reste sera 1000 liv 10 sols, que l'on divisera par les 6 R, & le quotient sera 166 liv. 15 s. pour la valeur du premier, 167 liv. 15 sols pour la valeur du second, ainsi des autres, jusqu'au sixieme ; & ajoutant le tout, la somme sera 1015 liv. 10 s. pour la valeur totale de six bassins, comme il a été proposé, & comme il se voit par l'opération ci-après.

4 liv. partant, il reste 20 liv. pour les 20 muids, qui est une liv. pour le péage de chaque muid.

Et le second a donné 5 muids, à raison de 12 liv. & 4 liv. d'argent : le tout fait 64 liv. qui est aussi 1 liv. pour chaque muid.

Question septieme.

Un Particulier se promenant, rencontra une bande de filles, auxquelles il dit : Bon jour les deux douzaines de belles filles. Une d'entr'elles répondit : Nous ne sommes pas deux douzaines ; mais si nous étions encore quatre fois autant que nous sommes, nous serions autant plus de douzaines, comme nous sommes à présent moins de deux douzaines ; on demande combien elles étoient de filles.

Je pose qu'elles fussent 12 avec 4 fois autant, font 60, qui surpassent 12 de 48, & nous ne voulons que 24 : la différence est donc 24, qu'il faut poser de la sorte, 12 plus 24.

Je pose qu'elles ne fussent que 10 filles, avec 4 fois autant, ce seroient 50, qui surpassent 36 de 14, & nous voulions qu'elles fussent 24, la différence est donc 12, qu'il faut poser en cette sorte ; 10 plus 12.

Opération.

Produits.

12 plus 24		240	96 / 12	(8 filles.
10 plus 12		144		
reste 12	reste	96		

Question sur la Racine quarrée.

Théorême premier.

La différence de deux nombres est $4\frac{1}{2}$, & leur produit 405, qui sont-ils ?

Application.

Une piece de terre contient en sa superficie 405 arpents, & la différence de la longueur & la largeur est $4\frac{1}{2}$; on demande combien la longueur & combien la largeur.

Construction.

Quarrez la différence $4\frac{1}{2}$, il vient $20\frac{1}{4}$, qu'il faut ajouter au quadruple du rectangle ou 405; il vient $1640\frac{1}{4}$ desquels la racine quarrée est $\frac{81}{2}$, ou $40\frac{1}{2}$, auxquels ajoutant la différence $4\frac{1}{2}$, il viendra 45, desquels la moitié $22\frac{1}{2}$ est la longueur de ladite piece. Et au contraire, ôtant la différence $4\frac{1}{4}$ de $40\frac{1}{2}$, il reste 36, dont la $\frac{1}{2}$ est 18 pour la largeur.

Pour preuve, on voit que la différence de 18 à $22\frac{1}{2}$ est $4\frac{1}{2}$.

Et de plus, multipliant 18 par $22\frac{1}{2}$, il viendra 405, comme il est requis.

Théorême second.

La différence des deux nombres est $8\frac{1}{2}$, & leur produit est $412\frac{1}{2}$; qui sont-ils ?

Application.

Une piece de terre rectangulaire contient en sa superfice 412 arpents $\frac{1}{2}$, la longueur excede la largeur de 8 arpents $\frac{1}{2}$; on demande quelle est la longueur & aussi la largeur.

Il faut quarrer la différence $8\frac{1}{2}$, il viendra $72\frac{1}{4}$, qu'il faut ajouter au quadruple du produit, il viendra $1722\frac{1}{4}$, dont il faut extraire la racine quarrée,

il viendra $\frac{83}{2}$, ou 41 $\frac{1}{2}$, auxquels il faut ajouter la différence 8 $\frac{1}{2}$, la somme est 50, dont la moitié 25 est la longueur de ladite piece de terre. Et si on ôte la même différence de 41 $\frac{1}{2}$ le reste sera 33, dont la moitié 16 $\frac{1}{2}$ est la largeur.

Pour preuve, on voit que la différence de 25 à 16 $\frac{1}{2}$ est 8 $\frac{1}{2}$: & de plus, que multipliant 25 par 16 $\frac{1}{2}$, il viendra 412 $\frac{1}{2}$ comme il a été proposé.

Autre Question.

La somme de deux nombres est 16, & la somme de leurs quarrés est 130: qui sont-ils?

Quarrez 16, il viendra 256, qu'il faut ôter de 260, double de la somme des quarrés, le reste sera 4, dont la racine quarrée est 2; ajoutant la racine 2 à 16, qui est la somme des nombres proposés, il viendra 18, dont la moitié, qui est 9, sera le grand nombre; ensuite ôtant le même 2 des mêmes 16, il restera 14, la moitié, qui est 7, est l'autre nombre.

Pour preuve, ajoutez ces deux nombres 9 & 7, il viendra 16, qui est la somme d'iceux; puis quarrez les mêmes 9 & 7, il viendra 81 & 49, lesquels étant ajoutés font 130, qui est la somme des quarrés de ces deux nombres que l'on cherchoit.

Autre Question.

Deviner deux nombres que quelqu'un aura pensé.

Je pose que ces deux nombres soient 3 & 7, la différence de 3 à 7 est 4, il faut multiplier 7 par 3, il vient 21; cela fait, il faut quarrer la différence 4, il vient 16, puis quadrupler 21, il viendra 84; ensuite il faut ajouter 16 à 84, il vient 100, dont la racine quarrée est 10, & y ajoutant la différence 4, il vient 14, dont la moitié est 7 pour le grand nombre; & ôtant la différence de 10, le reste est 6, dont la moitié 3 est le petit nombre, & partant je conclus que 7 & 3 sont les deux nombres pensés.

Autre Question.

Un Capitaine a 2738 Soldats, lesquels il veut

mette en bataillon rectangulaire en proportion double, comme de 2 à 4; on demande combien il y aura d'hommes en la longueur, comme aussi en la largeur.

Pour le savoir, divisez 2738 par 2, à cause de la proportion double, il viendra 1369, desquels la racine quarrée est 37 qui est le flanc; puis doublant 37, il viendra 74 pour le front.

Pour preuve, multipliez 74 par 37, le produit sera 2738, comme veut la question.

Autre Question.

On veut former un bataillon en forme de Trapeze par le moyen de 4418 hommes, on entend que le premier rang soit de 30 hommes, le second de 33, le troisieme de 35, &c. on demande combien il y aura de rangs, combien contiendra le dernier rang, & combien il y aura d'hommes en tout pour former ledit bataillon.

Il faut considérer que si le premier rang du bataillon est 30, si de ce nombre on prend le tiers, il viendra 10, & partant ce seront 9 termes qu'il faut augmenter audit nombre, dont le neuvieme sera 27, & le premier 3.

Et pour avoir la quantité des termes, si on ajoute le premier terme 3 avec 27, neuvieme terme, il viendra 30, qu'il faut multiplier par $4\frac{1}{2}$, il viendra 135, qu'il faut ajouter à 4418, & la somme sera 4553.

Pour faire la Regle, prenez le tiers de 4553, il viendra 1517, & 2 de reste; maintenant doublez 1517, il viendra 3034, dont la racine quarrée est 54, & reste 118, & ne devoit rester que 51: il y a donc 64 de trop: & d'autant que le nombre 1517 a été doublé pour en tirer la racine, les 64 ne valent que 32, qu'il faut multiplier par 3, à cause que la progression est en raison triple; il viendra 96, auxquels ajoutez les 2 restés de la division, le tout fait

98 : or je dis que 98 sont les hommes qui se trouvent surnuméraires.

Maintenant pour savoir combien il y a de rangs, ôtez 9 termes de la racine 54, parce qu'ils ne sont pas compris, & que l'on ne commence à compter que par le deuxieme terme, le reste 45 est le nombre des rangs; & pour savoir combien il y a d'hommes au dernier rang, il faut tripler la racine 54, il viendra 162 pour les hommes du dernier rang.

Et pour savoir combien il y a d'hommes en tout, ajoutez le premier terme 30 avec 162, il viendra 192, qu'il faut multiplier par 22 $\frac{1}{2}$, moitié du nombre des rangs, il viendra 4320, & ajoutant les surnuméraires, le tout sera 4418, comme veut la question.

Autre Question.

On veut former un bataillon en proportion, comme de 2 à 7, par le moyen de 345 hommes.

Il faut diviser 345 par 2 multipliés par 7, c'est-à-dire, par 14, il viendra 24, & reste 9; puis tirant la racine quarrée de 24, il vient 4, & reste 18; ensuite multipliant la racine 4 par 2, & par 7, il reviendra 8 & 28, qui sont en proportion comme 2 à 7.

Pour preuve, multipliez les deux côtés l'un par l'autre, savoir 28 par 8, il vient 224, & d'autant qu'il est resté 6 hommes de l'extraction, il faut les compter pour 8 fois 14, qui font 112, auxquels ajoutez les 9 restés de la division, le tout ensemble fait 121, lesquels ajoutés à 224, le tout fait 345 pour le nombre proposé, & c'est la preuve.

7	69	8		
2	345	24		
	(24		4 racine	4 racine
14 diviseur	144		4 2	7
	1		8	28
Reste		8 de l'extraction		8
par		14		
				224
fait		112		121
		9 restés de la divis.		
		121		345

Questions sur la racine cubique.

Question premiere.

Etant donné à toiser la maçonnerie d'un puits en forme ronde, trouver le solide de la maçonnerie, à raison de 7 toises 3 pieds de profondeur.

Supposé que le grand diametre soit 21 pieds, dites par Regle de Trois :

Si 7 de diametre donnent 22 de circonférence, combien 21 ? R. 66 de circonférence.

Ensuite, supposé que le petit diametre soit 14 pieds, dites encore :

Si 7 de diametre donnent 22, combien 14 ? R. 44 pour la circonférence. Ayant trouvé que la grande circonférence est 66, & la petite 44, il les faut ajouter ensemble : la somme est 110, qu'il faut multiplier par $3\frac{1}{2}$, le produit donnera 385, desquels la moitié est $192\frac{1}{2}$, qu'il faut multiplier par 7 toises 3 pieds, ou par 45 pieds, le produit donnera 8662 pieds $\frac{1}{2}$, lesquels divisés par 216, valeur

de la toise cube, il viendra 40 toises, & 22 $\frac{1}{2}$ pieds cubes pour la solidité de la maçonnerie.

Question seconde.

Etant donné à toiser la maçonnerie d'un puits qui est en ovale, trouver le solide de ladite maçonnerie, à raison de 4 $\frac{1}{2}$ toises de profondeur.

Je suppose que le grand diametre de l'ovale, c'est-à-dire de dehors en dehors de la maçonnerie, contient 2 toises 4 pieds, ou 16 pieds, & le petit diametre de la même ovale de dehors en dehors aussi contient 2 toises ou 12 pieds.

Maintenant il faut connoître le contenu de l'ovale en sa superficie; pour faire cela, il faut multiplier la longueur de l'ovale, qui est 16 pieds, par 12, qui est sa largeur, il viendra 192; dites après par Regle de proportion :

Si 14 .. 11 ... 192. ℞. 150 pieds $\frac{6}{7}$, pour la superficie entiere de l'ovale.

Or, pour avoir le contenu de la maçonnerie, il faut savoir combien elle contient en dedans œuvre, c'est-à-dire de dedans en dedans. Pour faire cela, supposé que le grand diametre contienne 2 toises, & le petit $\frac{1}{2}$ toise, il les faut multiplier l'une par l'autre, savoir 12 pieds par 9 pieds, il viendra 108 pieds; cela fait, dites par la Regle de Trois comme ci-dessus :

Si 14... 11 ... 108 ℞. 84 pieds $\frac{6}{7}$ pour la superficie du dedans qu'il faut soustraire de 150 $\frac{6}{7}$, restera 66 pieds, pour la superficie de la maçonnerie. Et pour avoir le solide de ladite maçonnerie, il faut multiplier les 66 par les 27 pieds de la profondeur, & il viendra 1782 pieds cubes, qu'il faut diviser par 216, pour avoir des toises cubes, il viendra 8 toises, reste 54 pieds ou $\frac{1}{4}$ de toise cube.

Question troisieme.

Il y a une Terrasse rectangulaire solide, qui contient 5832000000 pieds cubes, de laquelle la longueur contient 6 fois la hauteur, & la hauteur 6 fois l'épaisseur; on demande combien contiennent la longueur, la hauteur & l'épaisseur.

Je pose que l'épaisseur soit un pied, &, selon la Regle des rectangles, la hauteur sera 6 pieds, & la longueur 36, lesquels multipliés l'un par l'autre, le produit donnera 216 pieds cubes, & on devoit trouver 5832000000; c'est pourquoi la position est fausse; mais si je divise le tout par 216, le quotient donnera 27000000, desquels la racine cubique est 300 pieds pour l'épaisseur, lesquels multipliés par 6, le produit sera 1800, pour la hauteur, qu'il faut encore multiplier par 6, & on aura au produit 10800. Pour preuve, si vous multipliez ces trois produits l'un par l'autre, le dernier produit donnera 5832000000 pieds cubes, comme veut la Regle.

Question quatrieme.

Un Seigneur veut faire faire un Fort, qui soit de 486 toises cubes, & il entend que largeur soit les $\frac{3}{4}$ de la longueur, & l'épaisseur la moitié de la largeur; on demande la longueur, largeur & épaisseur dudit Fort.

Construction.

Je pose que la longueur soit 1 ℞, sa largeur sera donc $\frac{3}{4}$ ℞. & l'épaisseur $\frac{3}{8}$ ℞; cela supposé, il faut multiplier l'un par l'autre, savoir 1 ℞ par $\frac{3}{4}$ ℞, il vient $\frac{3}{4}$ Q, qu'il faut multiplier par $\frac{3}{8}$ ℞, il vient $\frac{9}{32}$ cubes égaux à 486 toises cubes.

Maintenant divisez 486 par $\frac{9}{32}$, il viendra au quotient 1728, dont la racine cubique, qui est 12, est la largeur dudit Fort, sa largeur sera 9, & l'épaisseur sera 4 $\frac{1}{2}$ toises, comme veut la Regle.

Opération.

1 ℞ par $\frac{3}{4}$ ℞ fait $\frac{3}{4}$ Q par $\frac{3}{8}$ font $\frac{9}{32}$ cubes.

627
15552
$\frac{486}{1} \times \frac{9}{32}$ ——— (1728
9999

1.728
——— (12
1.7
728

Cinquieme Question sur le même sujet.

Un Seigneur veut faire vuider 2592 toises cubes de terre pour faire un fossé ; mais il entend que la largeur soit les $\frac{3}{4}$ de la longueur, & la profondeur le tiers de la largeur ; on demande quelle sera la largeur, longueur, & aussi la profondeur.

Pour l'opération, il faut garder le même ordre que ci-dessus, & vous trouverez 24 pour la longueur. Le reste est facile à trouver.

FIN.



TRAITÉ DE L'ARITHMÉTIQUE PAR LES JETONS.

CETTE Artihmétique est aussi utile que celle qui se fait avec la plume, puisqu'avec des Jetons on fait toutes les Regles dont on a besoin dans tous les calculs qui servent dans le Commerce. Cette maniere de calculer est plus pratiquée par les femmes que par les hommes ; cependant plusieurs personnes qui sont employées dans les Finances & dans toutes les Jurisdictions, s'en servent avec beaucoup de succès. Les maximes dont on se sert dans cette façon de calculer, sont semblables à celles qui se pratiquent avec la plume ; car la Numération ; la Position, l'Addition, la Soustraction, la Multiplication & la Division, seront définies comme elles l'ont été dans le Traité précédent, où on aura recours, si on en a besoin.

Dans sa pratique, on emploie les caracteres qui conviennent au Jet, & dont les Financiers se servent ordinairement, qui sont représentés ci-après. Ceux à qui ils ne conviendront pas, se serviront des chiffres de l'Arithmétique à la plume, s'ils le jugent à propos.

Chiffres de Finance.

j	un	xxiv	vingt-quatre
ij	deux	xxv	vingt-cinq.
iij	trois	xxvj	vingt-six
iiij	quatre	xxvij	vingt-sept
v	cinq	xxviij	vingt-huit
vj	six	xxix	vingt-neuf
vij	sept	xxx	trente
viij	huit	xl	quarante
ix	neuf	l	cinquante
x	dix	lx	soixante
xj	onze	lxx	soixante-dix
xij	douze	lxxx	quatre-vingt
xiij	treize	xc	quatre-vingt-dix
xiiij	quatorze	c	cent
xv	quinze	iic	deux cents
xvj	seize	iiic	trois cents
xvij	dix-sept	iiiic	quatre cents
xviij	dix-huit	vc	cinq cents
xix	dix-neuf	m	mille
xx	vingt	iim	deux mille
xxj	vingt-un.	iiim	trois mille, ainsi des autres.
xxij	vingt-deux		
xxiij	vingt-trois		

De la position & de la numération.

LA position est un certain arrangement d'un, de deux, ou de plusieurs Jetons disposés de maniere que, suivant l'idée de son auteur, ils signifient quelque chose qu'il a voulu expliquer ; mais parce que cet ordre dépend de la puissance des nombres & de l'ordre qu'on a de compter, il faut

observer que pour établir cette position, on place ordinairement les Jetons en ligne droite, commençant par en bas, remontant vers le haut, observant de laisser entre chaque Jeton une distance égale; & ces Jetons ainsi posés sont nommés l'Arbre du grand Jet, & ils montrent l'ordre & les degrés de la numération. Le plus bas est appellé Nombre, c'est-à-dire, qu'il s'exprime par soi-même; le second en montant est appellé Dixaine, le troisieme Centaine, le quatrieme Mille, le cinquieme Dix mille, le sixieme Cent mille, & ainsi des autres de dix en dix: de sorte que tous les Jetons qui seront posés vis-à-vis de chacun des degrés de l'Arbre de numération, à la droite ou à la gauche, horizontalement, vaudront autant de fois la chose que l'on voudra exprimer, qu'il y aura de Jetons multipliés sur chaque degré. Par exemple, si devant le troisieme degré il y a quatre Jetons, ils signifieront quatre cents, soit hommes, soit livres, soit écus, &c. si devant le quatrieme degré, il y en a deux, ils signifieront deux mille; c'est-à-dire, qu'il faudra exprimer la valeur des Jetons par leur nombre, en leur donnant la dénomination du degré de l'Arbre vis-à-vis duquel ils sont rangés. Pour faire comprendre la chose plus clairement, il n'y a qu'à regarder l'exemple de la I. Figure ci-après.

Exemple. *I. Figure.*

Arbre de Numération.

centaine de mil		trois cens
dixaine de mil		quarante
mil		trois mille
centaine		quatre cens
dixeine		cinquante
nombre		trois

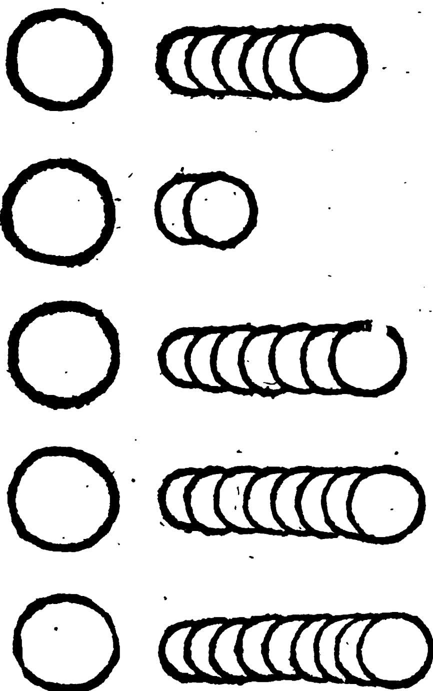
Dans les opérations qui seront faites dans toutes les Regles de ce Traité, on ne posera que les Jetons de l'Arbre simplement, c'est-à-dire, sans aucune inscription dedans, qui cependant auront une dénomination semblable à ceux de l'Arbre de l'exemple de la premiere Figure ; & cette dénomination doit être par conséquent expliquée par Nombre, Dixaine, Centaine, &c. comme il a été dit ci-dessus ; ainsi, pour nombrer la somme de l'exemple de ladite I. Figure, suivant sa disposition, le produit donnera trois cents quarante-trois mille quatre cents cinquante-trois.

Vous vous ressouviendrez que dans cet exemple, les grands Jetons ne servent qu'à représenter l'Arbre de la Numération, & l'ordre qu'ils doivent avoir, & que les Jetons qui seront posés entre les degrés de l'Arbre, vaudront cinq fois autant que ceux du degré inférieur, ou la moitié du supérieur. Et pour distinguer les Jetons qui ne vaudront que cinq en abrégé, dans les opérations où il sera nécessaire d'en mettre, ils seront décrits plus petits que les autres, ce qui sera facile de reconnoître dans les Regles suivantes.

Ceux qui auront bien compris la valeur des Jetons, suivant les degrés de l'Arbre de numération, n'auront point de difficulté à poser tel nombre proposé qu'on leur donnera ; & de l'exprimer selon l'ordre dudit Arbre. Par exemple, si on veut poser soixante-deux mille sept cents quatre-vingt-neuf, il faudra ranger les Jetons comme vous les voyez dans l'exemple de la II. Figure ci-après.

On peut retrancher, si on veut, plusieurs Jetons dans cet exemple, & dans les autres qui suivent, & cette maniere de retrancher les Jetons est sans contredit beaucoup plus commode & moins embarrassante, quand on la sait bien pratiquer. Il faut remarquer qu'on peut lever les Jetons à tous les rangs

Exemple. *II. Figure.*

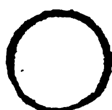


de chaque position, dès qu'il y a plus de cinq : ce qui va être expliqué dans l'exemple de la Figure III. Premiérement, commençant par le premier rang d'enhaut où sont les dixaines de mille, & où il y a six Jetons, qui valent soixante mille, si vous en levez

cinq, & que de cinq vous en posiez un entre le rang des centaines de mille & des dixaines de mille, ce Jeton, suivant sa position, vaudra, comme il a été dit ci-devant, cinquante mille; si vous le joignez avec celui qui est dessous, qui vaut dix mille, ils vaudront ensemble soixante mille; ce que les six Jetons valent à l'exemple de la Figure II. On peut faire la même chose aux sept Jetons qui sont posés vis-à-vis les centaines, qui valent sept cents; il n'y aura qu'à en ôter cinq, & en poser un entre les mille & les centaines, qui vaudra cinq cents; si on le joint avec les deux de dessous, qui sont vis-à-vis les centaines qui valent deux cents, les deux ensemble vaudront pareillement sept cents. On peut encore faire de même aux Jetons posés devant le Nombre. Il y en a neuf, dont on peut en lever cinq, il en reste quatre qui est leur propre valeur, & en poser un entre les dixaines & les nombres, qui vaudra cinq; si on le joint avec les quatre qui sont posés dessous, ils feront ensemble neuf.

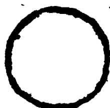
Vous observerez la même chose dans toutes les autres positions, remarquant que tous les Jetons que l'on posera dans les intervalles de quelque degré que ce soit, vaudront toujours cinq fois la valeur d'un de ceux qui seront au-dessous, & la moitié d'un de ceux qui seront au dessus, comme il a été dit ci-devant; & que chaque Jeton qui sera posé dans un intervalle, étant compté pour cinq, doit toujours être ajouté au nombre de dessous, & prendre le titre du Jeton de l'Arbre vis-à-vis duquel les Jetons qui seront au-dessous du même seront posés, comme vous le pouvez remarquer dans l'exemple de la Figure III, où il y a un Jeton posé entre cent & mille: ce Jeton vaut cinq; savoir, cinq centaines, parce qu'il est posé entre mille & cent; les denx Jetons qui sont posés dessous, & vis-à-vis du rang des centaines, ne valent que des centaines, par

Exemple. III. Figure.

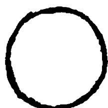




foixante



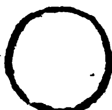






deux mille







fept cents

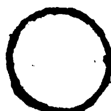






quatre vingt







neuf

conféquent.

conséquent le jeton qui vaut cinq, qui est posé dans l'intervalle, joint avec les deux qui sont vis-à-vis des centaines, font sept cents; ainsi des autres.

Cet ordre doit être réguliérement observé dans toutes les opérations de l'Arithmétique aux jetons, tant dans l'Addition, la Soustraction, la Multiplication, que dans la Division.

DE L'ADDITION.

Premiere Regle.

Définition. Ajouter, c'est mettre plusieurs nombres ou sommes de même espece ensemble, & en trouver la somme totale.

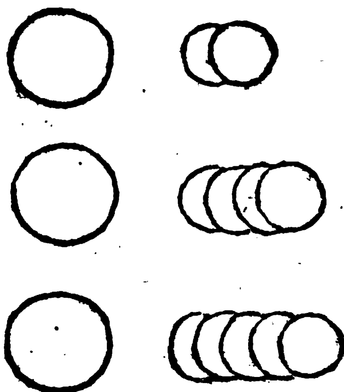
Exemple d'Addition en nombres entiers.

ON propose d'ajouter les quatre sommes suivantes, pour en faire un total; savoir,

Deux cents quarante-cinq livres, ou	IICXLV livres.
Trois cents vingt-huit livres, ou	IIICXXVIII livres.
Cinquante-neuf livres, ou	LIX livres.
Quatre-vingt-trois livres, ou	LXXXIII livres.
La somme totale monte à	VIICXV livres.

Pour faire cette regle, il faut observer ce qui a été dit ci-devant pour l'ordre de l'arbre & pour la position des jetons, & poser d'abord pour la premiere des sommes, qui est deux cents quarante-cinq livres, deux jetons pour les deux cents livres, vis-à-vis du degré de l'arbre qui marque les centaines: pour les quarante livres, on posera quatre jetons vis-à-vis du degré qui marque les dixaines; & pour les cinq livres, on posera cinq jetons vis-à-vis du degré de l'arbre qui marque les nombres simples, comme vous voyez à la quatrieme Figure.

IV. Figure.



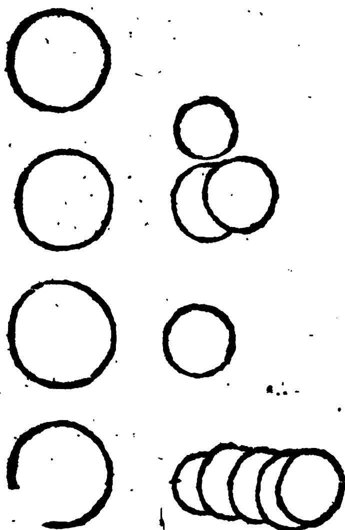
Premiere opération de l'exemple.

Pour les trois autres sommes, il faut les ajouter, l'une après l'autre, à la premiere, observant le même ordre qu'on y a gardé en la faisant; ce qui étant fait, on trouvera que lesdites quatre sommes, ajoutées ensemble, feront celle de sept cents quinze livres, comme le montre la cinquieme Figure.

On écrira cette somme totale de sept cents quinze livres en chiffres de Finance, de cette maniere, VIICXV liv. ou en chiffres ordinaires, ainsi, 715 liv.

Quand on saura bien faire l'Addition en nombres entiers, il ne sera pas difficile de la faire avec des livres, des sols & des deniers; ce qui va être enseigné le plus clairement qu'il sera possible dans l'exemple de la sixieme Figure ci-après.

V. Figure.



Exemple d'Addition par livres, sols & deniers.

Pour faire l'Addition avec des livres, sols & deniers, il faut observer de poser les sommes des livres comme elles l'ont été aux deux précédents exemples des Figures IV & V, & y ajouter la marque qu'on met aux livres; & à l'égard des sols & des deniers, il faut les poser vis-à-vis les livres, le nombre des sols devant le nombre de l'arbre, & les dixaines de sols devant les dixaines de l'arbre, y ajoutant la marque des sols, qui est une f; les deniers doivent

être aussi posés vis-à-vis les sols; & comme chaque sol vaut douze deniers, quand on voudra poser six deniers en moins de jetons, on en posera un sous le rang des sols; alors il vaudra simplement dix deniers, y ajoutant aussi la marque qu'on met ordinairement au-dessous des deniers, comme ils sont marqués à l'exemple de la sixieme Figure, vis à-vis le degré des nombres.

Quand on fera une addition, & qu'on aura douze deniers, qui valent un sol, il faudra poser un jeton au rang des sols; quand il y aura vingt sols, qui valent une livre, il faudra poser un jeton au rang des livres, comme vous le pouvez voir à la sixieme Figure, où les livres, sols & deniers ont chacun la marque qu'on leur met ordinairement pour les distinguer les uns des autres.

Il vous est proposé de faire une addition des quatre sommes qui suivent, pour savoir à quoi elles montent.

La premiere est IIII livres IX sols VII den.

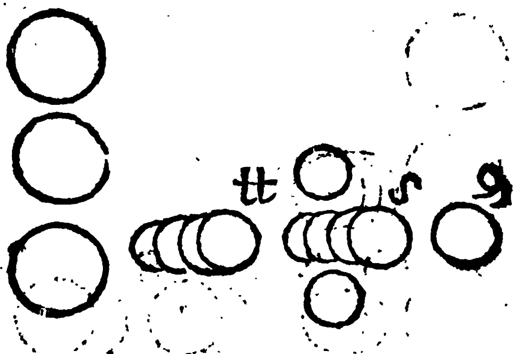
La seconde est de XXXII livres XII sols VII den.

La troisieme est de XLIII livres XVII sols IX den.

La quatrieme est de CXXXVII livres XV sols VIII den.

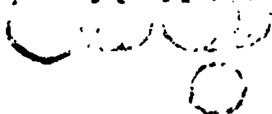
Il faut commencer par poser la premiere somme, qui est quatre livres neuf sols sept deniers, & placer les quatre livres vis-à-vis le rang des nombres; sur le même rang vous placerez le nombre des sols simples, observant de laisser un intervalle entre les livres & les sols, afin de ne pas les mêler ensemble: il y en a neuf, qu'on peut mettre tout de suite, si l'on veut; mais comme cela emploieroit beaucoup de jetons, on peut en mettre quatre, afin d'abréger, & au-dessus desdits sols mettre un jeton, qui, dans ce rang qui est entre la dixaine & le nombre, vaudra cinq, & vous aurez par ce moyen posé vos neuf sols: pour les sept deniers, il les faut mettre vis-à-vis le rang des nombres, & après les sols, y

VI. Figure.

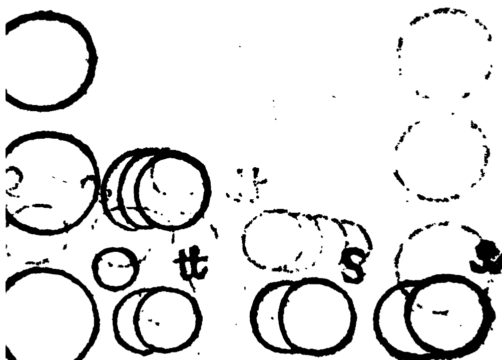


laiſſant un petit intervalle entr'eux ; ils ſe peuvent mettre tout de ſuite ; mais, pour abréger, on poſera ſeulement un jeton après les 3 ſols, qui ne vaudra ſimplement qu'un denier ; & deſſous les ſols un autre jeton, qui, à cauſe de cette poſition, vaudra ſix deniers, comme vous le pouvez remarquer à la VI Figure.

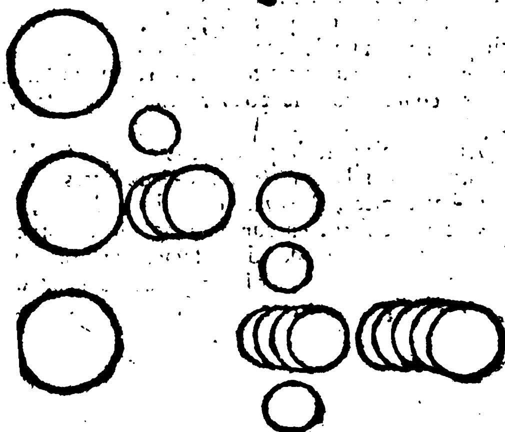
Après avoir poſé la premiere ſomme, il faudra y ajouter la ſeconde, qui eſt trente-deux livres douze ſols ſept deniers, obſervant de poſer les livres, les ſols & les deniers, chacun au rang où ils doivent être mis ; le produit des deux ſommes ajoutées enſemble ſera de trente-ſept livres deux ſols deux deniers. *Voyez la ſeptieme Figure.*



VII. Figure.



VIII. Figure.

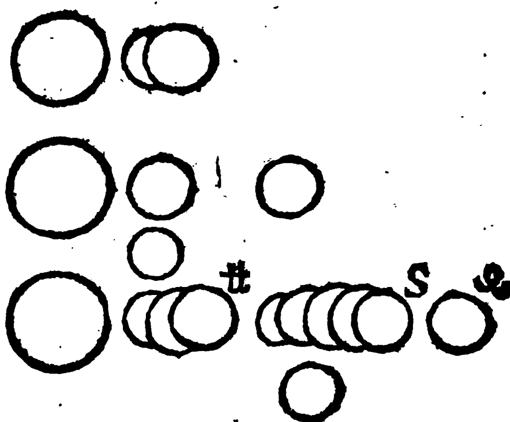


I faut encore ajouter à la premiere & seconde

somme qui a produit trente-sept livres deux sols deux deniers, la troisieme, qui est de quarante-trois livres dix-sept sols deux deniers, observant toujours de poser les livres, les sols & les deniers, chacun à leur rang, comme il a été pratiqué aux deux précédentes Regles de la VI & VII. Figure; les trois sommes ajoutées ensemble, produiront celle de quatre-vingt livres dix-neuf sols onze deniers. *Voyez la huitieme Figure.*

Enfin, il faut encore ajouter la quatrieme & derniere somme, qui est de cent trente-sept livres quinze sols huit deniers, aux trois précédentes, qui ont produit quatre-vingt livres dix-neuf sols onze deniers.

IX. Figure.



Pratiquant les Regles prescrites aux trois Additions qui viennent d'être faites ci-devant, vous aurez au

duit la somme de deux cents dix-huit livres quinze s sept deniers, qui est la somme totale qui vous a propofée de calculer aux Jetons, comme vous le uvez remarquer à la somme de la IX Figure.

DE LA SOUSTRACTION.

Seconde Regle.

Définition. Soustraire est ôter une petite somme ıne grande, & en donner le reste.

ON veut ôter d'une somme qui contient vingt-quatre, celle de quatorze, la Soustraction étant te, il restera dix, qui est la somme ou le reste qu'on mande; si on ajoute le reste dix avec les quatorze, deux sommes feront ensemble celle de vingt-iatre, qui est la preuve.

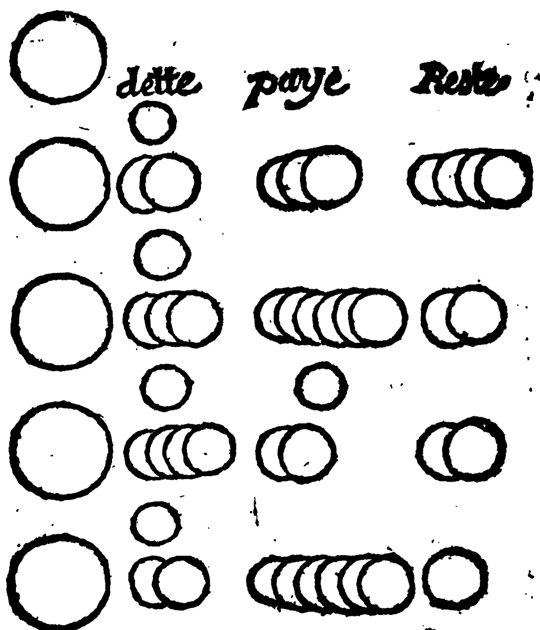
Pour faire cette Regle, il faut commencer d'abord poser l'arbre de Numération, comme il l'a été à la egle d'Addition, qui fera connoître tous les degrés dit arbre, qui sont toujours les mêmes dans toutes Regles de l'Arithmétique aux Jetons.

On commence à poser la somme qui est due à main uche, & près de l'arbre de Numération; la somme i a été payée se pose auprès, & la somme qui reste ayer est posée à main droite, comme la X Figure lémontre.

On suppose qu'il est dû à une personne la somme ept mille huit cents quatre-vingt-dix-sept livres, cette somme on lui a payé trois mille six cents ante & seize livres; on demande combien il reste i payer.

'our soustraire la somme qu'on a payée de la som- qui étoit due, on commence à ôter par le haut

X. Figure.



de l'arbre à main gauche ; on dit, qui de sept mille en paie trois, reste quatre qu'on pose à main droite, sur le degré des mille ; puis on dit, qui de huit cents en paie six, reste deux, qu'on pose encore à main droite, sur le degré des centaines : enfin, on dit, qui de sept en paie six, reste un, qu'on pose à main droite, sur le degré des nombres. Après avoir

:ette Soustraction, il reste la somme de quatre
: deux cents vingt-une livres.

Preuve.

)ur prouver que la Soustration est bien faite,
'a qu'à additionner la somme qui reste à payer
celle qu'on a payée; si les deux sommes ensem-
)nt égales à celle qui étoit due, la Regle est
e. Il faut remarquer que ce qu'on soustrait,
être toujours de même espece; car si vous vou-
oustraire des écus de livres, cela ne se pourroit
iire, à moins qu'on ne réduisît les écus en livres,
: que de faire la Soustraction.

ins la Regle de Soustraction, il n'y a ordinaire-
que deux sommes; savoir, la dette & la paie:
d il y a des sols & des deniers à soustraire de ces
)es, ils ne se trouvent qu'au rang du Nombre;
mme il est nécessaire d'expliquer la maniere de
cette Soustraction, vous n'avez qu'à jeter la
ır l'article suivant.

l'égard des sols, quand il s'en trouve dans les
ıes dues, il faut les poser auprès des livres; s'il
:s deniers, il les faut poser auprès des sols, sur
me rang du Nombre à main gauche. Quand
des sols dans les sommes payées, il les faut
auprès des livres; & s'il y a des deniers, il
es poser auprès des sols, sur le même rang du
ıre à main droite: après avoir soustrait de
nme payée, le reste est la somme qui est en-
lue.

ànd on fera la Soustraction de quelque somme,
)mbre des livres de la paie est plus grand que
de la dette, il faudra emprunter une dixaine
gré supérieur de la dette, & après faire la
action.

:s sols de la dette sont moindres que ceux de

la paie, il faudra emprunter une livre sur les livres de la dette ; comme cette livre vaut vingt sols, il faut les ajouter avec les sols de la dette, & ensuite faire la Soustraction.

Enfin, si les deniers de la dette sont moindres que ceux de la paie, il faudra emprunter un sol sur les sols de la dette ; comme ce sol vaut douze deniers, il faut les ajouter avec les deniers de la dette, & ensuite faire la Soustraction, comme on l'a faite aux livres & aux sols.

DE LA MULTIPLICATION.

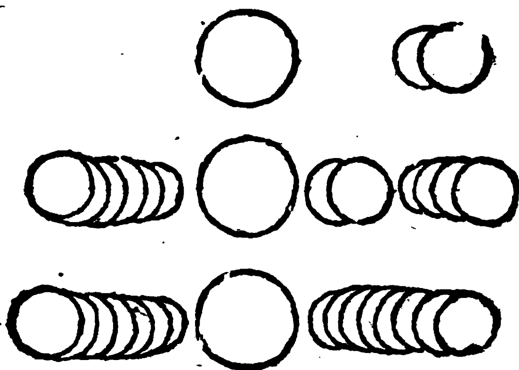
Définition. Multiplier, est trouver un nombre qui contienne autant de fois le nombre multiplié, qu'il y a d'unités au multiplicateur.

SI on veut multiplier deux nombres, savoir six & quatre, l'un par l'autre, l'on suppose que le nombre quatre est le multiplicateur ; il est certain que le produit de cette multiplication donnera vingt-quatre : dans ce nombre vingt-quatre, il y a quatre fois six, par conséquent autant de fois qu'il y a d'unités au multiplicateur quatre.

Pour faire cette Regle, il faut premiérement placer l'Arbre de Numération, comme on a fait aux Regles précédentes. Ensuite poser le nombre à multiplier à la main gauche dudit Arbre, & proposer un nombre tel qu'il vous plaira, pour multiplicateur : on suppose que ce soit quatre ; il faut donc retenir ce nombre dans sa mémoire, ou l'écrire sur du papier, ou en tel autre endroit qu'il vous plaira, afin de s'en servir pour faire la multiplication.

Le nombre à multiplier de cette Regle soit for-

XI. Figure.



ʒante-ſept, qu'on veut multiplier par le multiplicateur quatre ; il faut donc commencer à multiplier les ſept Jetons qui ſont poſés devant le degré des nombres à gauche, par le multiplicateur quatre, & dire : Quatre fois ſept font vingt-huit ; dans ces vingt-huit il y a deux dixaines ; il faut les poſer à la droite de l'arbre, devant le degré des dixaines, & les huit reſtants devant le degré des nombres. Après cela, il faut aller aux ſix Jetons qui ſont poſés à gauche au rang des dixaines, & les multiplier par le même multiplicateur quatre, & dire : quatre fois ſix font vingt-quatre ; dans ces vingt-quatre il y a vingt-quatre dixaines, qui valent deux cents quarante ; il faut poſer deux Jetons devant le rang des centaines pour les deux cents ; & pour les quarante reſtants, qui valent quatre dixaines, il faut poſer quatre

Jetons devant le rang des dixaines, & la Regle sera faite.

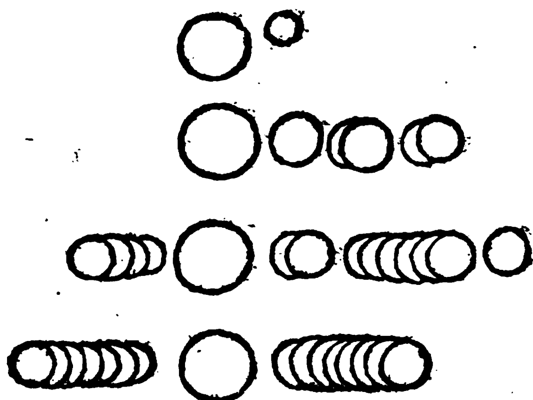
Il a été mis une petite distance entre les dixaines des deux multiplications, afin de les mieux distinguer, & remarquer que la premiere a produit vingt-huit, & la seconde vingt-quatre. Pour savoir ce que ces deux multiplications-là doivent produire au total, il faut prendre garde aux rangs où sont placés les Jetons de la Regle; & comme il y a deux Jetons devant le rang des centaines, on dira deux cents; devant le rang des dixaines, où il y en a six, on dira soixante; & devant le rang des nombres, où il y en a huit, on dira huit. Par conséquent, il y a dans le total de cette multiplication deux cents soixante-huit, comme vous le voyez à la XI Figure, parce que le nombre soixante-sept a été multiplié par quatre, qui fait connoître que dans le nombre deux cents soixante-huit, il y a autant de fois soixante-sept, qu'il y a d'unités au multiplicateur quatre; ce qu'il falloit démontrer.

Toutes les multiplications qui se feront par une seule figure, n'auront point d'autres préceptes que ceux qui viennent d'être enseignés dans cette Regle de Multiplication.

Autre Regle de Multiplication, où il y a deux figures au Multiplicateur.

Le nombre proposé à multiplier soit quarante-sept, qu'on veut multiplier par trente-quatre, qui est composé de deux figures. Pour faire cette Regle, il faut premiérement multiplier le nombre quarante-sept par le quart du nombre trente-quatre, & dire: Quatre fois sept font vingt-huit; dans ces vingt-huit il y a deux dixaines, qu'il faut poser vis-à-vis le rang des dixaines, & les huit restants vis-à-vis le rang des nombres; il faut multiplier aussi les qua-

XII. Figure



rante, qui valent quatre dixaines, par le même quatre, disant : Quatre fois quatre font seize, qui sont autant de dixaines, qui valent cent soixante ; il faut poser un Jeton, qui vaudra dix dixaines ou cent, vis-à-vis le rang des centaines, & pour les soixantes restants, qui valent six dixaines, poser six Jetons vis-à-vis le rang des dixaines. Cette multiplication par le quatre de trente-quatre étant faite, il faut faire celle de la seconde figure, qui est trois ; & comme ce trois vaut trente, parce que, par le rang qu'il tient, il est placé au rang des dixaines, il faut dire : Trois fois sept font vingt-un, qui produisent par cette raison vingt-une dixaines, qui valent deux cents dix ; il faut donc poser deux Jetons vis-à-vis le rang des centaines, & la dixaine restante vis-à-vis le rang des dixaines ; ensuite, il faut multiplier le quatre de quarante par le même trois donc

on vient de ſe ſervir, & dire : Trois fois quatre font douze, qui valent, par la même raiſon qui vient d'être expliquée ci-deſſus, mille deux cents; il faut poſer un Jeton vis-à-vis le rang des mille, & les deux cents reſtants vis-à-vis le rang des centaines : la Regle étant faite, on trouvera pour la ſomme totale celle de quinze cents quatre-vingt-dix-huit, comme la XII Figure le fait voir.

S'il y avoit trois ou quatre figures au multiplicateur, il faudroit toujours élever le produit de degré en degré, allant du rang des mille au rang des dix mille, du rang des dix mille au rang des cent mille, & de ſuite aux autres rangs plus hauts, ſi la ſomme de la multiplication le demandoit.

Les deux manieres ci-deſſus bien compriſes, peuvent ſuffiſamment conduire à de plus grandes Regles.

AVERTISSEMENT.

Quant à la Multiplication des ſols, pour avoir des livres & des ſols en même-temps, s'il eſt néceſſaire, il faudra ſe ſervir des Regles qui ſont enſeignées dans mon Arithmétique à la plume, pour les parties aliquotes de la livre de vingt ſols, que l'on peut voir dans la Table, à la page 100, que je décris ci-après, afin de n'avoir pas la peine de l'aller chercher à l'endroit que je viens d'indiquer.

TABLE.

Pour	dix ſols	il faut prendre	la moitié.
	cinq		le quart.
	quatre		le cinquieme.
	deux		le dixieme.
	un		le vingtieme.

Si on veut évaluer une certaine quantité d'aunes de marchandise à raison de dix sols l'aune ou la piece, il est évident par la Table ci-dessus, que dix sols sont la moitié de vingt sols que contient la livre ; par cette raison, il faudra prendre la moitié de la quantité des aunes de cette marchandise, & cette moitié sera prise pour les livres ; mais si le nombre est impair, le surplus de ce nombre sera pris pour une moitié, qui vaudra dix sols.

Par exemple, on veut savoir combien valent vingt-cinq aunes d'étoffe à quatre livres dix sols, il faut multiplier les vingt-cinq aunes par les quatre livres, & ensuite il faut prendre pour les dix sols la moitié de vingt-cinq, qui est douze livres dix sols, qu'il faut joindre avec le produit des livres, & vous aurez au produit total la somme de cent douze livres dix sols, pour lesdites vingt-cinq aunes à quatre livres dix sols.

Quand il faudra multiplier par cinq sols, on prendra le quart de la somme à multiplier ; si c'est par quatre sols, on prendra le cinquieme, & le reste comme à la Table ci-devant.

Table des parties aliquotes de 24 & 12 deniers.

Pour six deniers, il faut prendre le quart du dixieme du nombre à multiplier & la moitié du reste.

Pour quatre deniers, il faut prendre le sixieme, & le tiers du reste.

Pour trois deniers, il faut prende le huitieme du sixieme, & le quart du reste.

Pour deux deniers, il faut faire comme pour qua- e deniers, & du produit en prendre la moitié.

Pour un denier, il faudra faire comme pour qua- e deniers, & du produit en prendre le quart.

Vous remarquerez que quand on dit qu'il faut endre le quart pour six deniers, & le sixieme pous

quatre, c'eſt abaiſſer le produit de la Multiplication d'un degré à l'égard du dégré d'où ce produit eſt tiré, qui eſt la même choſe que ce que nous appellons, dans notre Arithmétique à la plume, retrancher une figure du nombre à multiplier pour en avoir le dixieme. Et cette partie aliquote de quart ou de ſixieme étant tirée du dixieme, à l'égard de vingt-quatre deniers, pour avoir des livres, il faudra tirer du reſte la moitié ou le tiers, &c. à l'égard de douze deniers, pour avoir des ſols & des deniers.

Pour les parties aliquotes de vingt ſols, comme quand il ſe trouve dix-ſept ſols, &c. ou pour celles de douze deniers, comme quand il ſe trouve neuf deniers, &c. il faut toujours les ſéparer en parties aliquotes ; par exemple, dix-ſept ſols doivent être ſéparés en premier lieu par dix ſols, enſuite par cinq ſols, & enfin par deux ſols ; & neuf deniers doivent être auſſi ſéparés d'abord en ſix, & enſuite en trois ; & ſi toutes ces parties aliquotes, après avoir été ſéparées, ſont rejointes enſemble, elles doivent faire un produit total, ſemblable à celui qu'elles avoient avant leur ſéparation.

Ceux qui auront beſoin d'une plus ample explication de ces Tables, auront recours à notre Arithmétique, avec laquelle ils opéreront par les Jetons comme avec la plume.

Utilité de la Multiplication.

L'utilité qu'on retire de cette Regle, eſt qu'on réduit, quand il eſt néceſſaire, une grande eſpece en une petite. Par exemple, ſi on veut réduire des livres en ſols, il faut les multiplier par vingt ſols, ou bien poſer deux fois le nombre des ſols à réduire, & y ajouter un Jeton au bas de l'arbre, & la ſomme que cela produira ſera réduite en ſols.

Si ce ſont des ſols qu'il faut réduire en deniers,

il faut multiplier par douze deniers, & leur produit donnera des deniers, ou bien poser deux fois le nombre des sols à réduire sur le même nombre sur un degré plus haut; & ensuite, faisant la numération, on aura la somme des deniers qu'on desire avoir.

Toutes les autres réductions qu'il faudra faire par augmentation ou par multiplication, se feront de la même maniere qui vient d'être expliquée dans l'article précédent.

Si on veut savoir combien valent trente-huit pistoles d'Italie, à neuf livres douze sols chacune, il faut se servir de la multiplication, & multiplier lesdites trente-huit pistoles par neuf livres douze sols; le produit de la Multiplication donnera la somme de trois cents soixante-quatre livres seize sols.

Il faudra faire la même chose, si ce sont des aunes de marchandises, au lieu de pistoles; ainsi des autres.

Cette Regle de Multiplication sert encore pour tirer le sol pour livre, plus ou moins. Par exemple, si on veut prendre un sol huit deniers pour livre sur cinq mille six cents soixante-dix-huit, il faut multiplier cette somme par un sol huit deniers, suivant toujours l'ordre de multiplier, comme il vient d'être enseigné.

Enfin, cette Regle sert à toutes sortes d'évaluations, tant pour les pieces de monnoie, que pour les poids & mesures, &c.



DE LA DIVISION.

Quatrieme Regle.

Définition. Diviser un nombre, c'est le séparer en autant de parties égales qu'il y a d'unités au diviseur.

On propose de diviser un nombre par un autre ; savoir 72 par 6, le quotient de cette division donnera 12, qui fait connoître que dans le nombre 72, il y a 6 fois douze, & par conséquent autant de fois 12 qu'il y a d'unités dans le diviseur.

Pour faire cette Regle avec les Jetons, il faut placer l'Arbre de Numération, comme il a été pratiqué aux Regles précédentes, & mettre le nombre à diviser à main gauche, suivant le rang qu'il doit tenir selon l'ordre dudit Arbre, & proposer le diviseur qu'on écrira à part, ou qu'on retiendra dans sa mémoire.

On mettra toujours le produit de la Division, qu'on nomme quotient, à la main droite de l'Arbre.

Par exemple, on veut diviser IIIM IXC XX. Il faut les poser comme vous voyez à l'exemple de la Figure XIII.

La position étant faite, il faut commencer à diviser par les Jetons qui sont posés au plus haut degré de l'Arbre, qui expriment le nombre proposé.

Dans la pratique de cette Regle, il faut remarquer pour principe général, que tous les Jetons, sur quelque degré de l'Arbre qu'ils soient posés, excepté sur celui du nombre, qui n'a plus de degré au-dessous de lui, sont autant de dixaines à l'égard des Nombres ou Jetons qui sont le plus près & au-dessous d'eux, comme cela peut se pratiquer à la

Exemple. *IV. Figure.*

MIM IXC XX à divifer par XXXV.

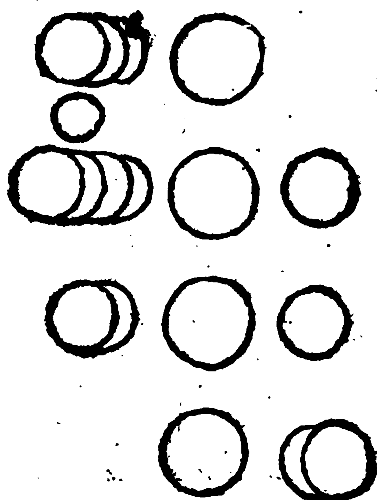


Figure XIII, où les trois Jetons qui sont posés sur le rang des mille valent par cette raison trois dixaines ou trente, qu'on leve d'abord ; & ensuite le Jeton qui est dessous lesdits trois Jetons, qui vaut cinq ; cela fait donc ensemble trente-cinq, qu'il faut diviser par trente-cinq : on dira, en trente-cinq combien de fois est contenu le diviseur trente-cinq ?